Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный университет»

Н. И. Присмотров

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Киров
2018

УДК 621.316.71:62-83
ББК 31.291
П771

*Печатается по рекомендации Научного совета
Вятского государственного университета*

Рецензенты:

В. В. Черепанов, доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»;

В. И. Пономарев, доктор технических наук, профессор, директор АО НПП «Знак»

Присмотров, Н. И.

П771 Динамика электромеханических систем : [монография] / Н. И. Присмотров. – Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2018. – 291 с. : ил.

ISBN 978-5-98228-173-9

В монографии рассматриваются вопросы определения параметров механических систем, составление и упрощение их расчетных схем. Проводится анализ установившихся и переходных динамических режимов электромеханических систем с учетом упругих связей, зазоров в механическом оборудовании и параметрических возмущений при не учете и учете электромеханических свойств электропривода. Рассматриваются прямые и косвенные методы оптимизации параметров электропривода, обеспечивающие минимум колебательных нагрузок в ЭМС.

УДК 621.316.71:62-83
ББК 31.291

ISBN 978-5-98228-173-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Электроприводом, в соответствии с ГОСТ Р 50369-92 «Электроприводы. Термины и определения», называется «электромеханическая система, состоящая в общем случае из взаимодействующих преобразователей электроэнергии, электромеханических и механических преобразователей, управляющих и информационных устройств и устройств сопряжения с внешними электрическими, механическими, управляющими и информационными системами, предназначенная для приведения в движение исполнительных органов рабочей машины и управления этим движением в целях осуществления технологического процесса» [9].

Электропривод потребляет более половины вырабатываемой в стране электроэнергии. Электрическая часть привода содержит ряд накопителей и преобразователей энергии, объединенных электрическими и магнитными связями. Механическая часть имеет «разветвленную инерционную структуру с упругими механическими связями, зазорами в кинематической цепи» [33] и при наличии внешних и внутренних (параметрических) возмущений предопределяет возникновение механических колебаний. Эти колебания отрицательно влияют на работу машин и механизмов, ухудшая управляемость привода в технологических процессах, увеличивают колебания скорости и положения, снижая точность регулирования, способствуют значительному возрастанию динамических нагрузок механических передач, а также весьма нежелательных резонансных явлений, что приводит к снижению надежности и ресурса работы привода.

Учитывая все возрастающие требования к современным системам электропривода, связанные с развитием технологий, созданием технических систем с высоким уровнем автоматизации, улучшенными точностными и динамическими показателями, решение проблем снижения динамических нагрузок является актуальной задачей.

Вопросам, связанным с динамикой электромеханических систем, посвящены работы многих ведущих ученых: исследованию систем электропривода с распределенными параметрами значительное внимание уделяется в работах А. В. Лехомского и Л. Н. Рассудова [21, 44]; влияние упругих связей на поведение ЭМС отражено в работах Ю. А. Борцова, В. И. Ключева, А. Д. Поздеева [5, 14, 38], в которых, в частности, показано, что «основное влияние на динамику оказывают первая и вторая резонансная частоты» [33], определимые наибольшими массами и податливостями. Влияние механических связей исследовалось В. А. Зиновьевым [11]; исследованию вопросов, связанных с рассеянием энергии при колебаниях механических систем, посвящены работы Д. П. Волкова, Я. Г. Пановко, Н. И. Присмотрова [8, 25, 31]; оценка влияния параметрических возмущений на работу механических систем представлена в трудах В. И. Ключева, Ю. И. Присмотрова и др. [14, 28, 29, 32]; решение задач синтеза параметров электромеханических систем с упругой механической связью рассматривалось В. И. Ключевым, Н. И. Присмотровым, Ю. А. Борцовым, А. В. Ляхомским, Я. Г. Пановко и др. [5, 15, 16, 21, 24, 28]; ряд публикаций Ю. А. Борцова, А. В. Ляхомского, Н. И. Присмотрова, В. И. Ключева [5, 21, 28, 31] посвящен исследованию методов оптимизации параметров ЭМС с упругими связями.

В связи с многообразием оптимизируемых показателей, их практической значимостью и противоречивостью требований к динамическим свойствам систем и их законам управления, определение характера переходных процессов и оптимальных траекторий движения является сложной практической задачей. Несмотря на значительный объем публикаций, посвященный динамическим режимам ЭМС, а также учитывая актуальность рассматриваемой темы для науки и практики, ряд вопросов требует дальнейшего исследования.

Монография посвящена анализу и развитию теоретических и прикладных вопросов, связанных с динамическими режимами электромеханических систем. Предложенный автором в монографии «материал подтверждает достоверность разработанных методов анализа колебательных нагрузок, а также выявления возможности увеличения демпфирующих способностей электропривода для их снижения» [33].

В монографии использованы материалы теоретических и экспериментальных исследований, выполненных при непосредственном участии автора на кафедре автоматизированного электропривода Московского энергетического института и кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок Вятского государственного университета, а также трудов ведущих отечественных и зарубежных ученых.

В работе рассматривается круг вопросов теоретического и экспериментального исследования динамических режимов электромеханических систем (ЭМС), электропривода. Даются методики расчета параметров элементов, составления и упрощения расчетных схем, математического описания их движения и составления структурных схем механической части ЭМС. Обосновано представление электропривода обобщенной динамической механической характеристикой, которую при приемлемых для практики допущениях имеет большое количество замкнутых и разомкнутых систем электропривода переменного и постоянного тока. Проводится анализ установившихся и переходных динамических режимов ЭМС с учетом упругих связей, зазоров в механическом оборудовании при воздействии на ЭМС «внешних и внутренних (параметрических) возмущений, связанных с непостоянством передаточного числа и радиуса приведения» [33] передаточных механизмов при неучете и учете электромеханических свойств электропривода. Рассмотрены прямые и косвенные методы оптимизации параметров ЭМС, обеспечивающих минимум колебательных нагрузок. Основные положения монографии поясняются примерами расчета и экспериментальными исследованиями динамических режимов ЭМС.

Монография предназначена для специалистов и научных работников, занимающихся моделированием, проектированием и созданием систем электропривода, может быть полезна магистрантам и аспирантам направления «Электроэнергетика и электротехника».

1. СОСТАВ, КЛАССИФИКАЦИЯ, ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Состав электромеханической системы

Привод (*drive*) представляет собой техническую систему, служащую для преобразования энергии от источника (ИЭ) в механическую на рабочем органе исполнительного механизма (ИМ), которая необходима для реализации различных технологических процессов в промышленности, транспорте, сельском хозяйстве, медицине, коммунальном хозяйстве, быту и других сферах деятельности человека.

На рис. 1 внутри штриховой рамки приведены звенья привода, которые «могут присутствовать в том или ином его техническом воплощении, а также энергетические (двойные стрелки) и информационные (тонкие стрелки) связи между этими элементами и окружающей средой. Вне штриховой рамки представлены элементы окружающей среды» [23], с которыми происходит обмен привода энергией и информацией.

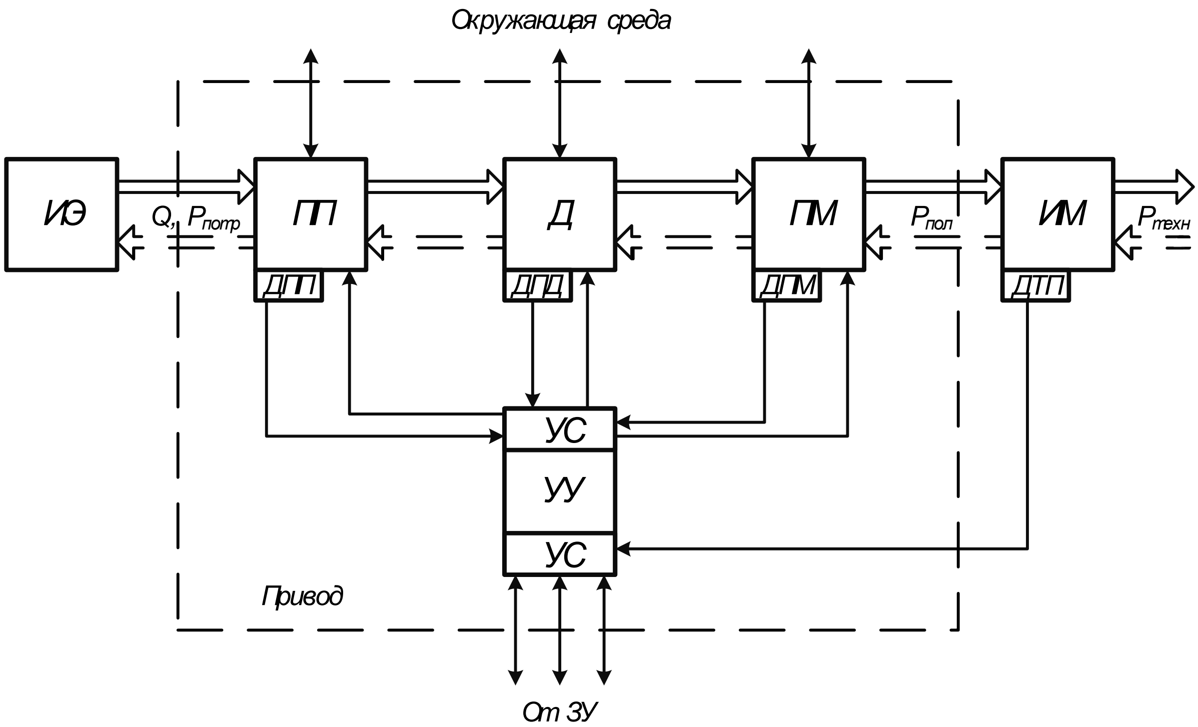


Рис. 1. Функциональная схема привода

Энергетический канал привода осуществляет передачу энергии от ИЭ к ИМ при его работе по преодолению внешних сил и увеличению запаса кинетической энергии механической части привода, и ИМ при пуске (сплошные стрелки), и от ИМ к ИЭ при движении под действием внешних сил и уменьшении кинетической энергии при принудительном торможении (штриховые стрелки). Энергетический канал привода включает в себя промежуточный преобразователь энергии (ПП), двигатель (Д), передаточный механизм (ПМ) и ИМ.

Передаточный механизм непосредственно связан с ИМ, на рабочем органе (РО) которого совершается полезная работа, и выполняет функции конструктивной связи с двигателем, а также элемента согласующего характер движения (Д) с ИМ (линейное, вращательное) и их параметры (скорость, момент).

Двигатель является основным «звеном привода, в котором поступающая к нему энергия преобразуется в механическую» [23]. В качестве двигателей применяются электрические, гидравлические, пневматические, тепловые, вибрационные и другие типы двигателей. Поэтому, как правило, название двигателя, а, следовательно, и привода, реализуемого на его основе, определяется видом потребляемой им энергии или носителем этой энергии.

Промежуточный преобразователь обеспечивает преобразование и дозирование по величине и параметрам энергии, поступающей от ИЭ к Д. То есть под ПП понимают «совокупность устройств, передающих энергию от ИЭ к Д» [23].

«Источник энергии – носитель энергии, передаваемой данному типу привода» [23] (электрическая, гидравлическая или пневматическая сеть предприятия, жидкое или газообразное топливо, элементы питания, аккумуляторы и т. п.).

Информационный канал, показанный на рис. 1 тонкими линиями, не участвует «непосредственно в передаче энергии от ИЭ к ИМ, однако отвечает за функционирование всех элементов энергетического канала» [23] (ПП, Д, ПМ) адекватно поставленным перед приводом целям. Основным звеном информационного канала является устройство управления (УУ), которое вырабатывает управляющие воздействия на ПП, Д, ПМ на основе информации о заданных параметрах технологического процесса от задающих устройств (ЗУ) и датчиков параметров промежуточного преобразователя (ДПП), двигателя (ДПД), передаточного механизма (ДПМ) и технологического процесса (ДТП).

Представленное на рис. 1 разделение привода на элементы ПП, Д, ПМ проведено по функциональному, а не по конструктивному принципу. Во многих современных приводах данные элементы конструктивно объединены в различных сочетаниях. Например, в мехатронных модулях двигатель «может быть интегрирован с полупроводниковым преобразователем ПП и редуктором ПМ или только с редуктором (мотор-редуктор), а в пневмоприводах пневмоцилиндр Д часто конструктивно объединен с ПМ и ПП и даже включает в себя элементы системы управления» [23]. В современных электроприводах ПП (силовой полупроводниковый преобразователь), как правило, конструктивно объединен с УУ.

1.2. Критерии, определяющие тип привода. Анализ основных показателей систем привода

Основными критериями, определяющими тип привода, являются:

– тип доступного первичного источника энергии;

– структура энергоснабжения объекта;

– «наличная и доступная элементная база привода» [23];

– интегральные технико-экономические оценки различных решений.

Рассмотрим основные показатели и характеристики различных типов привода.

Массогабаритные характеристики привода «определяются главным образом показателями элементов энергетического канала» [23]. Во всех типах приводов могут присутствовать ПМ и УУ, выполненные на однотипных устройствах микроэлектроники. Поэтому решающим «при сопоставлении массогабаритных показателей являются параметры двигателей с учетом того, что данные показателей ПП (полупроводниковых или электромашинных в электроприводе), усилителей и распределителей» [23] в гидроприводе и пневмоприводе, систем охлаждения и редукторов в тепловом приводе «соизмеримы или пропорциональны соответствующим показателям двигателей» [23].

Удельные нагрузки на единицу площади для различных типов двигателей отражает табл. 1.

На практике в качестве массогабаритных показателей привода используют относительные значения их массы и габаритов к номинальной мощности. Поскольку номинальная мощность равна произведению номинальной силы на скорость $P_н = F_н V_н$ или номинального момента на угловую скорость $P_н = M_н \omega_н$, то данные показатели тем выше, при одной силе и моменте, чем выше номинальная скорость.

Таблица 1

Тип двигателя	Электро-двигатели	Гидро-двигатели	Пневмо-двигате-ли	Тепловые двига-тели поршнево-го типа
Удельная нагрузка, Н/см^2	0,3–3,0	1000–4000	30–70	10–30
Номинальная скорость, с$^{-1}$	150–300	100–240	100–240	300–600

Данное обстоятельство выравнивает удельные показатели приводов различного типа двигателей вследствие разницы их угловых скоростей: у электродвигателей массовых серий 150–300 с$^{-1}$, у тепловых машин 300–600 с$^{-1}$, у гидро- и пневмодвигателей 100–240 с$^{-1}$.

Современные полупроводниковые преобразователи (ПП) в электроприводе «в пересчете на единицу передаваемой мощности в несколько раз компактнее и легче» [23] в сравнении с электродвигателем, который обладает тем лучшими массогабаритными показателями, чем выше его номинальная скорость вращения. Гидро- и пневмоприводы требуют наличия насосных и компрессорных установок, содержащих электрический или тепловой привод. Тепловые приводы требуют дополнительной массы охлаждения, и, кроме этого, им необходима, как правило, массивная и габаритная механическая передача.

Энергетические показатели приводов оцениваются коэффициентом полезного действия (КПД), а для потребителей энергии переменного тока еще и коэффициентом мощности.

Коэффициент полезного действия представляет собой отношение полезной активной мощности ($P_{пол}$) на рабочем органе ИМ к полной активной мощности, потребляемой от ИЭ ($P_{потр}$). КПД привода

$$\eta_п = \frac{P_{пол}}{P_{потр}} = \eta_{пп}\eta_д\eta_{пм},$$

где $\eta_{пп}$, $\eta_д$,$\eta_{пм}$ – КПД промежуточного преобразователя двигателя, преобразовательного механизма.

КПД технологической установки

$$\eta_{ту} = \frac{P_{техн}}{P_{потр}} = \eta_п\eta_{им},$$

где $P_{техн}$ – технологически необходимая мощность для выполнения данного производственного процесса; $\eta_{им}$ – КПД исполнительного механизма.

Коэффициент мощности $k_м = \frac{P_{потр}}{S}$ – отношение потребляемой от ИЭ активной мощности к полной мощности S.

Если коэффициент полезного действия характеризует потери мощности в приводе, то коэффициент мощности – потери в ИЭ. Оба вида потерь обусловлены бесполезными затратами энергии как потребителем энергии, так и поставщиком.

Гидро- и пневмоприводы, если источником энергии является гидро- и пневмосеть, при пренебрежении небольшими потерями энергии из-за нагрева и утечек энергоносителя имеют коэффициент полезного действия, близкий к единице. Однако при этом следует учитывать «потери в системе регулирования мощности, КПД приводных двигателей насоса» [23] и компрессора, а также коэффициент мощности, если это двигатели переменного тока.

Сравнение номинальных коэффициентов полезного действия приводов различных типов показывает, что наибольший коэффициент полезного действия имеют гидро- и пневмоприводы, поскольку они обладают наименьшей материалоемкостью, а следовательно, и теплоемкостью, и работают с относительно небольшим перегревом. Наименьший коэффициент полезного действия характерен для тепловых машин, имеющих высокую температуру двигателя и узлов, сопряженных с ним.

Взаимодействие приводов с окружающей средой описывается двумя группами параметров. Первая группа называется эмиссией, характеризует влияние привода на окружающую среду и включает в себя такие параметры, как тепло и массовыделение (рабочих жидкостей, продуктов сгорания, паров горючего), шум, вибрация, электромагнитное излучение в эфир и питающая сеть. Вторая группа характеризует устойчивость привода во время работы к влиянию окружающей среды: температуры, влажности, давления, запыленности, вибрации, отклонения в параметрах источника энергии, электромагнитных полей.

Эмиссия вызывается главным образом элементами энергетического канала привода. Источники теплового излучения пропорциональны коэффициенту полезного действия.

«Массовыделение, в первую очередь, характерно для тепловых приводов, в меньшей степени для гидроприводов (при низком качестве изготовления и неисправностях)» [23].

Шум и вибрация в наибольшей степени генерируют вибромашины и тепловые машины, в меньшей – электрические машины, и еще меньше – пневматические, а практически бесшумны – гидравлические приводы. Однако гидро- и пневмоприводы предусматривают наличие насосных и компрессорных установок, которые снижают благоприятные шумовые характеристики и требуют удаления этих установок из производственных помещений.

«Наибольший вклад в загрязнение эфира и сети высокочастотными помехами вносят устройства силовой электроники, входящие в состав регулируемого электропривода. Излучение в эфир производят высоковольтные разряды двигателей внутреннего сгорания» [23], а также коммутационные процессы коллекторных машин и машин постоянного тока.

«Для снижения влияния приводов на окружающую среду применяются соответствующие средства шумо- и вибропоглощения, катализации продуктов сгорания, фильтрации и экранирования электромагнитных помех и т. п.» [23].

Устойчивость элементов энергетического канала привода к воздействию окружающей среды (за исключением электромагнитных помех) зависит от типа привода. Так, гидро- и пневмоприводы в силу своей герметичности весьма устойчивы к влажности и запыленности, в то же время «для гидропривода критична температура окружающей среды, влияющая на вязкость жидкости» [23].

Тепловые приводы работают с большим перегревом, поэтому малокритичны к температуре окружающей среды, однако требуют высококачественных топлив, масел и очистки воздуха, во избежание усиленного износа трущихся поверхностей.

Для всех типов приводов устойчивость устройств управления к влиянию внешних факторов примерно одинакова, поскольку определяется свойствами однотипных электронных компонентов.

К техническим показателям приводов относятся: диапазон регулирования скорости и силы (момента), стабилизация скорости и силы (момента) во времени при изменении параметров нагрузки или источников энергии, быстродействие, т. е. «скорость реакции рабочего органа на изменение управляющего воздействия или нагрузки» [23].

Рассмотрим лишь те показатели, которые определяются типом двигателя и которые не могут быть значительно изменены средствами управления. Для большинства редукторных приводов «момент инерции определяется в основном моментом инерции двигателя» [33], поэтому наиболее быстродействующими являются гидравлические и пневматические приводы, тепловые приводы, наименее динамичны электроприводы.

«Демпфирующие свойства приводов, характеризующие их способность ослаблять удары и колебания, достигаются в гидро- и пневмоприводах усложнением конструкции двигателей или введением специальных демпфирующих устройств, а в электроприводах – более простыми методами схемотехнического или программного построения устройств управления» [23].

Такие показатели, как форма механических характеристик, диапазон и «плавность регулирования координат (момента, скорости, положения) и стабильность их поддержания при изменении параметров нагрузки и источника энергии и окружающей среды в регулируемых приводах» [23], определяются в основном свойствами устройств управления и являются достижимыми в любом типе привода.

К основным факторам, определяющим область применения различных типов привода, относятся «конструктивная совместимость привода с рабочей машиной, диапазон регулирования скорости и момента при вращательном движении» [23], скорости и силы при поступательном движении, плавность, быстродействие, точность, массогабаритные показатели, совместимость с условиями и требованиями окружающей среды и экономичность. Часто приводы различного типа способны выполнять возложенные на них функции, и тогда решающими могут быть экономические факторы.

«В машинах большой и средней мощности с вращательным движением рабочего органа находит применение электрический привод постоянного и переменного тока. К таким машинам относятся прокатные станы, шахтные подъемные машины, экскаваторы, мощные строительные и подъемные краны, электрический транспорт, канатные дороги, конвейеры, вентиляторы, драги, главные приводы тяжелых металлообрабатывающих станков» [23].

Электроприводы малой и средней мощности широко применяются в станкостроении, машиностроении, сельском хозяйстве, строительной индустрии, в сфере коммунального хозяйства и быта.

Электроприводы с шаговыми и пьезоэлектрическими двигателями широко используются в специальных машинах и промышленных роботах, выполняющих высокоточные операции, к которым относятся, например, монтаж микросхем на печатных платах, огранка алмазов и т. д.

Гидропривод с объемным регулированием применяется в мощных рабочих машинах «с возвратно-поступательным и возвратно-поворотным движением исполнительных органов, таких как прессы силой в сотни тысяч тонн, проходческие щиты, шахтные крепи, механизмы перемещения мощных шагающих экскаваторов и др. В приводах машин средней и малой мощности, требующих высокого быстродействия, например нажимные винты прокатных станов с линейным перемещением рабочего органа, металлообрабатывающие станки, кузнечно-прессовые машины. В машинах средней и малой мощности мобильных установок с автономными источниками энергии, таких как дорожно-строительные и транспортные машины в системах управления летательными и космическими аппаратами, судами и тяжелыми автомобилями» [23].

При автоматизации производственных процессов наряду с электрическим и гидравлическим приводом широко используется пневматический привод, наибольшее применение нашедший в механизмах с возвратно-поступательным движением. Им оборудованы литейные и кузнечно-прессовые машины. Особенно широко пневмопривод используется в транспортных машинах, в их тормозных системах, в металлообрабатывающих станках и промышленных роботах. «Пневмопривод выполняет операции автоматического захвата, загрузки и закрепления заготовок, включение и выключение рабочих движений режущего инструмента» [23].

Вибрационный привод – устройство, преобразующее вибрацию ведущего элемента устройства в направленное перемещение ведомого элемента. Различают два типа вибрационного привода.

Вибрационные транспортирующие устройства, в которых ведущим элементом являются непосредственно рабочие органы вибрационных машин (насосов, конвейеров, питателей бункеров и дозаторов), вибрация которых и создает направленное перемещение кусковых и сыпучих материалов, жидкостей, паст и других продуктов.

К приводам второго рода относятся вибродвигатели, где вибрации ведущего элемента преобразуются «во вращательное движение ротора либо поступательное движение ползуна, которое затем используется для привода того или иного механизма» [23].

Каждый вибрационный привод имеет в своем составе промежуточный преобразователь энергии источника (электрического, гидравлического или пневматического) в механические колебания выходного звена преобразователя.

В настоящее время в промышленности, сельском хозяйстве, строительстве, транспорте, в сферах коммунального хозяйства и быта электропривод в силу своих несомненных преимуществ, таких как легкость регулирования координат, относительная простота монтажа и эксплуатации, отсутствие трубопроводов и аккумуляторов энергии, экологическая чистота, относительно низкий уровень шума и вибраций, получил наибольшее распространение. По данным Европейского союза энергетиков, в 2008 г. 83% приводов в промышленности приходится на долю электропривода, переменного – 68% и постоянного тока – 15%, все остальные приводы составляют 17% парка.

Электропривод потребляет более 50% вырабатываемой в стране электроэнергии, на втором месте освещение – более 30%. Поэтому электропривод играет решающую роль в автоматизации и механизации технологических процессов во всех областях сферы человеческой деятельности, так как является основным исполнительным энергетическим элементом систем комплексной механизации на автоматизации.

1.3. Функциональная схема электропривода

Электропривод состоит из преобразователя электрической энергии (ПЭЭ), подключенного к источнику энергии (ИЭ), электрического двигателя (ЭД), передаточного механизма (ПМ), устройств управления (УУ). Функциональная схема электропривода приведена на рис. 2.

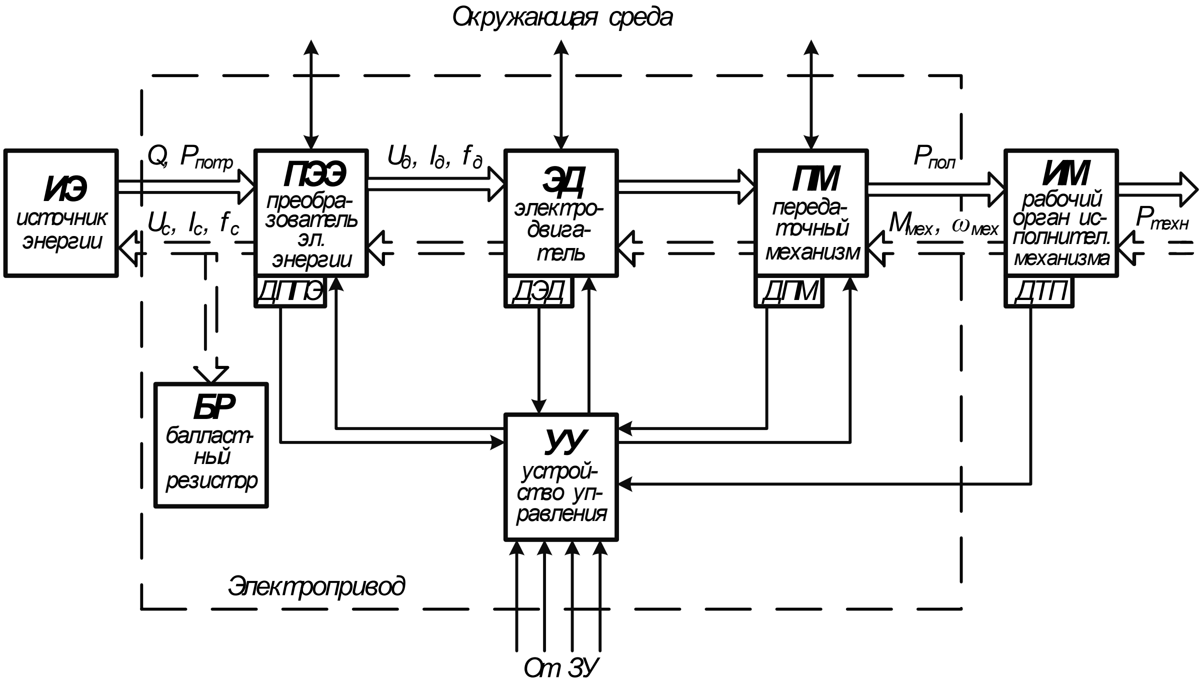


Рис. 2. Функциональная схема электропривода

Электропривод совместно с приводимым в движение ИМ образует единую электромеханическую систему (ЭМС), состоящую из механической и электрической части. К электрической части ЭМС электропривода относятся УУ, ПЭЭ и электромеханический преобразователь энергии ЭД, а механическая часть включает в себя все связанные движущиеся массы привода и ИМ. Процессы, протекающие в электрической и механической частях электропривода, находятся в тесной взаимосвязи за счет зависимости ЭДС рабочих обмоток ЭД от механической координаты скорости вращения его вала. В ряде случаев ЭД и ИМ конструктивно объединяют и образуют мехатронный модуль движения.

«Мехатронный модуль движения – интегрированное управляемое электромеханическое устройство, базирующееся на функциональном и конструктивном объединении ИМ, ПМ, ЭД, ПЭЭ и УУ. Данные модули представляют собой специальные комплектные электроприводы» [23], встраиваемые в узлы ИМ: электрошпиндели, мотор-колеса, приводы линейного перемещения, поворотные столы и т. п. Данные модули применяются в робототехнике, приборостроении, автомобилестроении, станкостроении и других отраслях народного хозяйства.

Силовой канал электропривода осуществляет передачу энергии от ИЭ к ИМ при работе ЭД в двигательном режиме и в обратном направлении от ИМ к ИЭ при работе ЭД в тормозном режиме. Если система электропривода допускает рекуперацию энергии от ЭД, работающего в генераторном режиме за вычетом потерь и совершаемой рабочим органом в процессе торможения, энергия отдается в питающую сеть, если система не допускает рекуперацию энергии, энергия рассеивается на балластном резисторе (БР).

В качестве ИЭ в подавляющем большинстве случаев используются промышленные электрические сети трехфазного переменного тока частотой 50 Гц со стандартными значениями напряжения 220, 380, 660, 6000, 10000 В. В ряде случаев, например в транспортных средствах (тепловозах, речных и морских судах, электромобилях, летательных аппаратах), применяются автономные источники электроэнергии (дизель-генераторы, аккумуляторы, турбогенераторы и др.).

Преобразователи электрической энергии ПЭЭ используются в системах регулируемого электропривода для экономичного преобразования электрической энергии в электрическую того вида, которая необходима для питания двигателя.

По выполняемым ПЭЭ функциям они классифицируются следующим образом:

– преобразователи переменного тока в постоянный. Это неуправляемые и управляемые выпрямители;

– преобразователи переменного тока одной частоты в переменный ток другой частоты. К данной группе относятся непосредственные преобразователи частоты (НПЧ);

– «преобразователи постоянного тока в переменный (инверторы). Различают автономные инверторы напряжения (АИН) и автономные инверторы тока (АИТ)» [23];

– «преобразователи постоянного тока в постоянный. Эту группу составляют широтно-импульсные преобразователи (ШИП)» [23];

– преобразователи переменного напряжения в нерегулируемое или регулируемое переменное напряжение той же частоты. К ним относятся трансформаторы, тиристорные преобразователи напряжения (ТПН) с фазовым способом управления и естественной коммутацией.

Перечисленные ПЭЭ характеризуются «однократным преобразованием энергии. В электроприводе широко используются и составные ПЭЭ с многократным (двух-, трех- и четырехкратным преобразованием энергии), в том числе и с промежуточным преобразованием электрической энергии в механическую и обратно» [23], например система «генератор-двигатель», с двукратным преобразованием энергии – преобразователи частоты со звеном постоянного тока.

Электрический двигатель – электромеханический преобразователь энергии, обеспечивает преобразование электрической энергии в механическую. В качестве ЭД используются двигатели постоянного тока (независимого, последовательного или смешанного возбуждения), переменного тока (асинхронные и синхронные), вентильно-индукторные, шаговые, магнитострикционные, пьезоэлектрические, емкостные, электромагнитные и др. ЭД могут подключаться непосредственно к ИЭ с помощью коммутационной аппаратуры или через ПЭЭ.

Передаточные механизмы выполняют функции конструктивной связи ЭД с ИМ, а также согласование его движения и параметров с характером движения и параметрами ИМ. ПМ подразделяются на механические (механические передачи), пневматические, гидравлические и электрические.

Наибольшее применение в электроприводе нашли механические ПМ: редукторы (цилиндрические, червячные, конические, волновые, планетарные), ременные, цепные и канатные передачи, передача винт-гайка, барабан-канат, фрикционные, кривошипно-шатунные и эксцентриковые механизмы и др.

Все компоненты силового канала должны быть согласованы между собой по уровню нагрузок и функциональным характеристикам и иметь минимальные потери, сопровождающие передачу и преобразование энергии.

Информационный канал – совокупность устройств, обеспечивающих управление, передачу и преобразование энергии в силовом канале для реализации требуемого протекания технологического процесса ИМ. «В состав информационного канала входит УУ и датчики координат электропривода» [23] ДПЭЭ, ДЭД, ДПМ, а также датчик контроля технологического процесса ДТП. С помощью информационного канала в общем случае производится сбор, обработка и передача данных (информации) о текущем состоянии координат электропривода и технологического процесса и их регулирование, автоматическая настройка регуляторов, решение задач защиты и диагностики, индикации необходимой информации.

Управляющее устройство может быть выполнено на базе релейно-контакторной аппаратуры, аналоговых регуляторов, «элементов жесткой логики и т. п. В настоящее время очень часто в электроприводах в качестве УУ используются микропроцессорные средства» [23].

Датчики координат являются средствами измерения и преобразования физических величин в электрические сигналы для дальнейшей обработки, передачи, хранения, регистрации и управления. Если измерение физической величины технически затруднено или невозможно, то необходимо использовать наблюдатель координат, который представляет собой математическую модель в составе системы автоматического управления для косвенной оценки координат электропривода.

1.4. Классификация систем электропривода. Демпфирующее действие электропривода

Из-за большого разнообразия ИМ и требований технологических процессов, в которых они участвуют, существует большое число типов электроприводов.

Наиболее часто электроприводы классифицируются по следующим признакам:

– по типу ЭД;

– по типу ПЭЭ, электроприводы постоянного тока разделяются на электроприводы, выполненные по системе генератор-двигатель, тиристорный преобразователь-двигатель, транзисторный преобразователь-двигатель. Электроприводы переменного тока с питанием двигателя от НПЧ, «преобразователя частоты (ПЧ) с АИН и ПЧ с АИТ, ТПН» [23];

– в зависимости от числа ИМ и РО различают:

• «групповой электропривод, в котором один ЭД обеспечивает движение нескольким ИМ или нескольких РО ИМ посредством одного двигателя» [23];

- индивидуальный электропривод, выполняет движение одного РО ИМ от отдельного ЭД;
- «многодвигательный электропривод – совокупность индивидуальных электроприводов, работающих на один вал или связанных механически между собой через обрабатываемый материал» [23];

– по направлению вращения электроприводы разделяют на реверсивные и нереверсивные;

– по характеру движения электропривода: вращательного, поступательного и многокоординатного движения;

– по основной регулируемой координате различают моментные, скоростные и позиционные электроприводы;

– «по числу учитываемых инерционных масс механической части, связанных между собой упругими связями, различают много- , двух- и одномассовые электроприводы и электроприводы с распределенными параметрами механических элементов» [23];

– по связи ЭД с РО ИМ электроприводы подразделяются на редукторные и безредукторные.

В общем случае электрическая часть привода, включающая в себя УУ, ПЭЭ и ЭД, содержит ряд накопителей и преобразователей энергии, объединенных электрическими и магнитными связями. Механическая часть, включающая в себя ротор ЭД, ПМ и ИМ, имеет «разветвленную инерционную структуру с упругими механическими связями, зазорами в кинематической цепи» [33], при наличии внешних и внутренних (параметрических) возмущений предопределяет возникновение механических колебаний. Эти колебания отрицательно влияют на работу машин и механизмов, ухудшая управляемость привода в технологических процессах, увеличивают колебания скорости и положения, снижая точность регулирования, способствуют значительному возрастанию динамических нагрузок механических передач, а также весьма нежелательных резонансных явлений и приводят к снижению надежности и ресурса его работы.

За счет взаимосвязи процессов в ЭМС электропривода, протекающих в его электрической и механической частях (зависимости ЭДС рабочих обмоток двигателя от скорости вращения), электропривод может эффективно демпфировать механические колебания. Демпфирующее действие электропривода является дополнительным резервом в борьбе с динамическими нагрузками.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Кинематические и расчетные схемы механической части

Для исследования движения отдельных элементов механической части и определения сил и механизмов, действующих на них, используют кинематические схемы. Вследствие того что при передаче усилий все элементы механической части реформируются, содержат зазоры и кинематические погрешности в передачах, кинематический анализ затрудняется сложностью определения относительного расположения частей механизма. Поэтому при составлении кинематических схем упругостью элементов, зазорами и кинематическими погрешностями в передачах пренебрегают, считая все элементы абсолютно жесткими, а зазоры и кинематические погрешности передач – отсутствующими. Такие упрощения дают представление лишь о средних скоростях, ускорениях, силах и моментах, действующих в движущихся звеньях механизма.

Следовательно, кинематическая схема механической части ЭМС представляет собой абстрактное изображение механической части, отражающее передачу электромагнитной мощности от двигателя к рабочему органу ИМ и кинематическую связь в механизме. На рис. 3 приведены кинематические схемы ряда механизмов с двигателями вращательного движения. На этих схемах стрелками показаны направления движения отдельных элементов кинематических цепей и действующих на них моментов и сил.

Истинные значения величин скоростей, ускорений, сил и моментов дают динамические расчеты, учитывающие упругость механических связей, зазоры и кинематические погрешности передач. Поэтому часто составление кинематической схемы механической части ЭМС полезно для упрощенного анализа ее работы и составления расчетной схемы механической части ЭМС, необходимой при динамических расчетах. Из рис. 3 видно, что механическая часть ЭМС представляет собой многомассовую систему с распределенными параметрами, «инерционные массы которой движутся с различными скоростями и могут совершать как вращательное, так и поступательное движение» [33].

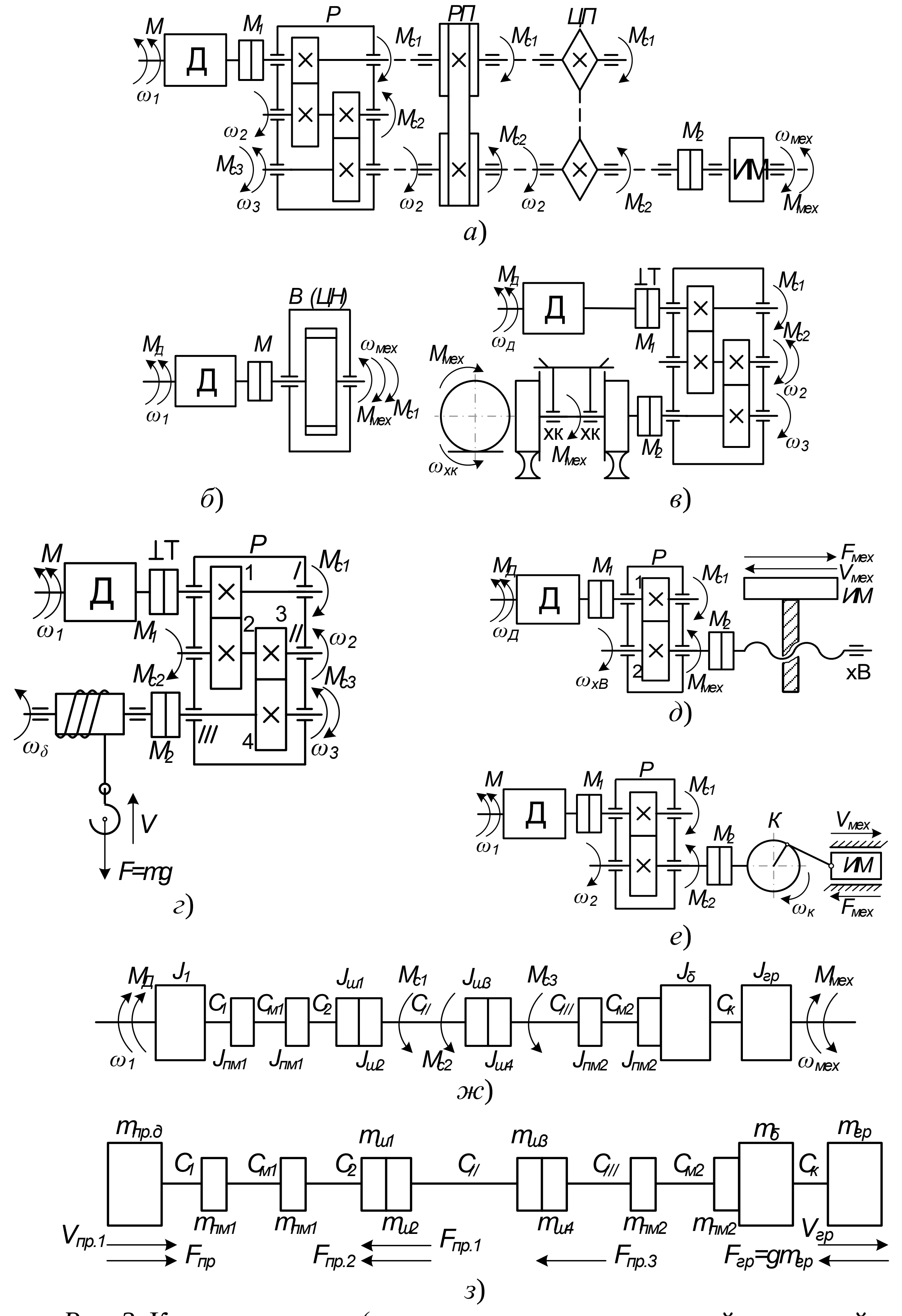


Рис. 3. Кинематические (механизмов: цилиндрической, ременной и цепной передач (*а*), при кручении (*б*), перемещения тележки (*в*), подъемной лебедки (*г*), передачи (*д*), возвратно-поступательного движения (*е*)) и расчетные (вращения вала двигателя (*ж*), линейной скорости перемещения груза (*з*)) схемы электроприводов

Для составления расчетной схемы механической части необходимо определить моменты инерции вращающихся элементов (или массы поступательно движущихся частей), жесткости (податливости) упругих элементов между этими массами, кинематические зазоры, кинематические погрешности, характеристики механического демпфирования и нагрузки на рабочих органах ИМ.

2.2. Определение моментов инерции вращающихся деталей привода

Результирующий момент инерции при вращении тела, кг·м^2

$$J = m\rho^2, \tag{2.1}$$

где m – масса тела;

ρ – радиус инерции.

Радиусы инерции и моменты инерции простейших тел приведены в табл. 2.

Обычно детали имеют более сложную форму, чем это указано в данной таблице. Для вычисления моментов инерции такую деталь условно разбивают на простейшие и суммарный момент инерции детали определяют как сумму моментов инерции простейших деталей или как разность, если деталь имеет полости. Зубчатое колесо, ходовой винт рассматриваются как сплошное тело, диаметры которых равны среднему диаметру зацепления.

Момент инерции ротора двигателя, если дано значение «махового момента» GD^2, кг·м^2

$$J = \frac{GD^2}{4}. \tag{2.2}$$

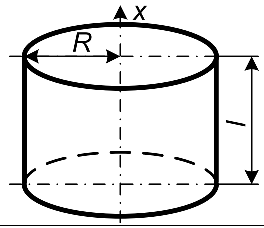
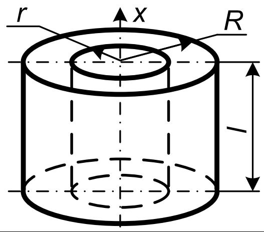
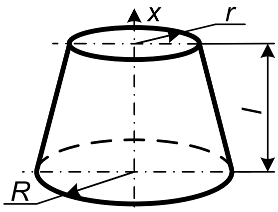
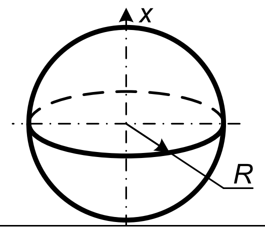
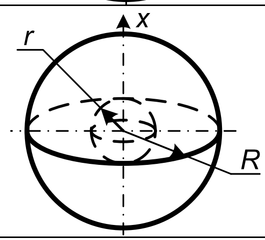
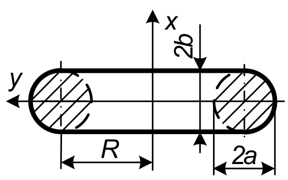
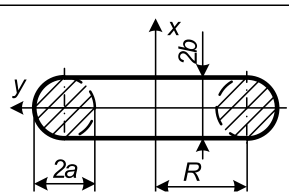
Если каталожные данные неизвестны, то можно пользоваться эмпирической формулой [1]

$$J = 0{,}1 \cdot G d_p^2, \tag{2.3}$$

где d_p – наружный диаметр ротора, м;

$G = m$ – масса ротора, кг.

Таблица 2

Форма тела	Радиус инерции, м	Момент инерции, кг·м^2, где δ – плотность материала, кг/м^3
	$\rho_x^2 = \dfrac{R^2}{2}$	$J_x = \delta \dfrac{\pi R^4}{2} l$
	$\rho_x^2 = \dfrac{R^2 + r^2}{2}$	$J_x = \delta \dfrac{\pi \left(R^4 - r^4\right)}{2} l$
	$\rho_x^2 = \dfrac{3}{10} \cdot \dfrac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$	$J_x = \delta \dfrac{\pi l}{10} \cdot \dfrac{R^5 - r^5}{R - r}$
	$\rho_x^2 = \dfrac{2}{5} R^2$	$J_x = \delta \dfrac{8\pi}{15} R^5$
	$\rho_x^2 = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$	$J_x = \delta \dfrac{8\pi}{15} \left(R^5 - r^5\right)$
	$\rho_x^2 = \dfrac{4R^2 + 3a^2}{4}$; $\rho_y^2 = \dfrac{4R^2 + 5a^2}{8}$	$J_x = \delta \dfrac{\pi^2 R a^2}{2} \left(4R^2 + 3a^2\right)$; $J_y = \delta \pi^2 R a^2 \left(4R^2 + 5a^2\right)$
	$\rho_x^2 = \dfrac{4R^2 + 3a^2}{4}$; $\rho_y^2 = \dfrac{4R^2 + 3a^2 + 2b^2}{8}$	$J_x = \delta \dfrac{\pi^2 R a b}{2} \left(4R^2 + 3a^2\right)$; $J_y = \delta \dfrac{\pi^2 R a b}{2} \left(4R^2 + 3a^2 + 2b^2\right)$

2.3. Коэффициенты жесткости и податливости при растяжении и кручении

При растяжении (сжатии) отношение усилия к деформации (рис. 4*а*) называют жесткостью, Н/м

$$C_j = \frac{F_j}{\Delta S_j} = \frac{E_j S_j}{l_j}, \tag{2.4}$$

где C_j – жесткость *j*-го элемента при растяжении (сжатии);

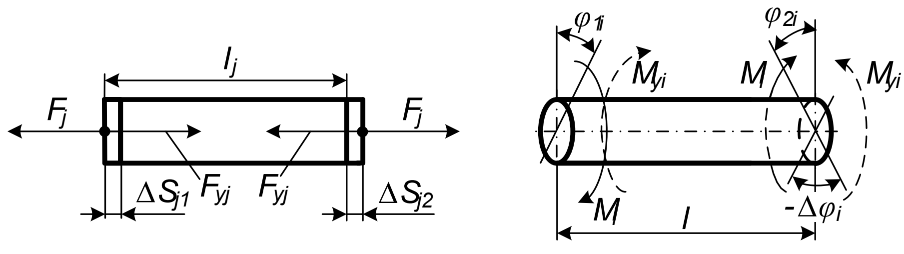
F_j – усилие при растяжении (сжатии), приложенное к *j*-му элементу;

$\Delta S_j = \Delta S_{j1} + \Delta S_{j2}$ – деформация *j*-го элемента;

E_j – модуль продольной упругости (табл. 3);

S_j – площадь поперечного сечения стержня;

l_j – длина стержня.



а) *б*)

Рис. 4. Усилия и деформации при растяжении (*а*), кручении (*б*)

Таблица 3

Материал	Модуль продольной упругости, н/м^2	Модуль сдвига, н/м^2
Углеродистые стали	(2–2,1) $\cdot 10^{11}$	$8,1 \cdot 10^{10}$
Хромоникелевые стали	$2,1 \cdot 10^{11}$	$8,1 \cdot 10^{10}$
Чугун	(1,5–1,6) $\cdot 10^{11}$	$4,5 \cdot 10^{10}$
Бронза фосфоритная	$1,15 \cdot 10^{11}$	$4,2 \cdot 10^{10}$
Латунь	(0,91–0,99) $\cdot 10^{11}$	(3,5–3,7)$\cdot 10^{10}$
Алюминий технический	(0,7–0,75) $\cdot 10^{11}$	(2,6–2,7)$\cdot 10^{10}$

Величина, обратная жесткости, называется податливостью

$$e_j = \frac{1}{C_j}. \tag{2.5}$$

При кручении, когда к концам стержня приложены моменты M_i в плоскости, перпендикулярной оси стержня, стержень (вал) работает на кручение (рис. 3*б*).

Коэффициенты жесткости и податливости вала при кручении Н·м/рад; рад/Н·м

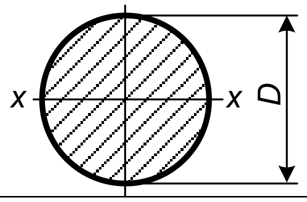
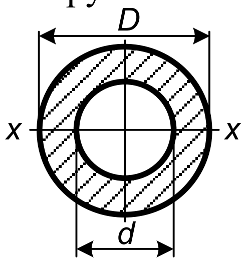
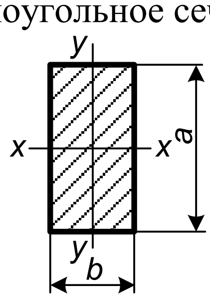
$$C_i = \frac{M_i}{\Delta\varphi_i} = \frac{GJ_p}{l};\ e_i = \frac{1}{C_i} = \frac{l}{GJ_p}, \tag{2.6}$$

где G – модуль сдвига (табл. 3);

J_p – полярный момент инерции сечения вала (для простейших сечений зависимости J_p приведены в табл. 4);

l – длина рабочего участка вала.

Таблица 4

Форма сечения	Полярный момент инерции	Основной момент инерции сечения
Сплюснутое круглое сечение 	$J_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0{,}1D^4$	$J_x = \frac{\pi D^4}{64}$
Полое круглое сечение 	$J_p = \frac{\pi}{32}\left(D^4 - d^4\right)$	$J_x = \frac{\pi}{64}\left(D^4 - d^4\right)$
Прямоугольное сечение 	$J_p = ab^3\left[\frac{16}{3} - 3{,}36\frac{b}{a}\left(1 - \frac{b^4}{12a^4}\right)\right]$	$J_x = \frac{a^3 b}{12}$; $J_y = \frac{ab^3}{12}$

Если вал ступенчатый, то угол закручивания

$$\Delta\varphi_{i\sum} = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i \, , \tag{2.7}$$

где i – число ступеней вала.

Жесткость и податливость такого вала

$$C_{\sum i} = \frac{M_y}{\Delta\varphi_{i\sum}} = \frac{M_y}{\sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i} = \sum_{i=1}^{n} C_i \, ; \; e_{\Sigma i} = \frac{1}{C_{\sum i}} \, . \tag{2.8}$$

Формулы для расчета коэффициентов жесткости валов на кручение $C_к$, согласно [45], приведены в табл. 5.

Значения коэффициентов для расчета на кручение валов сложной формы приведены на рис. 5.

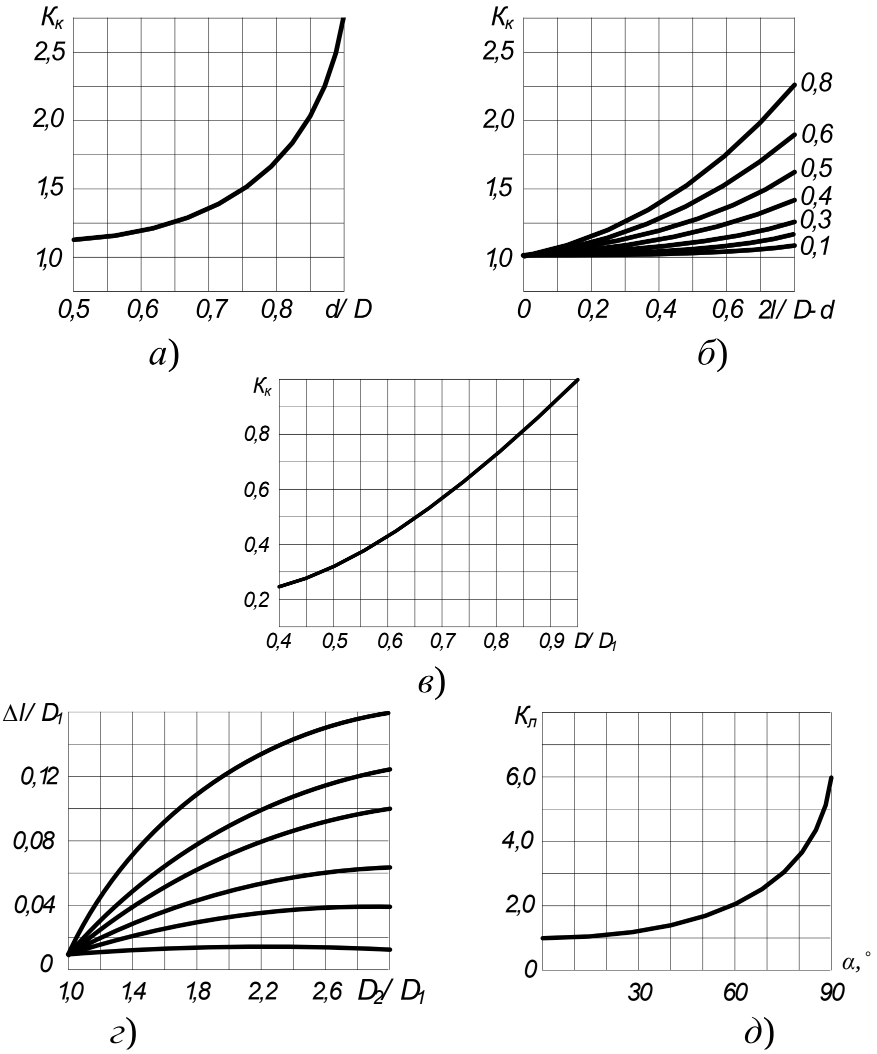
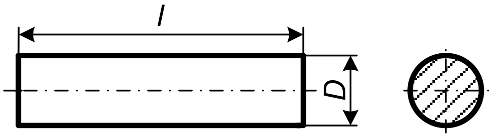
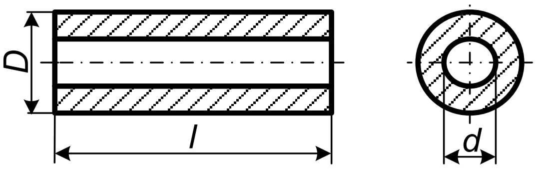
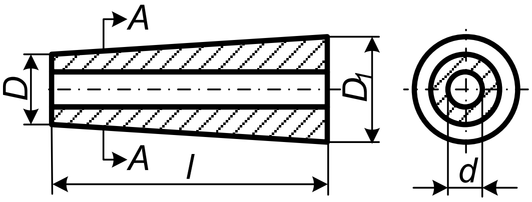
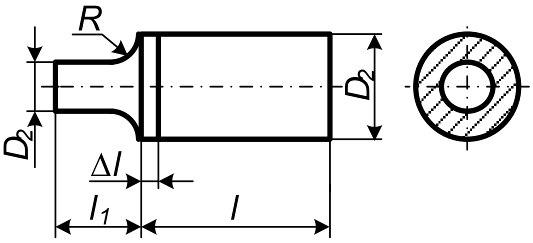
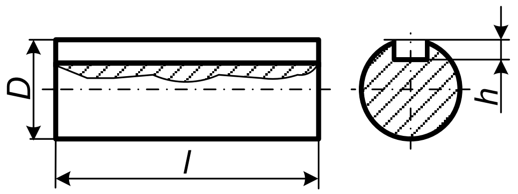
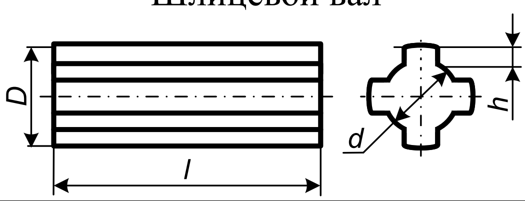
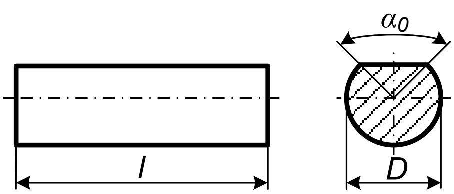


Рис. 5. Коэффициенты для расчета валов сложной формы:

$K_к = f\left(d/D\right)$ (*а*), $K_к = f\left(2l/\left(D-d\right)\right)$ (*б*), $K_к = f\left(D/D_1\right)$ (*в*),

$\Delta l/D_1 = f\left(D_2/D_1\right)$ (*г*), $K_л = f\left(\alpha\right)$ (*д*)

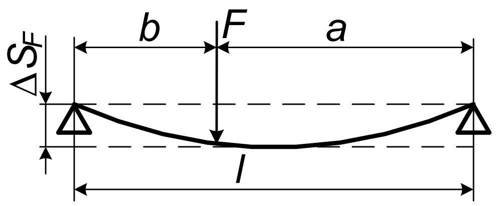
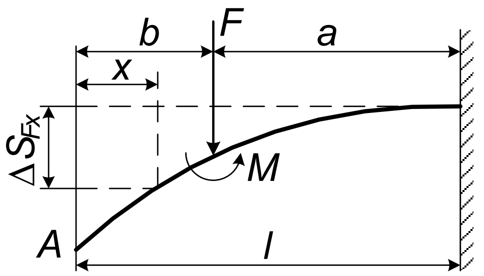
Таблица 5

Форма вала	Коэффициент жесткости	Коэффициенты
Сплошной круглый вал 	$C_к = \frac{\pi G D^4}{32 \cdot l}$	–
Вал с осевым сверлением 	$C_к = \frac{\pi G D^4}{32 \cdot l K_c}$	$K_c = \frac{1}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$ (рис. 4*а*)
Конический вал с отверстием 	$C_к = \frac{\pi G D^4}{32 \cdot l K_c K_к}$	$K_к = \frac{1}{3}\frac{D}{D_1}\left(1+\frac{D}{D_1}+\frac{D}{D_1^2}\right)$ (рис. 4 *в*)
Ступенчатый вал с галтелью 	$C_к = \frac{\pi G}{32 \cdot K_э}$	$K_э = \frac{(l_1 + \lambda D_1)}{D_1^4} + \frac{l_2}{D_2^4}$; $\lambda = \frac{\Delta l}{D_1}$; $R = \frac{D_1}{4}$ (рис. 4*б*)
Вал со шпоночной канавкой 	$C_к = \frac{\pi G D_1^4}{32 \cdot l}$	$D_1 = D - 0{,}5 \cdot h$
Шлицевой вал 	$C_к = \frac{\pi G d^4}{32 \cdot l}$	–
Вал с лыской 	$C_к = \frac{\pi G D^4}{K_л l}$	Значение $K_л$ выбирать в соответствии с рис. 4*д*

2.4. Деформации при изгибе

При поперечном изгибе балок, стержней, валов деформация (прогиб балки) зависит от длины балки, формы ее поперечного сечения, вида опор, места приложения усилия. Для простейших случаев балок постоянного сечения соотношения для прогиба приведены в табл. 6.

Таблица 6

Балка, свободно опертая по концам 	Прогиб в точке F $$\Delta S_F = \frac{Fa^2b^2}{3EJ_x l};\ \Delta\varphi_F = \frac{Fa^2b^2}{2EJ_x},$$ где J_x – осевой момент инерции сечения балки по отношению к линии, проходящей перпендикулярно плоскости изгиба через центр тяжести сечения (табл. 4)	
Консоль, жестко заделанная 	Прогиб в точках от A до F	Угол поворота конца балки
	от силы F:	
	$\Delta S_{F_x} = \frac{F}{6EJ_x}\left(3a^2b - a^3 - 3a^2x\right)$	$\Delta\varphi_F = \frac{Fa^2}{2EJ_x}$
	от изгибающего момента M:	
	$\Delta S_м = \frac{Ma}{EJ_x}\left(x - l + \frac{1}{2}a\right)$	$\Delta\varphi_м = \frac{Ma}{EJ_x}$

Соотношения для ΔS в более сложных случаях приводятся в справочной литературе [40, 41].

2.5. Жесткость и податливость элементов конструкции приводов

2.5.1. Жесткость и податливость неподвижных соединений

При нагружении конструкции приводов в стыках этих элементов возникают упругие деформации, которые в общем балансе деформаций привода могут достигать существенных величин.

Картина деформации при нагружении плоского стыка приложенной силой F и моментом M изображена на рис. 6. Под действием силы F происходит деформация стыка на величину ΔS_F под действием момента M на угол $\Delta\varphi_м$.

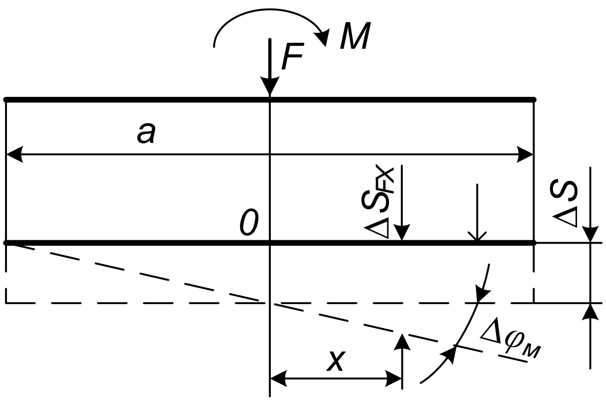


Рис. 6. Картина деформации плоского стыка приложенной силой F и моментом M

<u>Жесткость и податливость стыка от действия сосредоточенной силы F</u>

В общем случае деформация стыка ΔS_F нелинейно зависит от приложенной силы, а именно [40], мкм

$$\Delta S_F = æ \left(\frac{F}{S} \right)^{0,5}, \tag{2.9}$$

где S – площадь сечения стыка;

F – приложенная сила;

æ – коэффициент контактной податливости.

Коэффициент æ зависит от качества обработки сопрягаемых поверхностей и тем больше, чем грубее обработка. При тщательной обработке æ = $(5–6,5)\cdot 10^{-4}$ мкм·м·Н, а при сравнительно грубой обработке æ = $(25–38)\cdot 10^{-4}$ мкм·м·Н.

Затяжкой болтов в стыках соединяемых деталей создается предварительный натяг силой F_0, которая выбирается из условия, чтобы при воздействии максимальной растягивающей внешней силы $F_{m.max}$ стык не раскрывался. При расчетах F_0 принимается равным

$$F_0 = \gamma F_{m.max}, \tag{2.10}$$

где $\gamma = 1,5–2,5$.

При небольшом изменении силы F зависимость (2.9) можно линеаризовать, найдя приращение деформации ΔS_F от приращения силы ΔF

$$\Delta S_F = æ \frac{0,5}{S^{0,5} F_0^{0,5}} \Delta F = \Delta S \Delta F . \tag{2.11}$$

Отношение, мкм/Н

$$e = \frac{\Delta S}{\Delta F} = \frac{æ}{2\sqrt{SF_0}} \qquad (2.12)$$

характеризует податливость стыка, которая зависит от усилия предварительного натяга стыка F_0, уменьшаясь с его увеличением.

Угловая деформация стыка от действия изгибающего момента M [40], рад

$$\Delta\varphi = æ_{м}\frac{M}{J_x}\cdot 10^{-6}, \qquad (2.13)$$

где J_x – осевой момент инерции сечения стыка относительно оси, проходящей через точку 0 перпендикулярно плоскости чертежа. Для прямоугольного сечения (см. табл. 4) $J_x = a^3 b$.

Согласно [40] коэффициент

$$æ_{м} = 0{,}5\ æ\sqrt{\frac{S}{F_0'}}, \qquad (2.14)$$

где æ – имеет значение, указанное ранее, в зависимости от качества обработки;

F_0' – результирующее усилие в стыке от действия силы натяга F_0 и внешней силы F, т. е.

$$F_0' = F_0 \pm F. \qquad (2.15)$$

Жесткость и податливость стыка при кручении

$$C = \frac{M}{\Delta\varphi} = \frac{J_x}{æ_{м}}; \quad e = \frac{æ_{м}}{J_x}. \qquad (2.16)$$

Касательная жесткость неподвижных соединений

Рассчитывается на основе линейной зависимости деформации стыка ΔS_τ от действия внешнего касательного усилия T [40], мкм

$$\Delta S_\tau = æ_\tau \frac{T}{S}, \qquad (2.17)$$

где S – площадь стыка.

Коэффициент контактной податливости для затянутых соединений $æ_\tau = 1 \cdot 10^{-6}$ мкм·м²/Н, а при отсутствии предварительного натяга $æ_\tau = (3{,}0 - 3{,}5) \cdot 10^{-6}$ мкм·м²/Н [40].

Касательная жесткость, Н/мкм и податливость стыка, мкм/Н

$$C_\tau = \frac{S}{æ_\tau}; \; e_\tau = \frac{æ_\tau}{S}. \tag{2.18}$$

2.5.2. Крутильная жесткость и податливость валов и их соединений

Крутильная жесткость валов

Расчет жесткости и податливости валов при кручении выполняется по формулам подраздела 2.3.

Крутильная податливость соединений

Соединение вал – ступица

Податливость соединения [1], рад/Н·м

$$e_{в.с} = \frac{K_ш}{d^2 lhz}, \tag{2.19}$$

где d – диаметр ступицы (для шлицевого соединения $d = d_{ср}$);

l – длина соединения, активная длина шпонки (шлица);

z – число шпонок (шлицев).

Коэффициенты податливости: $K_ш = 6{,}4 \cdot 10^{-12}$ м³/Н – для соединения призматической шпонкой; $K_ш = 13{,}6 \cdot 10^{-12}$ м³/Н – для соединения сегментной шпонкой; $K_ш = 4{,}0 \cdot 10^{-12}$ м³/Н – для шлицевого соединения.

Податливость кулачковых муфт

Податливость соединения, рад/Н·м

$$e_{мк} = \frac{4K_к}{D_{ср}^2 bhZ_{расч}}, \tag{2.20}$$

где $D_{ср}$ – средний диаметр зацепления муфты;

b, h – рабочие ширина и высота кулачка;

$Z_{расч}$ = (0,3–0,5)·Z – расчетное число работающих кулачков, где Z – число кулачков муфты;

$K_к$ = (0,3–0,5)·10^{-12} $м^3$/Н – коэффициент контактной податливости.

Податливость втулочно-пальцевых муфт с резиновыми упругими элементами

Приближенно податливость втулочно-пальцевых муфт определяется по эмпирической формуле [45], рад/Н·м

$$e_{м.вп} = \frac{0{,}16}{K_{дин}\sqrt{H^3}d_{max}^3}, \tag{2.21}$$

где $K_{дин}$ = (1–3,5) – динамический коэффициент при колебаниях (зависит от марки резины и ее толщины);

d_{max} – наибольший для данного номера муфты диаметр соединенных валов;

H – твердость резины по Шору.

Податливость зубчатых муфт из-за большого количества контактирующих зубьев и фрикционных муфт, вследствие большой поверхности контакта, можно не учитывать.

2.6. Жесткость подшипниковых узлов

По направлению действия нагрузки подшипники разделяются

– на радиальные, воспринимающие преимущественно радиальную нагрузку;

– упорные, воспринимающие в основном осевую нагрузку;

– радиально-упорные, воспринимающие оба вида нагрузки.

По форме тел качения подшипники делятся на шариковые и роликовые.

По числу рядов тел качения подшипники делятся на одно-, двух-, четырех- и многорядовые.

2.6.1. Радиальная жесткость подшипников качения

Радиальная жесткость подшипников качения [36], Н/мкм

$$C_{п.R} = \frac{F_R}{\Delta S_R}, \tag{2.22}$$

где F_R – радиальная нагрузка на подшипниках, Н;

ΔS_R – радиальная деформация подшипника под нагрузкой, мкм;

$$\Delta S_R = \Delta S'_R - \Delta S''_R, \qquad (2.23)$$

где $\Delta S'_R$ – радиальная деформация подшипника в контакте тела качения;

$\Delta S''_R$ – радиальная деформация в контакте колец подшипника с посадочными поверхностями вала и корпуса.

Величина $\Delta S'_R$ определяется эмпирической формулой

$$\Delta S'_R = \beta \cdot \Delta S_{R0}, \qquad (2.24)$$

где ΔS_{R0} – радиальная деформация в контакте тела качения при нулевом натяге;

β – коэффициент, учитывающий величину натяга.

Для шариковых радиально-упорных подшипников при нормальном натяге β = 0,4–0,5, для роликовых β = 0,25–0,4. При отсутствии натяга β = 1.

Величина ΔS_{R0} определяется из следующих соотношений, мкм:

– для радиальных шариковых подшипников

$$\Delta S_{R0} = 0{,}126\left(\frac{F_R}{iZ}\right)^{2/3}\frac{1}{d_ш^{1/3}}; \qquad (2.25)$$

– для радиальных роликовых подшипников

$$\Delta S_{R0} = 1{,}3 \cdot 10^3\left(\frac{F_R}{iZ}\right)^{0{,}9}\frac{1}{l^{0{,}8}}, \qquad (2.26)$$

где i – число рядов тел качения;

Z – число тел качения в одном ряду;

$d_ш$ – диаметр шариков;

l – длина роликов;

F_R – радиальное усилие.

Радиальная деформация $\Delta S''_R$ в контакте колец подшипника с посадочными поверхностями вала и корпуса, мкм

$$\Delta S''_R = \frac{4F_R k}{\pi d b}\left(1 + \frac{d}{D}\right) \cdot 10^6, \qquad (2.27)$$

где k = (1,0–2,5) $\cdot 10^{-12}$, $м^3$/Н (меньшие значения k следует принимать при повышенной точности изготовления посадочных мест, больших посадочных натягах);

d, D, b – соответственно внутренний, наружный диаметры и ширина подшипника.

2.6.2. Радиальная жесткость подшипников скольжения

Радиальная деформация подшипников скольжения складывается из контактных деформаций вкладышей и деформации масляного слоя. Суммарная деформация [36], мкм

$$\Delta S_R = \frac{2{,}5 F_R}{d^{2{,}1}} \cdot 10^{-5}, \tag{2.28}$$

где F_R – радиальная нагрузка;

d – диаметр шейки вала.

Радиальная жесткость подшипника скольжения, Н/мкм

$$C_R = 0{,}4 \cdot d^{2{,}1} 10^5. \tag{2.29}$$

2.6.3. Радиальная жесткость гидростатического подшипника

Определяется по формуле [36], Н/мкм

$$C_{гст.R} = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{D^2 P_н}{\Delta}, \tag{2.30}$$

где D – диаметр шейки вала;

$P_н$ – номинальное давление насоса, Н/$м^2$;

Δ – диаметральный зазор в подшипнике.

Можно принять $\Delta = 10^{-3} D$. Тогда жесткость подшипника

$$C_{гст.R} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} D P_н. \tag{2.31}$$

2.6.4. Осевая жесткость подшипников качения

В опорах, воспринимающих осевую нагрузку, устанавливаются по два упорных либо радиально-упорных подшипника с предварительным натягом. Жесткость опор по аналогии с жесткостью плоских стыков (см. подраздел 2.5.1) зависит от усилия предварительного натяга. Поэтому для расчета жесткости упорных подшипников можно пользоваться формулой [36], Н/мкм

$$C_0 = K \cdot d \cdot 10^3; \; e_0 = \frac{1}{C_0}, \tag{2.32}$$

где d – внутренний диаметр подшипника;
$K = 5$ для радиально-упорных подшипников;
$K = 10$ для шариковых упорных подшипников;
$K = 30$ для роликовых упорных подшипников.

2.7. Изгибная жесткость валов и опор в зубчатых передачах

В зубчатых передачах передача вращения через зубчатые колеса сопровождается изгибом валов и радиальными деформациями подшипниковых опор, что приводит к дополнительным поворотам зацепляющихся зубчатых колес. Окружные усилия, прикладываемые к зубчатым колесам, расположенным на соответствующем валу, суммируясь векторно, вызывают прогиб вала на величину ΔS_y и деформацию подшипниковых опор на величину ΔS_R.

Для пары зубчатых колес результирующее смещение валов в месте посадки шестерен (рис. 7*а*)

$$\Delta S_1 = \Delta S_{yI} + \Delta S_{RI}; \; \Delta S_2 = \Delta S_{yII} + \Delta S_{RII}. \tag{2.33}$$

Смещение зубчатого колеса, вызванное деформацией опор, для случая расположения шестерен между опорами (рис. 7*б*)

$$\Delta S_R = \left(\Delta S_{RB} - \Delta S_{RA}\right)\frac{a}{a+b} + \Delta S_{RA} = \Delta S_{RB}\frac{a}{a+b} + \Delta S_{RA}\frac{b}{a+b}, \tag{2.34}$$

где S_{RA} и S_{RB} – радиальные деформации подшипниковых опор от усилий в опорах F_A и F_B, рассчитываемые по соотношениям подраздела 2.6.

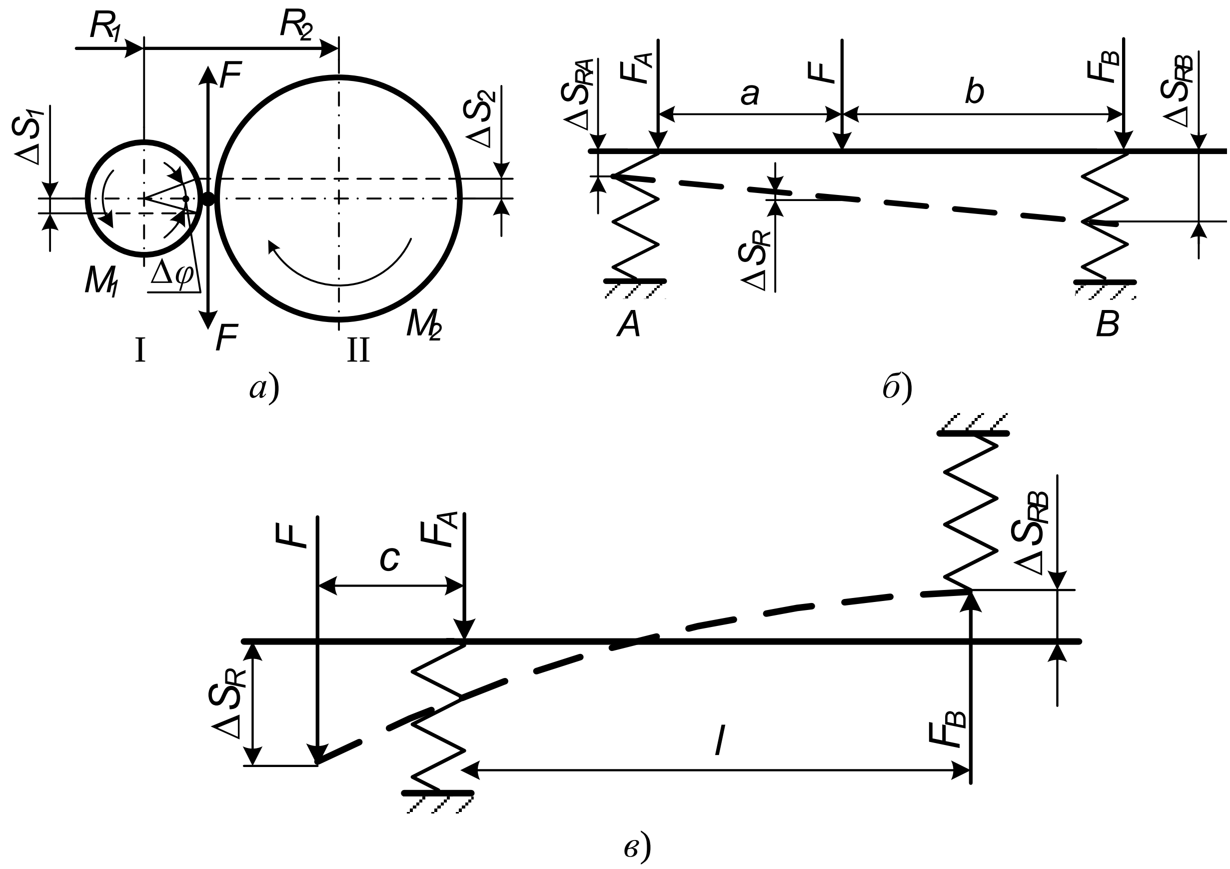


Рис. 7. Результирующее смещение валов в месте посадки шестерен одной пары зубчатых колес: для пары зубчатых колес (*а*), при расположении шестерен между опорами (*б*), при консольном расположении шестерен (*в*)

Для случая консольного расположения шестерен (рис. 7*в*)

$$\Delta S_R = \left(\Delta S_{RA} + \Delta S_{RB}\right)\frac{l+c}{\lambda} - \Delta S_{RB} = \Delta S_{RA} + \left(\Delta S_{RA} + \Delta S_{RB}\right)\frac{c}{l}. \qquad (2.35)$$

Значение прогиба валов ΔS_y рассчитывается с учетом рекомендаций, указанных в табл. 6.

Угол дополнительного поворота ведущего вала I, вызванный суммарной деформацией вала и подшипниковых опор, рад

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{R_1}, \qquad (2.36)$$

а упругость от изгиба валов и деформации опор, приведенная к крутильной, Н·м/рад

$$C_\varphi = M_1 / \Delta\varphi_1; \; e_\varphi = 1/C_\varphi. \qquad (2.37)$$

2.7.1. Податливость зубцов зубчатой передачи

Усилия в зубчатой передаче приводят к возникновению изгибных и контактных деформаций ее зубьев. Приведенная к ведущему валу крутильная податливость от данных деформаций выражается соотношением [45], рад/Н·м

$$e_{\varphi} = \frac{K_3}{bR^2 \cos^2 \alpha}; \;\; C_3 = \frac{1}{e_3}\,, \qquad (2.38)$$

где b – рабочая ширина колеса, м;

α – угол зацепления;

R – радиус начальной окружности зубчатого колеса, расположенного на валу, к которому приводится жесткость передачи (для конических передач R – среднее значение радиуса начальной окружности);

$K_З$ – упругая деформация пары зубьев при действии единичного нормального давления, приложенного на единицу ширины зуба; $K_З = 6 \cdot 10^{-11}$ м^2/Н – для стальных прямозубых колес; $K_З = 3{,}6 \cdot 10^{-11}$ м^2/Н – для косозубых колес; $K_З = 4{,}4 \cdot 10^{-11}$ м^2/Н – для шевронных колес.

2.7.2. Результирующая крутильная податливость зубчатой передачи

Результирующая крутильная податливость складывается из податливостей, обусловленных угловыми деформациями ведущего вала e_y, определяемых по соотношениям подраздела 2.3, изгибной податливости валов и подшипниковых опор (2.36) и податливости зубцов $e_З$ i-го элемента:

$$e_{i\Sigma} = e_{iy} + e_{i\varphi} + e_{i3}; \;\; C_{i\Sigma} = \frac{1}{e_{i\Sigma}}\,. \qquad (2.39)$$

2.8. Жесткость передачи винт-гайка

Контактные деформации в узле обычной передачи винт-гайка скольжения, а также червячно-реечной передачи малы, и при расчетах жесткости их можно не учитывать, т. е. считать жесткость данных узлов бесконечно большой, а податливость – нулевой.

Жесткость шариковой винтовой передачи зависит от значения предварительного осевого натяга $F_0 = 0{,}35 \cdot F_{доп}$ ($F_{доп}$ – допустимая по прочности осевая сила шариковой винтовой передачи), ее можно принять [40, 41] равной, Н/мкм,

$$C_{в.г} = 2d_ш z \cdot 10^3;\ e_{в.г} = \frac{1}{C_{в.г}}, \tag{2.40}$$

где $d_ш$ – диаметр шариков;

z – число рабочих шариков в полугайке (без учета шариков в возвратных канавках).

Жесткость гидростатической, винтовой, червячной и реечной передач рассчитываются по данным [40, 41].

2.9. Крутильная жесткость ременной передачи

Жесткость ременной передачи определяется деформациями ремня под действием окружной силы. Так как обычно ремни надеваются на шкивы с предварительным натяжением, то окружная сила воспринимается обеими ветвями передачи. Однако при больших передаваемых нагрузках, превышающих двойную величину F_0 предварительного натяжения, вся нагрузка воспринимается одной ветвью передачи

$$C_p = \frac{aR^2FE}{l_{эф}}, \tag{2.41}$$

где R – радиус шкива на валу, к которому приводится жесткость, м;

$l_{эф}$ – эффективная (расчетная) длина ветви ремня между шкивами, м;

F – площадь поперечного сечения ремня, м^2;

E – модуль упругости ремня, Н/м^2;

a – коэффициент, учитывающий влияния предварительного натяжения (a = 2, если $F \le 2F_0$; a = 1, если $F > 2F_0$; когда величина F близка к $2F_0$ и при колебаниях периодически ее превышает, можно принять $a \approx 1{,}5$; для клиноременных передач при нормальной эксплуатации a = 2).

В табл. 7 дана величина F для стандартных клиновых ремней.

Расчетная длина ветви

$$l_{эф} \approx \sqrt{L^2 - \left(R_1 - R_2^2\right)} + 0{,}35 \cdot V\left(R_1 + R_2\right), \tag{2.42}$$

где L – межосевое расстояние передачи, м;

R_1, R_2 – радиусы шкивов, м;

V – окружная скорость ремня, м/с.

Таблица 7

Профиль ремня	0	А	Б	В	Г	Д	Е
Площадь сечения F, м^2·10^{-4}	0,47	0,81	1,38	2,30	4,76	6,92	11,7

Модуль упругости прорезиненных ремней $E = (0{,}8–1{,}2)\cdot 10^8$ Н/м^2; для плоских быстроходных ремней из высокополимерных материалов (капрон, перлон, полиэфиры) $E = (22{,}5–38{,}0)\cdot 10^8$ Н/м^2.

Модуль упругости для клиновых ремней с хлопчатобумажным кордом $E = (0{,}6–1{,}2)\cdot 10^8$ Н/м^2, плоских зубчатых ремней с кордом из стальных тросиков $E = (60{,}0–390{,}0)\cdot 10^8$ Н/м^2.

При установке ремней в передачу, т. е. при длительном воздействии предварительного натяжения и динамических нагрузок, модуль жесткости для плоских и клиновых ремней, по данным [45], следует увеличить в два раза по сравнению с приведенными выше значениями.

2.10. Крутильная жесткость цепной передачи

Крутильная жесткость цепной передачи

$$C_ц = \frac{F \cdot t \cdot R^4}{K_ц l}, \tag{2.43}$$

где R – радиус начальной окружности звездочки на валу приведения, м;

$F = ld$ – проекция площади опорной поверхности шарика, м^2;

l – длина втулки для втулочно-роликовых цепей или ширина цепи для зубчатых цепей, м;

d – диаметр валика, м;

t – шаг цепи, м;

$K_ц$ – коэффициент податливости для зубчатых цепей $K_ц = (0{,}8–1{,}0)\cdot 10^{-12}$ м^3/Н, втулочно-роликовых $K_ц = (2{,}0–2{,}5)\cdot 10^{-12}$ м^3/Н.

2.11. Жесткость подвешенного на канате груза

Для создания усилия, обеспечивающего перемещение груза, необходимо отклонение груза от вертикали. При равноускоренном движении это отклонение постоянно. Схема передачи движущегося усилия массе груза показана на рис. 8.

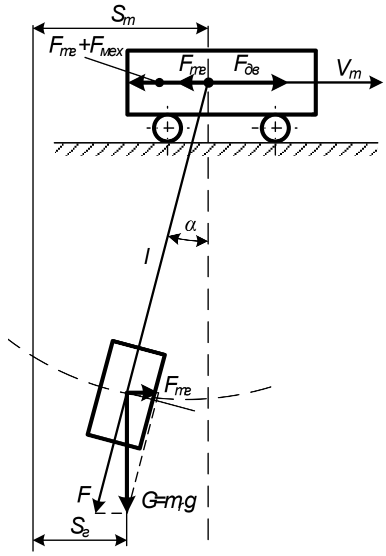


Рис. 8. Схема передачи движущегося усилия при перемещении груза

При отклонении груза от вертикали силу тяжести груза можно разложить на две составляющие. Составляющую F уравновешивает натяжение каната, а составляющая $F_{тг}$ является движущей силой, обеспечивающей перемещение груза

$$F_{тг} = G\ tg\alpha = \frac{G}{l\cos\alpha}\left(S_т - S_г\right). \tag{2.44}$$

По определению жесткости (отношение усилия к соответствующей деформации) можно записать выражение для жесткости упругой связи тележка-груз

$$C_{тг} = \frac{F_{тг}}{S_т - S_г}. \tag{2.45}$$

После подстановки в (2.45) значения $F_{тг}$ из (2.44) выражение для определения жесткости примет вид:

$$C_{тг} = \frac{G}{l\cos\alpha}. \tag{2.46}$$

Следовательно, жесткость является переменной величиной, зависящей от угла отклонения нити подвеса от вертикали. На практике большая величина l и малые углы отклонения дают возможность полагать, что $l\cos\alpha \approx l$. Тогда

$$C_{тг} = \frac{G}{l}. \tag{2.47}$$

2.12. Расчет нагрузок на валы

Окружная сила на зубчатых колесах и цепных звездочках

$$F_o = \frac{2M}{d}, \tag{2.48}$$

где d – длительный диаметр зубчатого колеса или цепной звездочки;
M – вращающийся момент на данном валу.

Нагрузку на вал от цепной передачи приближенно принимают направленной параллельно ведущей ветви цепи и равной окружной силе, умноженной на коэффициент, зависящий от положения передачи (для горизонтальной передачи коэффициент равен 1,15, для вертикальной – 1,05).

Сила, действующая на вал и подшипники с учетом окружной и радиальной составляющих [3]:

$$F = 1{,}1\,F_o. \tag{2.49}$$

Сила на валу от ременной передачи принимается направленной вдоль линии шкивов и определяется по формуле, Н

$$F = 200\,\sigma_0 F\, sin\frac{\alpha}{2}, \tag{2.50}$$

где σ_0 – начальное напряжение, обычно принимаемое для плоскоременных передач равным 1,8 МПа, а для клиноременных 1,2–1,5 МПа;
F – площадь поперечного сечения ремня, см^2;
α – угол охвата шкива, град.

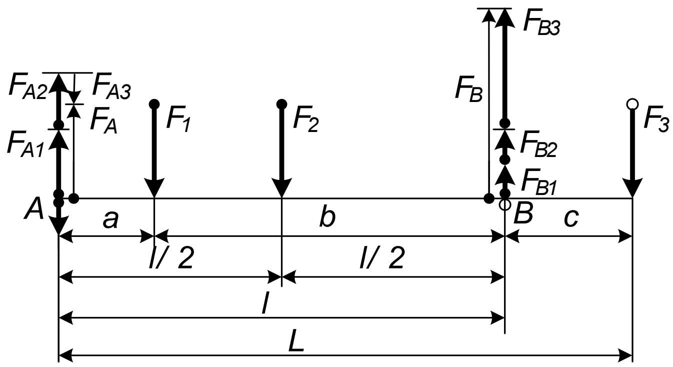
Если нагрузки, действующие на вал, не лежат в одной плоскости, то их раскладывают по двум взаимно перпендикулярным координатным плоскостям, и в каждой из этих координатных плоскостей определяют изгибающие моменты и реакции опор, а затем проводят их геометрическое суммирование.

Расчет может быть упрощен за счет надлежащего выбора координатных плоскостей. Например, если окружные силы от ведомого и ведущего элементов взаимно перпендикулярны или параллельны, то оси следует направить вдоль этих сил. Отклонениями от перпендикулярности или параллельности в пределах 10–15° пренебрегают, совмещая силы с осями координат. Допускается также совмещение сил в одну плоскость, если угол между ними не более 30°.

Определение реакций опор

Для характерных случаев нагружения при расположении шестерен между опорами и консольного расположения шестерен в табл. 8 приведены формулы для определения реакций опор и изгибающих моментов. При расчетах вал принимают за балку, лежащую на шарнирных опорах.

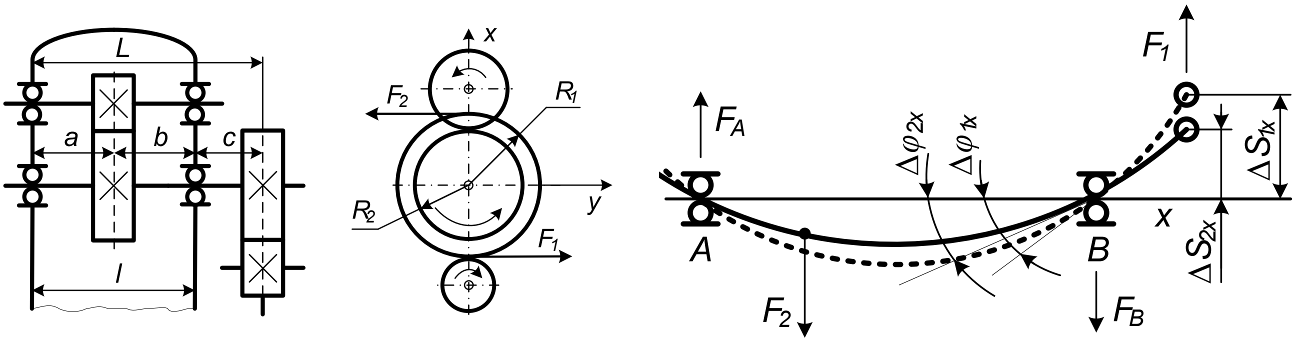
Таблица 8



1. $F_A = F_{A1} + F_{A2} + F_{A3}$;
   $F_B = F_{B1} + F_{B2} + F_{B3}$.
2. Если приложенная сила F_n имеет направление, обратное указанному на рисунке, то реакции в опоре F_{An} и F_{Bn} меняют знак на обратный.
3. $F_n = F_{An} + F_{Bn}$ (для проверки)

Приложенная сила	F_1		F_2		F_3	
Реакция опор	$+F_{A1}$	$+F_{B1}$	$+F_{A2}$	$+F_{B2}$	$+F_{A3}$	$+F_{B3}$
Формула	$\frac{b}{l}F_1$	$\frac{a}{l}F_1$	$F_{A2} = F_{B2} = \frac{F_2}{2}$		$\frac{c}{L}F_3$	$\frac{L}{l}F_3$

Рассмотрим пример расчета действующих на вал и подшипники сил, а также прогибов. На рис. 9 приведены кинематическая схема (рис. 9*а*), графическое изображение сил (рис. 9*б*) и прогибы вала по оси x (рис. 9*в*).



а) *б*) *в*)

Рис. 9. Кинематическая схема (*а*), графическое изображение сил (*б*) и прогиба валов (*в*)

В табл. 9 приведены расчетные формулы для определения вращающего момента, радиальных сил и сил, действующих на вал и подшипники, а также прогибов валов в плоскости x.

Таблица 9

Определяемая величина		Расчетная формула	Принятые обозначения
Вращающий момент		$M = P_в / \eta$	$P_в$ – мощность на валу; η – КПД рассчитываемого участка передачи
Сила, действующая на вал		$F = 1{,}1\, F_0$	$F_0 = 2M / D$ – окружная сила
Реакция опоры в плоскости x	Опора А	$F_A = \frac{b}{l} F_2 + \frac{c}{l} F_1$	
	Опора В	$F_B = \frac{a}{l} F_2 - \frac{L}{l} F_1$	
Угол наклона упругой линии в расчетном сечении в плоскости x	Отдельно для каждой силы	$F_{nx} = \frac{F_{nx} l^2}{10^4 d^4} K_\theta$	K_θ, K_y – коэффициенты, учитывающие связь между точкой приложения силы и точкой, в которой определяют деформацию (см. графики [45]); l и d – в сантиметрах
Прогиб в расчетном сечении в плоскости x	Отдельно от каждой силы	$y_{nx} = \frac{F_{nx} l^3}{10^4 d^4} K_y$	

2.13. Соединение упругих элементов

В зависимости от конструкции того или иного узла упругие элементы могут иметь последовательное, параллельное или смешанное соединение. На рис. 10 показаны схемы соединений упругих элементов для случая вращательного движения масс.

При последовательном соединении упругих элементов (рис. 10*а*) эквивалентная податливость $e_{экв}$ равна сумме податливостей отдельных элементов

$$e_{экв} = e_1 + e_2 + \ldots e_i + \ldots e_n, \tag{2.51}$$

а эквивалентная жесткость $C_{экв}$

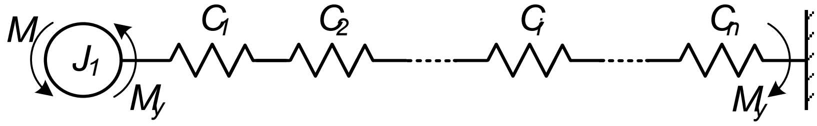
$$\frac{1}{C_{экв}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \frac{1}{C_i} + \ldots \frac{1}{C_n}; \; C_{экв} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots \frac{1}{C_i} + \ldots \frac{1}{C_n}}. \tag{2.52}$$

При параллельном соединении упругих элементов (рис. 10*б*) эквивалентная жесткость упругих элементов равна сумме жесткостей отдельных элементов

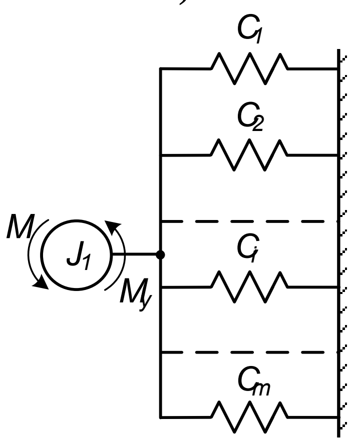
$$C_{экв} = C_1 + C_2 + ...C_j + ...C_m, \tag{2.53}$$

а эквивалентная податливость

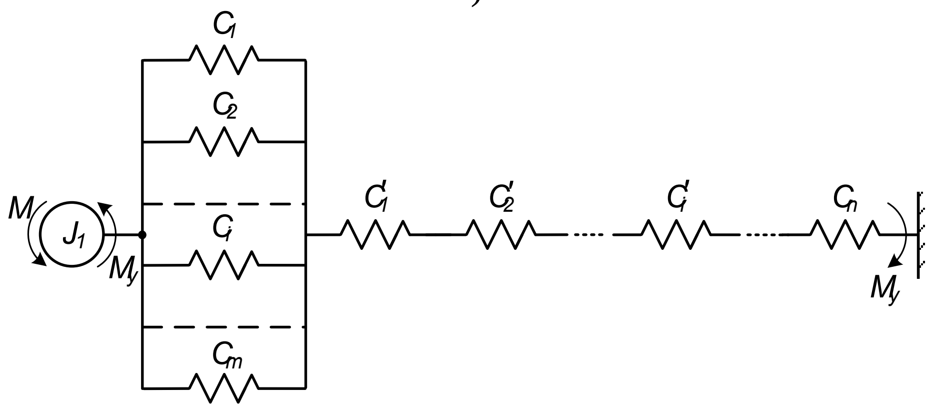
$$e_{экв} = \frac{1}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} + ...\frac{1}{e_j} + ...\frac{1}{e_m}}. \tag{2.54}$$



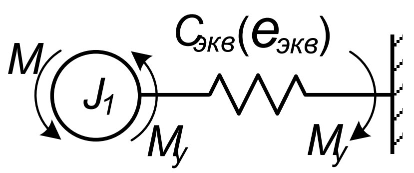
а)



б)



в)



г)

Рис. 10. Схемы соединения упругих элементов: последовательное (*а*), параллельное (*б*), смешанное (*в*), схема с эквивалентной жесткостью (*г*)

При смешанном соединении упругих элементов (рис. 10*в*)

$$C_{экв} = C_1 + C_2 + ...C_j + ...C_m + \frac{1}{\frac{1}{C'_1} + \frac{1}{C'_2} + ...\frac{1}{C'_i} + ...\frac{1}{C'_n}}, \tag{2.55}$$

а податливость

$$e_{экв} = \frac{1}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} + ...\frac{1}{e_j} + ...\frac{1}{e_m}} + C'_1 + C'_2 + ...C'_i + ...C'_n. \tag{2.56}$$

Полученные соотношения справедливы и для поступательного движения масс.

В результате рассмотренных преобразований исходные расчетные схемы с последовательным, параллельным и смешанным соединением упругих элементов приводятся к схеме с эквивалентной жесткостью (податливостью) на рис. 10*г*.

2.14. Механическое демпфирование

При деформации элементов наряду с упругими силами и моментами возникают силы и моменты вязкого трения, пропорциональные скорости деформации

$$F_{в.mj} = \beta_{в.mj}\left(V_j - V_{j+1}\right);\; M_{в.mi} = \beta_{в.mi}\left(\omega_i - \omega_{i+1}\right), \tag{2.57}$$

где $\beta_{в.mj}$, $\beta_{в.mi}$ – коэффициенты вязкого трения;

V_j, V_{j+1} и ω_i, ω_{i+1} – линейные и, соответственно, угловые скорости концов демпфируемого элемента. В качестве прямой оценки колебательности в системах используется логарифмический декремент, равный логарифму отношения двух соседних амплитуд колебаний

$$\lambda = ln\left(\frac{A_1}{A}\right) = \frac{2\pi\alpha_{в.m}}{\Omega_p}, \tag{2.58}$$

где $\alpha_{в.m}$ и Ω_p – коэффициент затухания и резонансная частота колебаний с учетом влияния диссипативных сил. По данным технической литературы [8, 17, 25], затухание колебаний при естественном механическом демпфировании невелико и оценивается значениями λ = 0,1–0,3.

2.15. Нагрузки рабочих машин и механизмов

Механическая часть ЭМС осуществляет «передачу механической энергии от ротора электродвигателя к исполнительному механизму рабочей машины и преобразование этой энергии. Данное прямое направление передачи энергии от источника электроэнергии соответствует основному назначению электропривода» [23]. Обратное направление передачи энергии от двигателя возникает при активном характере нагрузки на валу ИМ.

Моменты (силы), воздействующие на механическую часть ЭМС, подразделяются на две части: сосредоточенные на ИМ нагрузки и распределенные по элементам механической части моменты (силы) трения, возникающие как реакция на движущие усилия двигателя.

Выполнение технологических операций связано с преодолением ИМ машины полезных моментов и сил сопротивления

$$M_{c0\Sigma} = M_{c\Sigma} + M_{пол\Sigma}, \qquad (2.59)$$

где $M_{c\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} M_{co.npi} + \sum M_{co.npj}$ – суммарный приведенный момент от сил трения в элементах механической части;

i, j – число моментов и сил трения в механической системе;

$M_{пол\Sigma}$ – приведенный момент полезной нагрузки.

Для количественной характеристики нагрузки на ИМ используется механическая характеристика механизма, представляющая собой зависимость момента силы от скорости $M_c = f(\omega)$, $F_c = f(V)$. Для получения обобщенных результатов воспользуемся эмпирической зависимостью

$$M_c = M_{co} + (M_{c.н} - M_{co})\left(\frac{\omega}{\omega_н}\right)^n, \qquad (2.60)$$

где M_c – момент сопротивления на ИМ при текущей скорости ω_i;

M_{co} – момент сопротивления, обусловленный силами трения в ИМ;

$M_{c.н}$ – момент сопротивления при номинальной скорости $\omega_н$;

n – показатель степени.

Выражение для полезного момента сопротивления

$$M_{c.пол} = M_{c.н}\left(\frac{\omega}{\omega_н}\right)^n. \qquad (2.61)$$

Механические характеристики $M_{с.пол} = f(\omega)$ с различными типами нагрузки на ИМ приведены на рис. 11.

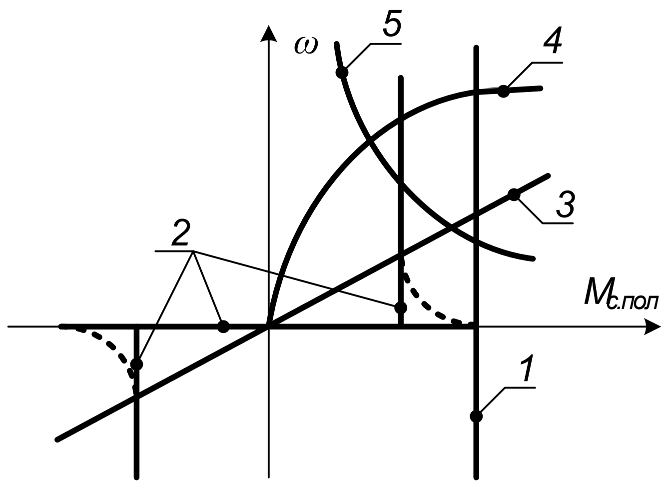


Рис. 11. Механические характеристики производственных механизмов:
1 – активная; 2 – сухого трения; 3 – вязкого трения; 4 – вентиляторная;
5 – постоянства мощности

Моменты сопротивления $M_{с.пол}$ имеют активный или реактивный характер. Нагрузки активного характера обусловлены потенциальными силами и не меняют своего направления при изменении направления движения ИМ. Нагрузки реактивного характера обусловлены силами трения, которые всегда действуют в направлении, противоположном направлению движения.

Механизмы также классифицируются по типу нагрузки на ИМ в зависимости от скорости:

– механизмы с нагрузкой, не зависящей от скорости $n = 0$, $M_{с.пол} = const$ (подъемные механизмы лебедок кранов, лифтов, подъемников) с активным характером момента;

– механизмы с моментом сопротивления типа сухого трения $n = 0$, $M_{с.пол} = |M_{с.пол}| sign(\omega)$. Следует заметить, что коэффициент трения покоя значительно больше коэффициента трения при движении, поэтому статический момент сухого трения в области низких скоростей будет существенным большим (см. штриховые линии на рис. 11). Такую механическую характеристику имеют:

– механизмы с нагрузкой реактивного характера (механизмы поворота передвижения);

– механизмы с нагрузкой типа вязкого трения $n = 1$, $M_{с.пол} = \beta_{вт}\omega$, где $\beta_{вт}$ – коэффициент вязкого трения;

– механизмы с вентиляторным характером нагрузки $n = 2$, $M_{с.пол} = M_{с.н}\left(\omega/\omega_н\right)^2$ (центрифуги, центробежные насосы и вентиляторы, гребные установки судов);

– механизмы с нагрузкой типа постоянной мощности $n = -1$, $M_{с.пол} = M_{с.н}\left(\omega/\omega_н\right)$ (механизмы металлорежущих станков, моталки).

Ряд механизмов имеют момент нагрузки, зависящей от углового положения вала ИМ $M_c = f(\varphi)$. Причиной появления периодических нагрузок, зависящих от угла поворота вала двигателя, являются нелинейные кинематические связи типа кривошипно-шатунных, эксцентриковых, кулисных механизмов (прессы, поршневые насосы, летучие ножницы).

«Статические нагрузки могут быть случайными функциями от времени, которые характеризуются статистическими параметрами: математическим ожиданием, дисперсией, спектральной плотностью. Такой характер имеют механизмы буровых машин, экскаваторов, шаровых и дисковых мельниц, ветровая нагрузка, действующая на антенны, краны и другое оборудование, установленное на открытом воздухе» [23].

При определении приведенного статического момента M_c формула (2.59) удобна для использования тогда, когда все действующие силы и моменты в двигателе, передаточном и исполнительном механизмах определены. Моменты потерь в двигателе и передачах имеют вид момента сухого трения со слабой вентиляционной составляющей, обусловленной самовентиляцией двигателя. Обычно потери в передающем и исполнительном механизмах неизвестны, и для их учета используется КПД механизма

$$\eta_{мех} = \eta_1 \cdot \eta_2 ... \eta_i ... \eta_n \cdot \eta_{им} = \eta_{пм} \cdot \eta_{им}, \tag{2.62}$$

где $\eta_{пм} = \eta_1 \cdot \eta_2 ... \eta_i ... \eta_n$ – КПД передаточного механизма;

η_i – КПД элементов кинематической цепи;

$\eta_{им}$ – КПД исполнительного механизма.

Если известен полезный момент нагрузки исполнительного механизма, то для прямого направления передачи энергии от электродвигателя к исполнительному механизму (двигательный режим) (рис. 12), исходя из равенства мощностей

$$M_c\omega_1 = \frac{M_{мех}\omega_{мех}}{\eta_{мех}} + \Delta M\omega_1. \tag{2.63}$$

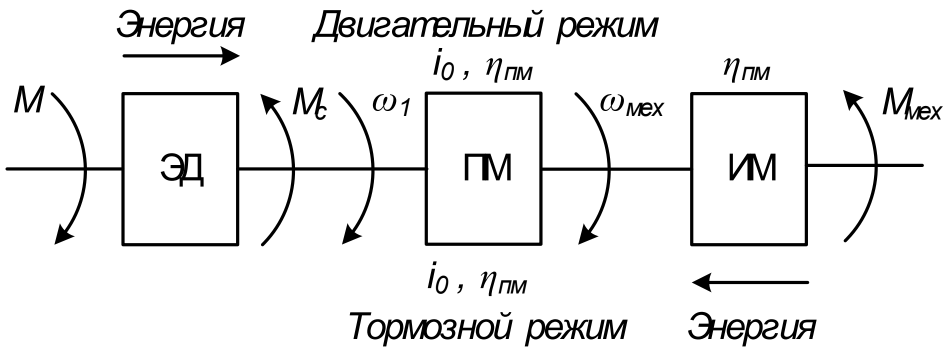


Рис. 12. Механическая часть ЭМС

Тогда момент сопротивления на валу двигателя

$$M_c = \frac{M_{мех}}{i_0 \eta_{мех}} + \Delta M \ , \tag{2.64}$$

где ΔM – момент механических потерь в двигателе;

$i_0 = \omega_1 / \omega_{мех} = i_1 \cdot i_2 ... i_i ... i_n$ – общее передаточное число от двигателя к исполнительному механизму.

При обратном направлении потока энергии (тормозной режим работы двигателя) уравнение баланса мощностей имеет вид

$$M_c \omega_1 = M_{мех} \omega_{мех} \eta_{мех} - \Delta M \omega_1 . \tag{2.65}$$

Следовательно,

$$M_c = \frac{M_{мех}}{i_0} \eta_{мех} - \Delta M \ . \tag{2.66}$$

Момент механических потерь в двигателе невелик, составляет 1–5 % номинального момента двигателя, причем большие значения его соответствуют двигателям небольшой мощности. Если значение ΔM определить трудно, то его можно ориентировочно оценить по этим данным. Во многих практических случаях полагают $\Delta M = 0$, так как точность определена. $M_{мех}$ невелика, формулы приведения момента статической нагрузки к валу двигателя принимают вид:

– для прямого направления передачи энергии (двигательный режим работы двигателя)

$$M_c = \frac{M_{мех}}{i_0 \eta_{мех}} ; \tag{2.67}$$

– для обратного (тормозной режим работы)

$$M_c = \frac{M_{мех}\eta_{мех}}{i_0}. \quad (2.68)$$

При поступательном движении исполнительного механизма уравнение баланса мощностей при прямом направлении потока энергии и $\Delta M = 0$, получим

$$M_c\omega_1 = \frac{F_{мех}V_{мех}}{\eta_{мех}}. \quad (2.69)$$

Тогда

$$M_c = \frac{F_{мех} \cdot \rho}{\eta_{мех}}. \quad (2.70)$$

Для обратного направления потока механической энергии

$$M_c = F_{мех} \cdot \rho \cdot \eta_{мех}. \quad (2.71)$$

Однако КПД передающего механизма является величиной переменной, зависящей от нагрузки, определяющей постоянные и переменные потери в передаче.

Потеря момента в передаче для двигательного режима

$$\Delta M_{пм} = \frac{M_{мех}}{i_0\eta_{пм}\eta_{им}} - \frac{M_{мех}}{i_0\eta_{им}} = \frac{M'_{мех}}{\eta_{пм}} - M'_{мех} = M'_{мех}\left(\frac{1}{\eta_{пм}} - 1\right), \quad (2.72)$$

где $M'_{мех} = \dfrac{M_{мех}}{i_0\eta_{им}}$ – момент механизма, приведенный к валу двигателя.

При допущении, что в тормозном режиме имеет место такая же потеря момента, получим значение момента сопротивления на валу двигателя в режиме торможения

$$M_c = M'_{мех} - \Delta M'_{пм} = M'_{мех} - M'_{мех}\left(\frac{1}{\eta_{пм}} - 1\right) = M'_{мех} - \frac{2\eta_{пм} - 1}{\eta_{пм}}. \quad (2.73)$$

Для (2.73) возможны два случая:

– при $\eta_{пм} > 0{,}5$ и $M_c > 0$, что соответствует тормозному режиму работы двигателя. В случае грузоподъемных механизмов – это опускание груза, когда момент от действия груза на валу двигателя M_c превышает момент потерь $\Delta M_{пм}$ в передаче. Имеем так называемый тормозной спуск;

– при $\eta_{пм}$ < 0,5 и M_c < 0, что соответствует не тормозному режиму, а двигательному режиму работы двигателя. Имеет место так называемый силовой спуск (например, при опускании грузоподъемного механизма).

Потери момента в передачах приближенно выражаются через две составляющие, одна из которых для данной передачи является величиной постоянной, а вторая пропорциональна величине передаваемого момента:

$$\Delta M_{пм} = a \cdot M_{с.н} + в \cdot M_{перед}, \tag{2.74}$$

где a – коэффициент постоянных потерь;

$в$ – коэффициент переменных потерь;

$M_{с.н}$ – номинальный момент передачи;

$M_{перед}$ – передаваемый момент, равный моменту на выходном валу передачи (по направлению передачи энергии).

Для установившегося двигательного режима $M_{перед} = M'_{мех}$, КПД передачи

$$\eta_{пм} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = \frac{M'_{мех}\omega}{\left(M'_{мех} + \Delta M_{пм}\right)\omega} = \frac{M'_{мех}}{M'_{мех} + \Delta M_{пм}}, \tag{2.75}$$

где $P_2 = M'_{мех}\omega$ – мощность на выходном валу передаточного механизма;

$\Delta P = \Delta M_{пм}\omega$ – потери мощности в передаточном механизме.

Подставив (2.74) в (2.75), получим

$$\eta_{пм} = \frac{1}{1 + \dfrac{a}{K_з} + в}, \tag{2.76}$$

где $K_з = \dfrac{M'_{мех}}{M_{с.н}}$ – коэффициент загрузки.

При номинальной загрузке $K_з = 1$

$$\eta_{пм.н} = \frac{1}{1 + a + в}. \tag{2.77}$$

Из (2.76) находим коэффициент *в* и окончательное выражение для КПД

$$\eta_{пм} = \frac{1}{\dfrac{1}{\eta_{пм.н}} + a\left(\dfrac{1}{K_з} - 1\right)}. \tag{2.78}$$

Следовательно, КПД передаточного механизма является функцией коэффициента нагрузки и номинального КПД, так как коэффициент постоянных потерь зависит от номинального КПД и для ряда передач приводится в справочниках. Так, для зубчатых передач коэффициент постоянных потерь практически линейно зависит от номинального КПД (рис. 13). С учетом того что для многих передач $\eta_{пм.н} \approx 0{,}8–0{,}9$, можно ориентировочно принять a = 0,07–0,1 и по (2.78) рассчитать КПД передачи при частичной загрузке.

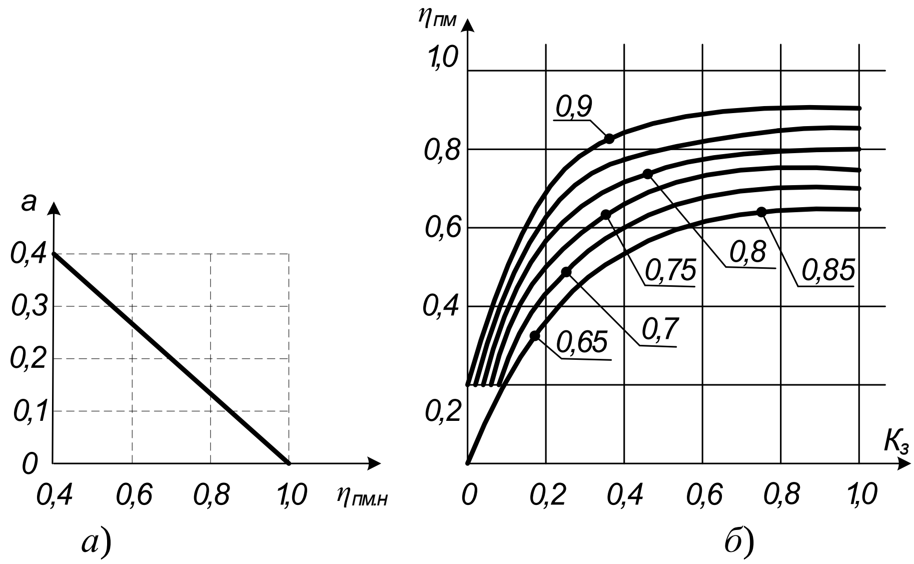


Рис. 13. Зависимости коэффициента постоянных потерь от номинального КПД (*а*) и КПД от нагрузки (*б*)

Для более точного учета потерь, в том числе и в переходных режимах, используют метод непосредственного расчета потерь в передачах [49].

Для двигательного установившегося режима

$$M_с = M'_{мех} + \Delta M'_{пм} = M'_{мех}(1 + в) + a \cdot M_{с.н}. \tag{2.79}$$

При тормозном установившемся режиме

$$M_с = M'_{мех} - \Delta M = M'_{мех} - a \cdot M_{с.н} - в \cdot M_с = \frac{M'_{мех} - a \cdot M_{с.н}}{1 + в}. \tag{2.80}$$

В двигательном режиме при переходном процессе пуска

$$M_c = M'_{мех} + J'_м \frac{d\omega}{dt} = M'_{мех} + a \cdot M_{с.н} + в \cdot M_{мех} + в \cdot J'_м \frac{d\omega}{dt} = \\ = M'_{мех}(1+в) + a \cdot M_{с.н} + в \cdot J'_м \frac{d\omega}{dt}. \qquad (2.81)$$

Подставив (2.81) в уравнение движения

$$M - M_c = (\delta J_д + J'_м)\frac{d\omega}{dt}, \qquad (2.82)$$

получим

$$M - M_{с.э} = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}, \qquad (2.83)$$

где $M_{с.э} = M'_{мех}(1+в) + a \cdot M_{с.н}$; $J_\Sigma = \delta J_д + J'_м(1+в)$ – (2.84)

– эквивалентные статистический момент сопротивления и момент инерции электропривода;

δ = 1,1–1,3 – коэффициент, учитывающий момент инерции двигателя и передаточного механизма;

$J_д$ – момент инерции ротора двигателя.

Для тормозного режима в переходном процессе передаваемый через передаточный механизм момент равен

$$M_{пер} = M - J_д \frac{d\omega}{dt}, \qquad (2.85)$$

где M – момент двигателя в переходном процессе.

Тогда

$$M_c = M'_{мех} - \Delta M = M'_{мех} - a \cdot M_{с.н} = в \cdot M + в \cdot J_д \frac{d\omega}{dt}. \qquad (2.86)$$

Подставив (2.86) в уравнение движения (2.85), найдем

$$M - M_{с.э} = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt},$$

где $M_{с.э} = \dfrac{M'_{мех} - a \cdot M_{с.н}}{1+в}$; $J_э = \dfrac{(в+\delta)J_д + J'_м}{1+в}$ – (2.87)

– эквивалентный статистический момент и момент инерции привода при торможении.

Как видно из полученных соотношений (2.86) и (2.87), эквивалентные статистические моменты при пуске и торможении равны статистическим моментам в установившемся двигательном и тормозном режимах. Учет потерь в передаточном механизме привел к тому, что кажущийся эквивалентный момент инерции при пуске стал больше момента инерции электропривода, а при торможении – меньше.

2.16. Расчет кинематических зазоров в передачах

Зазоры (люфты) являются характерной особенностью механизмов, имеющих зубчатые, цепные, реечные и червячные передачи, а также передачи винт-гайка (за исключением шариковых винтовых передач, где производится выборка зазора). Минимально допустимые зазоры в зацеплении определяются технологическими допусками и возможным изменением размеров зубьев при их нагреве. Ниже в табл. 10–13 приведены значения гарантированного (минимального) бокового зазора $\Delta\varphi_{з min}$ для различных видов передач.

Таблица 10

Цилиндрические зубчатые передачи

Межосевое расстояние между валами, мм	До 80	80–125	125–180	180–250	250–315	315–400	400–500
$\Delta\varphi_{з min}$, мкм	120	140	160	185	210	230	250

Таблица 11

Зубчато-реечные передачи

Размер делительной окружности зубчатого колеса, мм	До 80	80–125	125–180	180–250	250–315
$\Delta\varphi_{з min}$, мкм	120	140	160	185	210

Таблица 12

Конические передачи

Размер большого колеса передачи по средней линии зацепления, мм	До 50	50–100	100–200	200–400
$\Delta\varphi_{з min}$, мкм	100	120	160	210

Таблица 13

Червячные передачи

Межосевое расстояние, мм	До 80	80–120	120–180	180–250	250–315	315–400	400–500
$\Delta\varphi_{з min}$, мкм	130	150	170	200	220	240	360

Расчетные значения зазоров по сравнению с табличными рекомендуется увеличивать в 1,5–2 раза, вследствие допусков на их изготовление и износ в процессе эксплуатации. Суммарный зазор зубчатой передачи, приведенный к валу двигателя, рад

$$\Delta\varphi_{з\Sigma зп} = K\sum_{i=1}^{n}\frac{2\Delta_{з\min i}}{D_i i_i}, \tag{2.88}$$

где $\Delta_{з min i}$ – гарантированный боковой зазор i-й передачи;

D_i – диаметр зубчатого колеса по средней линии зацепления (значения $\Delta_{з min i}$ и D_i должны иметь одинаковую размерность);

i_i – передаточное отношение между i-м валом и валом двигателя;

$K \approx 1{,}5–2$.

Зазоры есть и в подъемно-транспортных машинах, когда связь между грузом и барабаном нарушается образованием слабины каната.

Зазоры оказывают неблагоприятное влияние на работу электропривода: снижают точность выполнения технологических операций рабочими машинами; ускоряют износ передач за счет возникновения при выборе зазоров динамических ударов.

В реальных механических передачах зазор не сосредоточен, а складывается из нескольких зазоров элементов передачи, совершающих вращательное и поступательное движения. Величина суммарного углового зазора, приведенного к валу двигателя, определяется соотношением:

$$\Delta\varphi_{з\Sigma} = \sum_{i=1}^{n}\Delta\varphi_{зi} i_i + \sum_{j=1}^{m}\frac{\Delta S_{зj}}{\rho_j}, \tag{2.89}$$

где $\Delta\varphi_{зi}$ – действительный зазор, выраженный в угловом перемещении i-го вала;

$\Delta S_{зj}$ – действительный зазор, выраженный в линейном перемещении j-й массы.

3. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Исследование динамических режимов многомассовых систем осложнено, с одной стороны, «отсутствием количественных характеристик всех элементов и связей, с другой – наличием ряда второстепенных факторов, мало влияющих на условия движения элементов системы, но значительно усложняющих ее исследование. Поэтому достоверные результаты, дающие представление о взаимодействии основных элементов механической части системы, могут быть получены лишь тогда, когда удается составить достаточно простую расчетную схему реальной ЭМС» [33], удовлетворительно отражающую её свойства.

Основой для составления расчетных схем являются кинематические схемы. Из рис. 3 видно, что механическая часть, в общем случае, представляет собой многомассовую систему с распределенными параметрами, инерционные массы которой «движутся с различными скоростями и могут совершать как вращательное, так и поступательное движение» [33].

3.1. Упрощение расчетных схем

«Упрощение динамических расчетов достигается прежде всего тем, что все распределенные параметры представляются в виде сосредоточенных» [33] – это движущиеся массы m_j, моменты инерции J_i, упругости и податливости при растяжении-сжатии C_j, e_j, при кручении C_i, e_i, зазоры в передачах $\Delta S_{зj}$, $\Delta\varphi_{зi}$. Здесь индекс j соответствует элементам, совершающим поступательное движение, а индекс i – элементам с вращательным характером движения. «Дальнейшее упрощение расчетной схемы достигается приведением ее к одной скорости. В качестве звена приведения может быть выбран любой вращающийся или поступательно движущийся элемент» [33]. Чаще всего в качестве звена приведения выбирают вал двигателя. Условием соответствия приведенной расчетной схемы является равенство их энергетического запаса. Формулы приведения даны в табл. 14. На рис. 14 приведены основные виды передаточных механизмов.

Таблица 14

Приводимый параметр	Приведение вращательных движений	Приведение поступательного движения к вращательному	Приведение вращательного движения к поступательному
Угол поворота	$\varphi_{npi} = \varphi_i \; i_i$	$\varphi_{npj} = \dfrac{S_j}{\rho}$	$S_{npi} = \varphi_i \rho$
Угловая скорость	$\omega_{npi} = \omega_i \; i_i$	$\omega_{npj} = \dfrac{v_j}{\rho}$	$V_{npi} = \omega_i \rho$
Кинематический зазор	$\Delta\varphi_{знpi} = \Delta\varphi_{зi} \; i_i$	$\Delta\varphi_{знpj} = \dfrac{\Delta S_j}{\rho}$	$\Delta S_{зpi} = \Delta\varphi_{зи} \rho$
Момент, усилие	$M_{npi} = \dfrac{M_i}{i_i}$	$M_{npj} = F_j \rho$	$F_{npi} = \dfrac{M_i}{\rho}$
Жесткость	$C_{npi} = \dfrac{C_i}{i_i^2}$	$C_{npj} = C_j \rho^2$	$C_{npi} = \dfrac{C_i}{\rho^2}$
Податливость	$e_{npi} = e_i i_i^2$	$e_{npj} = \dfrac{e_j}{\rho^2}$	$e_{npi} = e_i \rho^2$
Момент инерции, масса	$J_{npi} = \dfrac{J_i}{i_i^2}$	$J_{npj} = m_j \rho^2$	$m_{npi} = \dfrac{J_i}{\rho^2}$
Коэффициент естественного механического демпфирования	$\beta_{npi} = \dfrac{\beta_i}{i_i^2}$	$\beta_{npj} = \beta_i \rho^2$	$\beta_{npi} = \dfrac{\beta_j}{\rho^2}$

В табл. 14 $i = \omega_1 / \omega_i$ – передаточное число от двигателя к i-му элементу передачи; $\rho = V_j / \omega_1$ – «радиус приведения, равный отношению линейной скорости i-го элемента к скорости вращения вала двигателя» [33].

Передаточное число ступени редуктора (рис. 14*а*) равно

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}, \tag{3.1}$$

где Z_1, Z_2 – число зубьев ведущего и ведомого колес редуктора.

Передаточное число многоступенчатого редуктора $i_{\Sigma} = i_1 \cdot i_2 \cdot ... i_n$, где n – число ступеней редуктора.

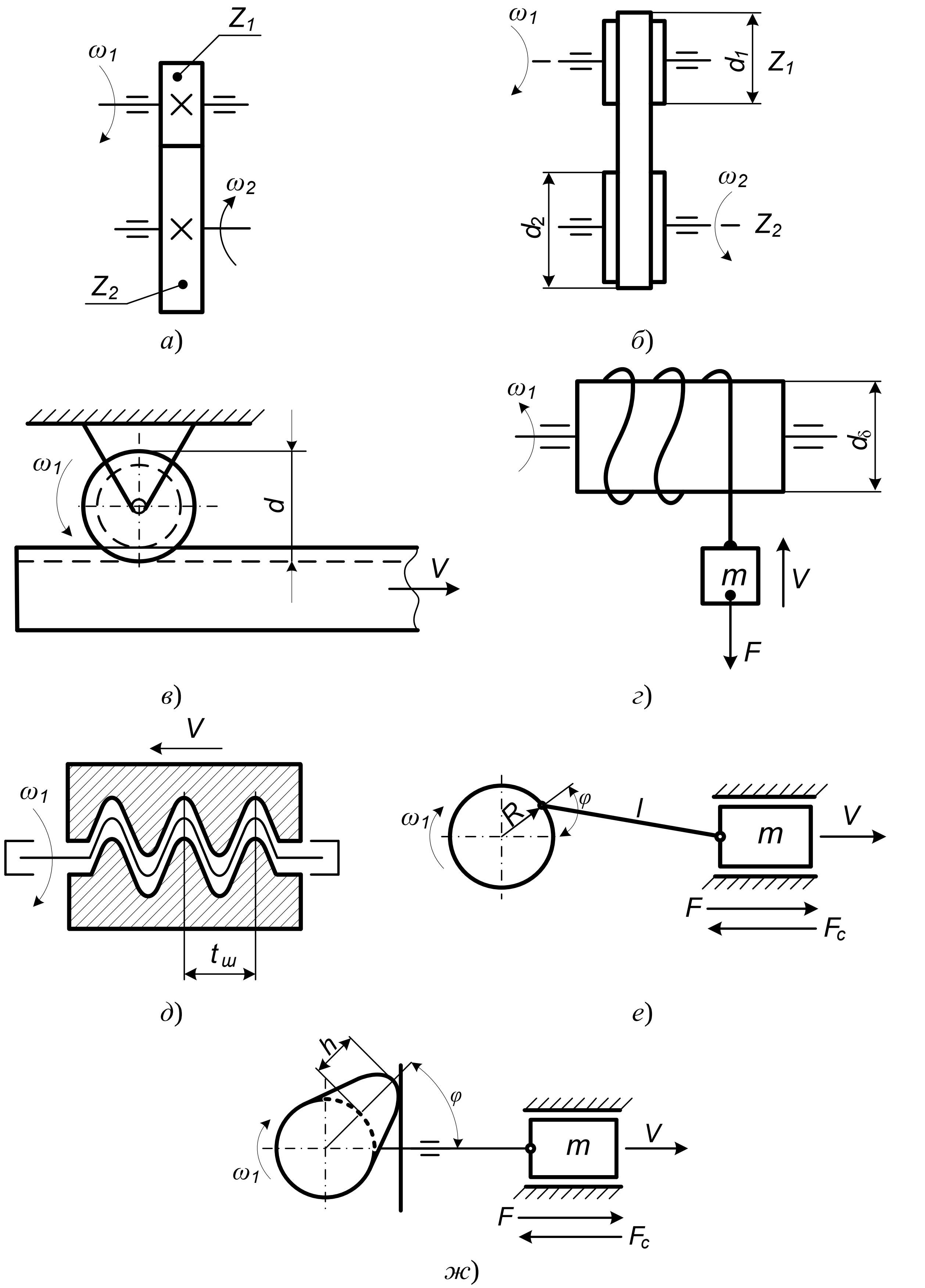


Рис. 14. Передаточные механизмы: зубчатая передача (*а*), ременная и цепная передачи (*б*), реечная передача (*в*), подъемная лебедка (*г*), передача винт-гайка (*д*), кривошипно-шатунный механизм (*е*), эксцентриковый механизм (*ж*)

Передаточные числа ременной и зубчатой передач (рис. 14*б*)

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{Z_2}{Z_1}, \qquad (3.2)$$

где d_1, d_2 – диаметры ведущего и ведомого шкивов;

Z_1, Z_2 – число зубьев ведущей и ведомой звездочек.

Радиус приведения реечной передачи (рис. 14*в*), м

$$\rho = \frac{V}{\omega_1} = \frac{d}{2}. \qquad (3.3)$$

Радиус приведения подъемной лебедки (рис. 14*г*)

$$\rho = \frac{V}{\omega_1} = \frac{d_\delta}{2}. \qquad (3.4)$$

Радиус приведения передачи винт-гайка (рис. 14*д*)

$$\rho = \frac{V}{\omega_1} = \frac{l}{\varphi} = \frac{t_ш Z_4}{2\pi}, \qquad (3.5)$$

где l, V – линейные перемещение, скорость;

φ, ω – угловые перемещение, скорость;

$t_ш$ – шаг винта;

Z_4 – число заходов червяка.

Радиус приведения кривошипно-шатунного механизма (рис. 14*е*) при условии $l >> R$

$$\rho = \frac{V}{\omega_1} = R \cdot sin\, \omega_1 t. \qquad (3.6)$$

Радиус приведения эксцентрикового механизма (рис. 14*ж*)

$$\rho = \frac{V}{\omega_1} = h \cdot sin\, \omega_1 t. \qquad (3.7)$$

На рис. 3*г* представлена кинематическая схема механизма подъемной лебедки, на рис. 3*ж* – расчетная схема при приведении к вращательному движению вала двигателя ω_1, а на рис. 3*з* – к линейной скорости перемещения груза $V_{мех}$.

После составления полной расчетной схемы пренебрегают рядом второстепенных факторов, например упругостью отдельных элементов, трением в кинематических цепях, естественным механическим демпфированием и т. д., помня при этом, что основные закономерности движения многомассовых систем определяются наибольшими массами и податливостями упругих связей. Выделение в расчетных схемах основных масс и связей обычно не вызывает затруднений. Если выделение основных масс и связей затруднено, можно воспользоваться методом обоснованного последовательного упрощения расчетных схем [45], позволяющего расчетную схему с n-дискретными массами привести к системе с m ($m < n$) дискретными массами, у которых собственные частоты и формы колебаний будут с достаточной точностью совпадать с соответствующими характеристиками исходной системы.

Расчетную схему можно разбить на отдельные (парциальные) системы для вращательного и поступательного движения (рис. 15).

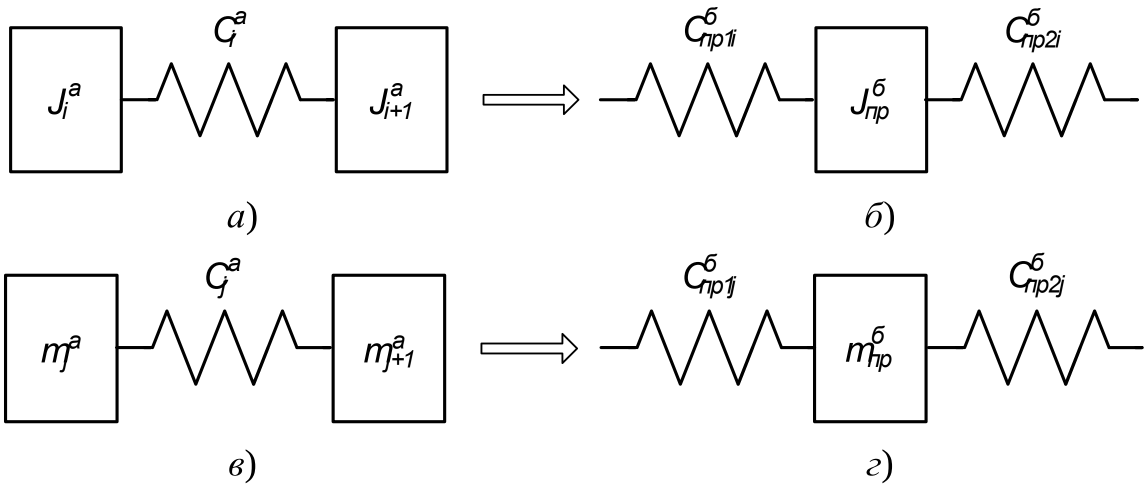


Рис. 15. Переход от двухмассовой парциальной системы при вращательном (*а*) и поступательном (*в*) движении к соответствующим эквивалентным одномассовым (*б, г*) системам

Собственная парциальная частота двухмассовой системы (рис. 15*а*) согласно [45]

$$\Omega_{па} = \sqrt{\frac{\left(J_i^a + J_{i+1}^a\right)C_i^a}{J_i^a J_{i+1}^a}}, \tag{3.8}$$

а для одномассовой (рис. 15*б*)

$$\Omega_{пб} = \sqrt{\frac{C_{экв}^б}{J_{пр}^б}}. \tag{3.9}$$

Для поступательного движения (рис. 15*в,г*)

$$\Omega_{па} = \sqrt{\frac{\left(m_j^a + m_{j+1}^a\right)C_j^a}{m_j \cdot m_{j+1}}}; \quad \Omega_{пб} = \sqrt{\frac{C_{экв}^б}{m_{пр}^б}}. \tag{3.10}$$

Тогда при переходе от двухмассовой парциальной системы (рис. 15*а*) к эквивалентной одномассовой (рис. 15*б*) значения приведенных параметров рассчитываются по формулам:

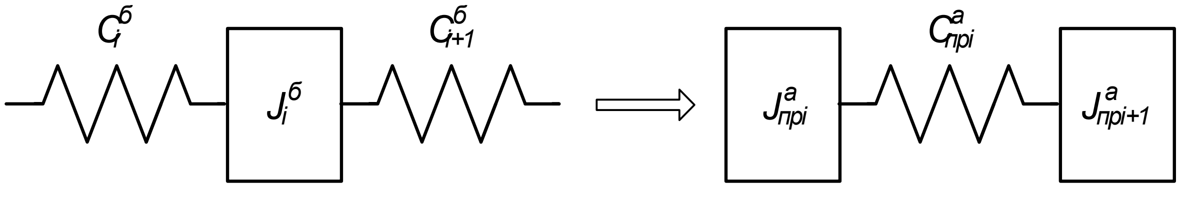
$$J_{пр}^б = J_i^a + J_{i+1}^a;\ C_{пр.1i}^б = \frac{\left(J_i^a + J_{i+1}^a\right)C_i^a}{J_{i+1}^a};\ C_{пр.2i}^б = \frac{\left(J_i^a + J_{i+1}^a\right)C_i^a}{J^a}; \tag{3.11}$$

$$e_{пр.1i} = \frac{1}{C_{пр.1i}^б} = \frac{J_{i+1}^a}{\left(J_i^a + J_{i+1}^a\right)C_i^a};\ e_{пр.2i}^б = \frac{1}{C_{пр.2i}^б} = \frac{J_i^a}{\left(J_i^a + J_{i+1}^a\right)C_i^a}.$$

При обратном переходе от одномассовой системы (рис. 16*а*) к эквивалентной двухмассовой (рис. 16*б*) формулы для расчета приведенных параметров примут вид:

$$J_{пр.i}^a = \frac{J_i^б C_i^б}{\left(C_i^б + C_{i+1}^б\right)};\ J_{пр.i+1}^a = \frac{J_i^б C_{i+1}^{,б}}{\left(C_i^б + C_{i+1}^б\right)};\ C_{пр.i}^a = \frac{C_i^б C_{i+1}^{,б}}{\left(C_i^б + C_{i+1}^б\right)}; \tag{3.12}$$

$$e_{пр.i}^a = \frac{1}{C_{пр.i}^a} = \frac{\left(C_i^б + C_{i+1}^б\right)}{C_i^б C_{i+1}^{,б}}.$$



а) *б*)

Рис. 16. Переход от одномассовой (*а*) к эквивалентной двухмассовой (*б*) системе

Аналогичные зависимости имеют место и для расчетных схем с поступательным характером движения при соответствующей замене J_i, C_i на m_j, C_j.

Если парциальное звено оказывается краевым, то при преобразовании от «*а*» к «*б*» остается свободный упругий участок, который отбрасывают. Если при преобразовании от «*а*» к «*б*» одна из масс преобразованной системы сливается с жесткой заделкой – ее исключают из рассмотрения.

При преобразованиях расчетных схем, с целью уменьшения числа масс, их разбивают на парциальные участки типа «*а*» и «*б*», и для каждого из участков рассчитываются парциальные частоты. На тех участках, где парциальные частоты $\Omega_n > \Omega_{max,}$ производится сокращение масс путем преобразования парциальных систем. Если исходная парциальная схема имеет вид «*а*», то она преобразуется в тип «*б*» с объединением первой и второй масс в одну. Если исходная система имеет вид «*б*», то она преобразуется в тип «*а*» с разделением массы на две части и добавлением этих частей к массам, лежащим слева и справа от этого участка. Таким образом, при преобразовании какой-либо парциальной системы происходит сокращение одной массы и уменьшение на две единицы порядка дифференциального уравнения. Данные преобразования продолжаются до тех пор, пока парциальные частоты не будут меньше допустимой Ω_{max}.

В качестве примера рассмотрим упрощение восьмимассовой расчетной схемы, значения моментов инерции масс и величины податливостей между массами указаны на рис. 17*а*. Расчетная схема разбивается на пять парциальных систем типа «*а*» и шесть – типа «*б*». Рассчитываются значения парциальных частот по формулам (3.8), (3.9). Максимальное значение $\Omega_{na.max}$ = 2860 1/с в парциальной системе «*а*». Далее рассчитываем парциальные частоты преобразованной системы (рис. 17*б*), в которой выделаем две парциальные системы типа «*б*» с максимальными частотами 1900 и 1860 1/с, которые преобразовываются в две парциальные системы типа «*а*». Получаем пятимассовую систему (рис. 17*в*). На следующем этапе преобразуются две парциальные системы типа «*б*» с частотами 1120 и 799 1/с. В результате переходим к трехмассовой системе (рис. 17*г*). Трехмассовая система имеет две резонансные частоты, которые при отсутствии демпфирования равны

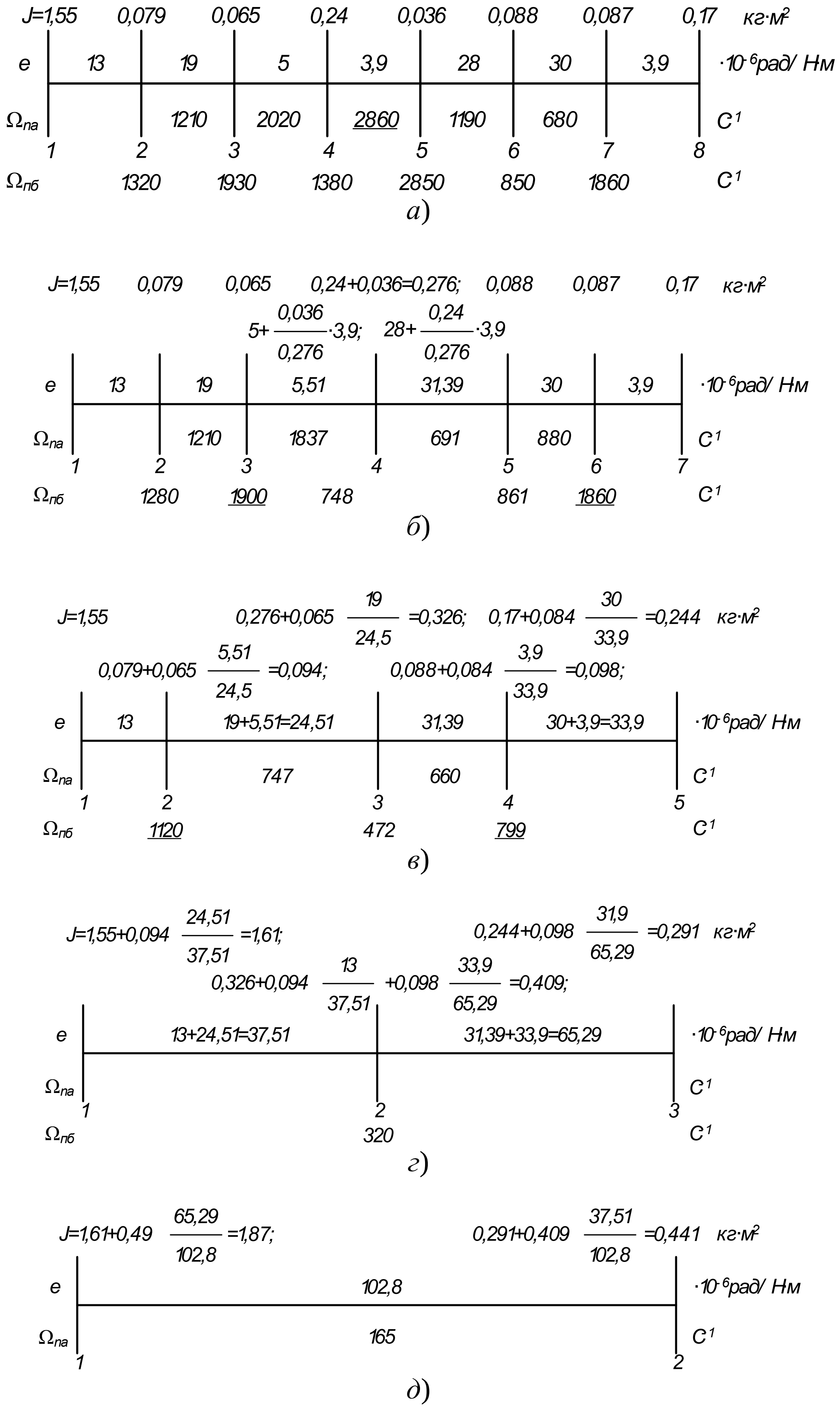


Рис. 17. Последовательность упрощения расчетной схемы: восьмимассовая (*а*), семимассовая (*б*), пятимассовая (*в*), трехмассовая (*г*), одномассовая (*д*)

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\frac{\Omega_1^2\gamma_1 + \Omega_2^2\gamma_2}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega_1^2\gamma_1 + \Omega_2^2\gamma_2}{2} - \gamma_3\Omega_1^2\Omega_2^2}}\,, \tag{3.13}$$

где $\Omega_1^2 = \dfrac{1}{J_1 e_1}$; $\Omega_2^2 = \dfrac{1}{J_3 e_2}$; $\gamma_1 = \dfrac{J_1 + J_2}{J_2}$; $\gamma_2 = \dfrac{J_2 + J_3}{J_2}$;

$$\gamma_3 = \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_2}$$

Здесь $J_1 = 1{,}61$, $J_2 = 0{,}409$, $J_3 = 0{,}291$ кг·м^2; $e_1 = 37{,}51\cdot10^6$, $e_2 = 65{,}29\cdot10^{-6}$ рад/Н·м; $\gamma_1 = 4{,}94$, $\gamma_2 = 1{,}71$, $\gamma_3 = 5{,}65$; $\Omega_1^2 = 1{,}656\cdot10^4$, $\Omega_2^2 =$ = $5{,}264\cdot10^4$ 1/с^2.

Согласно (3.13) получим $\Omega_{p1} = 190$, $\Omega_{p2} = 368$ 1/с.

В том случае, если вторая резонансная частота больше интересуемой нас области частот Ω_{max}, то после очередного преобразования можно перейти к двухмассовой расчетной схеме с резонансной частотой

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}} = \sqrt{\frac{1{,}87 + 0{,}441}{1{,}87\cdot0{,}441\cdot102{,}8\cdot10^{-6}}} = 165 \text{ 1/с.}$$

Здесь $J_1 = 1{,}87$, $J_2 = 0{,}441$ кг·м^3; $e = 102{,}8\cdot10^{-6}$ рад/Н·м.

Если данная частота Ω_{12} много больше Ω_{max}, то механическую часть системы можно представить в виде одномассовой (жесткое приведенное звено) с $J_\Sigma = J_1 + J_2$=1,87 + 0,441 = 2,311 кг·м^2 , $e = 0$.

В большой группе механизмов энергия от электродвигателя к исполнительному органу передается через протяженные цепные, ленточные, канатные, длинные валы (колонны бурильных труб), которые представляют собой звенья с ярко выраженными распределительными параметрами, динамические процессы в которых описываются нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Наиболее простой способ совместного решения дифференциальных уравнений с частными производными, описывающих элементы с распределенными параметрами, и линейных дифференциальных уравнений, описывающих поведение остальных элементов с сосредоточенными параметрами, – приведение системы с распределенными параметрами к многомассовой системе с сосредоточенными параметрами [21, 44].

Переходные процессы в таком случае описываются с помощью линейных дифференциальных уравнений. Число сосредоточенных масс выбирается из условия основных частот собственных колебаний в системах с сосредоточенными и распределенными массами. С ростом числа сосредоточенных масс и усложнением расчетной схемы возрастает спектр частот колебаний, однако основная частота при рассматриваемых соотношениях моментом инерций изменяется мало и практически не отличается от частоты колебаний для двух- и трехмассовых систем. Это позволяет рассматривать системы с распределенными параметрами в виде простых двух- и трехмассовых схем.

Установлено, что «основное влияние на динамику оказывают первая и вторая резонансная частоты» [5, 14, 38], которые определяются наибольшими массами и податливостями. Поэтому «приведение многомассовых систем к трехмассовой расчетной схеме (рис. 18*а*), двухмассовой (рис. 18*б*) и в случае $\Omega_{12} >> \Omega_{max}$ к одномассовой (рис. 18*в*) обеспечивает удовлетворительное отражение динамики механической части ЭМС» [33].

На рис. 18 M_{12}, M_{23} – моменты упругих связей, а $J_{\sum}$ и M_c – приведенные суммарные моменты инерции и моменты сопротивления

$$J_{\sum} = J_1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{J_i}{i_1^2} + \sum_{j=1}^{m} m_j \cdot \rho_j^2 ; \; M_{ci} = M_{мех} + \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{ci}}{i_1} + \sum_{j=1}^{m} F_j \cdot \rho_j . \quad (3.14)$$

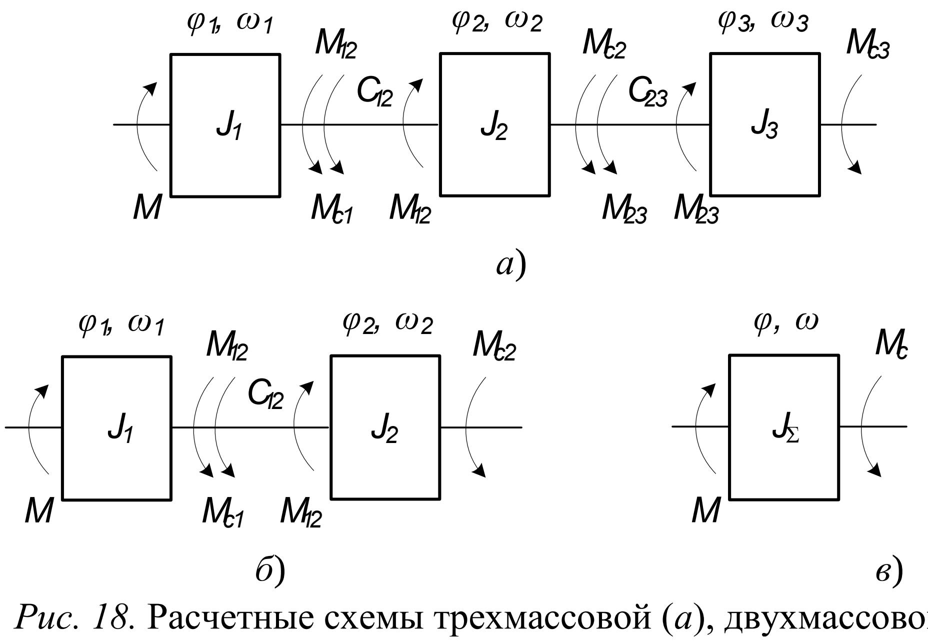


Рис. 18. Расчетные схемы трехмассовой (*а*), двухмассовой (*б*), одномассовой (*в*) систем механической части

3.2. Уравнения движения механической части электромеханических систем

Механическая часть электропривода представляет собой систему твердых тел, на движение которых наложены ограничения, определяемые механическими связями. Уравнения механических связей устанавливают соотношения между перемещениями или скоростями движения отдельных масс. Связи, дифференциальные уравнения которых устанавливают соотношения между скоростями масс в системе, интегрируются и могут быть представлены в конечном виде. Такие связи получили в механике название *голономных* [11]. В системах с голономными связями число независимых переменных – обобщенных координат, определяющих положение системы, равно числу степеней свободы системы. Использование расчетных схем, в которых приведенный момент инерции и коэффициент жесткости вычисляются из равенства кинетических и потенциальных энергий, предопределяет составление дифференциальных уравнений при динамических расчетах с помощью уравнения Лагранжа второго рода. Широкое распространение получил также метод кинестатики – формальный прием, дающий возможность записать уравнение движения в виде уравнений равновесия.

Для системы с n-степенями свободы уравнение Лагранжа второго рода имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial q_i} + \frac{\partial W_p}{\partial \dot{q}_i} = \sum F_{in} + \sum F_{iR}\,, \qquad (3.15)$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$, q_i, $\dot{q}_i$ – обобщенные координаты и обобщенные скорости;

$\sum F_{in}$ – сумма обобщенных сил, соответствующая восстанавливающим силам;

$\sum F_{iR}$ – сумма обобщенных сил, соответствующих силам сопротивления;

$W_к$ – кинетическая энергия системы.

Когда обобщенная сила консервативна, т. е. соответствует восстанавливающим силам, имеющим потенциал, она может быть представлена в виде

$$F_{in} = \frac{\partial W_n}{\partial \dot{q}_i}, \qquad (3.16)$$

где W_n – потенциальная энергия системы.

Если среди сил, действующих на систему, имеются силы сопротивления типа вязкого трения, линейно зависящие от скорости вида $\beta\dot{q}$, то вводится диссипативная функция Релея или функция рассеяния:

$W_{pi} = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \omega_i^2 \big/ 2$ – при вращательном движении;

$W_{pj} = \sum_{j=1}^{m} \beta_j V_j^2 \big/ 2$ – при поступательном движении,

где β_i, β_j – коэффициенты диссипации (рассеяния) энергии.

Частная производная от этой функции по скорости (со знаком минус) дает обобщенную силу сопротивления

$$F_{ip} = -\frac{\partial W_p}{\partial \dot{q}_i} = -\beta\dot{q}. \tag{3.17}$$

Следовательно, уравнение Лагранжа в общем случае имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial q_i} + \frac{\partial W_п}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial W_p}{\partial \dot{q}_i} = \sum F_{iR}, \tag{3.18}$$

В основу метода кинестатики положен принцип Даламбера, из которого следует, что в каждый момент времени действующие на тело внешние силы F_{jR} и силы реакций связей F_{jn}, уравновешиваются силой инерции

$$\sum_{j=1}^{m} F_{jR} + \sum_{j=1}^{m} F_{jn} + F_и = 0. \tag{3.19}$$

Сила инерции для тела, имеющего массу m, равна:

$$F_и = -m\frac{dV}{dt}, \tag{3.20}$$

где dV/dt – ускорение массы тела.

Для вращательного движения твердого тела

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iR} + \sum_{i=1}^{m} M_{in} + M_и = 0, \tag{3.21}$$

где M_{iR}, M_{in} – действующие на тело внешние моменты и моменты реакций связей;

$M_и = -J_\Sigma \dfrac{d\omega}{dt}$ – момент, создаваемый силами инерции.

Уравнение Лагранжа для трехмассовой расчетной схемы (рис. 18*а*), где в качестве обобщенных координат выбраны углы поворота масс φ_1, φ_2, φ_3, запишутся следующим образом

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_1}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_1} = \sum M_{1R};\\
&2.\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_2}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_2} = \sum M_{2R};\\
&3.\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_3}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_3} + \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_3} = \sum M_{3R},
\end{aligned}\right\} \qquad (3.22)$$

где $W_к = \dfrac{J_1\omega_1^2}{2} + \dfrac{J_2\omega_2^2}{2} + \dfrac{J_3\omega_3^2}{2}$ – запас кинетической энергии системы;

$W_п = \dfrac{C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} + \dfrac{C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)^2}{2}$ – запас потенциальной энергии;

$\sum M_{1R} = -M_{c1}$, $\sum M_{2R} = -M_{c2}$, $\sum M_{3R} = -M_{c3}$ – внешние моменты, действующие на первую, вторую и третью массы.

Вычислим производные, входящие в уравнение (3.22):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_1}\right) = J_1\frac{\partial \omega_1}{\partial t};\ \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_1} = 0;\ \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_1} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2);$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_2}\right) = J_2\frac{\partial \omega_2}{\partial t};\ \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_2} = 0;\ \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_2} = -C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3);$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_3}\right) = J_3\frac{\partial \omega_3}{\partial t};\ \frac{\partial W_к}{\partial \varphi_3} = 0;\ \frac{\partial W_п}{\partial \varphi_3} = -C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3).$$

Подстановка производных и внешних моментов в (3.22) приводит к системе уравнений, описывающих движение трехмассовой расчетной схемы:

$$
\left.\begin{aligned}
&1.\ M - M_{c1} - M_{12} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&2.\ M_{12} - M_{23} - M_{c2} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt};\\
&3.\ M_{23} - M_{c3} = J_3 \frac{d\omega_3}{dt},
\end{aligned}\right\} \qquad (3.23)
$$

где $M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)$, $M_{23} = C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)$ – упругие моменты, действующие между движущимися массами системы.

Используя принцип Даламбера, запишем

$$
\left.\begin{aligned}
&1.\ \sum M_{1R} + \sum M_{1n} = -M_{1u};\\
&2.\ \sum M_{2R} + \sum M_{2n} = -M_{2u};\\
&3.\ \sum M_{3R} + \sum M_{3n} = -M_{3u},
\end{aligned}\right\} \qquad (3.24)
$$

где $\sum M_{1R} = M - M_{c1}$, $\sum M_{1n} = -M_{12}$, $M_{1u} = -J_1 \dfrac{d\omega_1}{dt}$;

$\sum M_{2R} = -M_{c2}$, $\sum M_{2n} = M_{12} - M_{23}$, $M_{2u} = -J_2 \dfrac{d\omega_2}{dt}$;

$\sum M_{3R} = -M_{c3}$, $\sum M_{3n} = M_{23}$, $M_{3u} = -J_3 \dfrac{d\omega_3}{dt}$.

После подстановки значений внешних моментов реакций связей, создаваемых силами инерции, система (3.24) приводится к системе уравнений (3.23).

Система уравнений, описывающая движение двухмассовой расчетной схемы, получается из (3.23) при $J_3 = 0$, $M_{c3} = 0$ и $M_{23} = 0$:

$$
\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12} - M_{c2} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.25)
$$

Математическое описание движения одномассовой расчетной схемы (рис. 18*в*) получим из (3.25), положив $J_1 = J_\Sigma = J_1 + J_2$, $M_c = M_{c1} + M_{c2}$, $M_{12} = 0$, $J_2 = 0$, $\omega = \omega_1 = \omega_2$:

$$
M - M_c = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}. \qquad (3.26)
$$

3.3. Структурные схемы механической части электромеханических систем

В теории автоматического управления для исследования динамических режимов ЭМС широко используются методы математического описания с помощью структурных схем, составленных из типовых звеньев (Приложение).

В операторной форме записи по Карсону – Хевисайду при замене $d/dt \risingdotseq p$ уравнения движения трехмассовой расчетной схемы (3.23) примут вид:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ M - M_{c1} - M_{12} = J_1 \omega_1 p; \\ 2.\ M_{12} - M_{23} - M_{c2} = J_2 \omega_2 p; \\ 3.\ M_{23} - M_{c3} = J_3 \omega_3 p; \\ 4.\ M_{12} p = C_{12}(\omega_1 - \omega_2); \\ 5.\ M_{23} p = C_{23}(\omega_2 - \omega_3). \end{array}\right\} \qquad (3.27)$$

Уравнения (3.24) позволяют составить структурную схему трехмассовой упругой системы (рис. 19*а*).

Аналогично уравнения (3.25) и (3.26) позволяют составить структурные схемы двухмассовой (рис. 19*б*) и одномассовой (рис. 19*в*) расчетных схем.

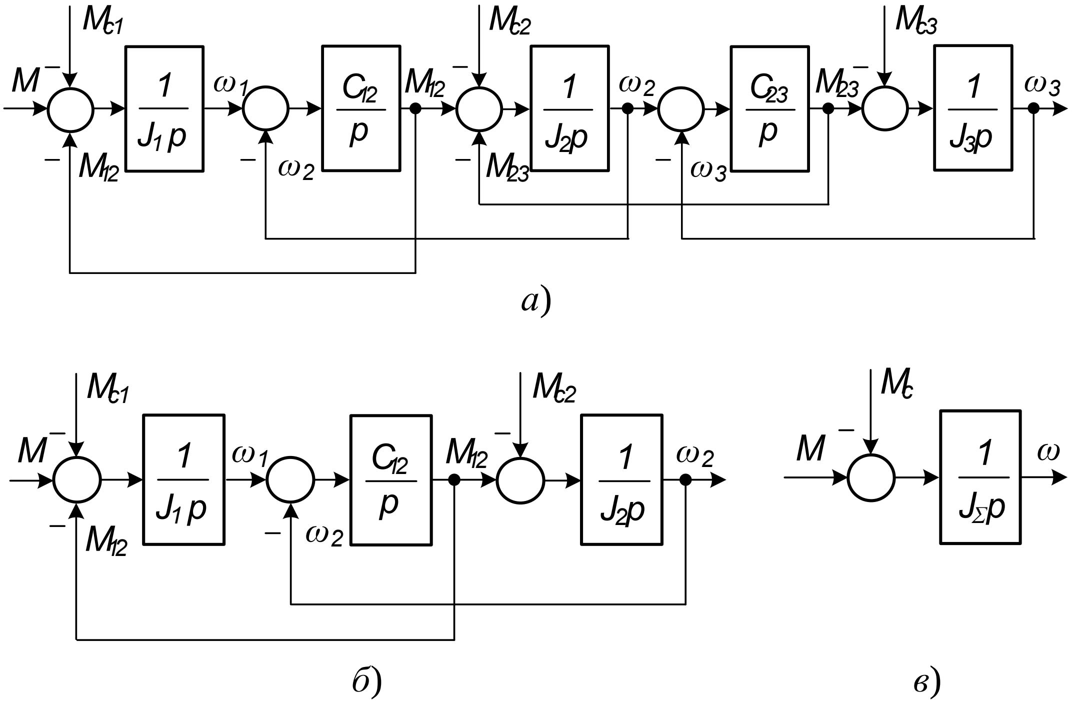


Рис. 19. Структурные схемы трехмассовой (*а*), двухмассовой (*б*) и одномассовой (*в*) расчетных схем

3.4. Уравнения движения механизмов с переменным соотношением между скоростями рабочего органа и двигателя

У ряда механизмов «приведенный момент инерции и момент сопротивления зависят от их положения» [33] вследствие переменности передаточного числа между двигателем и механизмом. Это кривошипно-шатунный механизм, кулисный, а также механизмы с переменным положением центра тяжести относительно оси вращения.

Для составления уравнения движения одномассовой расчетной схемы, у которой момент инерции $J_\Sigma = f(\varphi)$ и момент сопротивления $M_c = f(\varphi)$ являются функциями угла поворота, воспользуемся уравнением Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega_1}\right) - \frac{\partial W_к}{\partial \varphi} = M - M_c(\varphi), \tag{3.28}$$

где $W_к = \dfrac{J_\Sigma(\varphi)\omega^2}{2}$.

Образуем производные, входившие в уравнение (3.28):

$$\frac{\partial W_к}{\partial \omega} = J_\Sigma(\varphi)\omega; \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_к}{\partial \omega}\right) = J_\Sigma(\varphi)\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{dJ_\Sigma(\varphi)}{dt}; \ \frac{\partial W_к}{\partial \varphi} = \frac{\omega^2}{2}\cdot\frac{dJ_\Sigma(\varphi)}{d\varphi}.$$

После подстановки производных в (3.28), учитывая, что $dt = d\varphi/\omega$, получим уравнение движения:

$$M - M_c(\varphi) = J_\Sigma(\varphi)\frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2}\frac{dJ_\Sigma(\varphi)}{d\varphi}. \tag{3.29}$$

Уравнение (3.29), в отличие от (3.26), состоит из двух частей: одна связана с изменениями скорости движения, другая – с изменением кинетической энергии системы из-за переменности приведенного момента инерции.

Рост числа степенной свободы механических систем с переменным соотношением между скоростями двигателя и механизма существенно усложняет получение уравнений движения. Наибольшие трудности вызывает математическое описание многосвязных взаимодействующих механизмов манипуляторов промышленных роботов.

Последовательность составления уравнений рассмотрим на примере движения плечевого, локтевого и кистевого суставов руки манипулятора (рис. 20) в плоскости *x*, *y*. Здесь φ_i – угол поворота вала нагрузки каждой степени свободы; l_i, m_i – длина звена и его масса; r_i – расстояние центра тяжести звена до его оси вращения; M_i, ΔM_i – электромагнитные моменты двигателей и моменты потерь на трение; $i = 1, 2, 3$ – число степеней свободы.

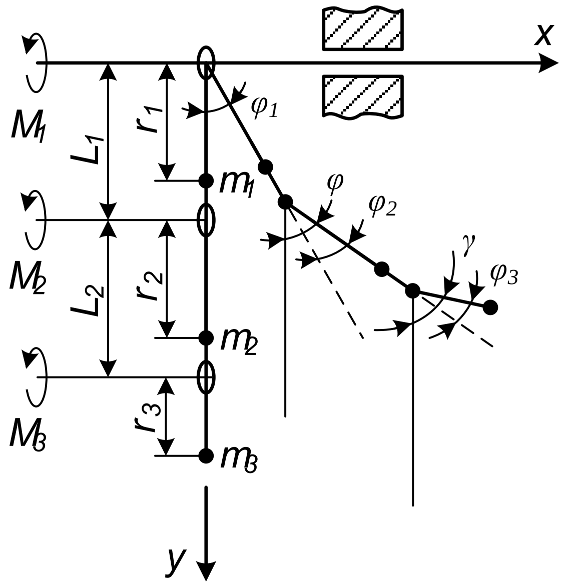


Рис. 20. Кинематическая схема движения плечевого, локтевого и кистевого суставов руки манипулятора

Выразим координаты центров тяжести масс в осях *x*, *y* (соответственно x_1, y_1, x_2, y_2 и x_3, y_3) через обобщенные координаты системы φ_1, φ_2, φ_3 [31]:

$$\left.\begin{aligned} & x_1 = r_1 \sin\varphi_1;\;\; y_1 = r_1 \cos\varphi_1; \\ & x_2 = l_1 \sin\varphi_1 + r_2 \sin\Psi; \\ & y_2 = l_1 \cos\varphi_1 + r_2 \cos\Psi; \\ & x_3 = l_1 \sin\varphi_1 + l_2 \sin\Psi + r_3 \sin\gamma; \\ & y_3 = l_1 \cos\varphi_1 + l_2 \cos\Psi + r_3 \cos\gamma. \end{aligned}\right\} \qquad (3.30)$$

Выражение кинетической энергии, входящее в уравнение Лагранжа 2-го рода, запишется в виде:

$$W_к = \sum_{i=1}^{3} \frac{m_i V_i^2}{2}, \qquad (3.31)$$

где $V_i^2 = \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2$ – квадрат скорости центра тяжести *i*-го звена.

Квадраты скоростей движения центров тяжести будут равны:

$$\left.\begin{aligned}
&V_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = r_1^2\omega_1^2;\\
&V_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2\omega_1^2 + r_2^2(\omega_1+\omega_2)^2 + 2l_1 r_2\omega_1(\omega_1+\omega_2)cos(\varphi_1-\Psi);\\
&V_3^2 = x_3^2 + y_3^2 = l_1^2\omega_1^2 + l_2^2(\omega_1+\omega_2)^2 + r_3^2(\omega_1+\omega_2+\omega_3)^2 +\\
&+2l_1l_2\omega_1(\omega_1+\omega_2)cos(\varphi_1-\Psi) + 2l_1r_3\omega_1(\omega_1+\omega_2+\omega_3)cos(\varphi_1-\gamma)+\\
&+2l_2r_3(\omega_1+\omega_2)(\omega_1+\omega_2+\omega_3)cos(\Psi-\gamma),
\end{aligned}\right\} \quad (3.32)$$

где $\Psi = \varphi_1 + \varphi_2$; $\gamma = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$; $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$; $\omega_2 = \dot{\varphi}_2$; $\omega_3 = \dot{\varphi}_3$.

Подставив значения квадратов скоростей из (3.31) в (3.30), получим выражение для определения запаса кинетической энергии

$$\begin{aligned}
W_\kappa = {} & \frac{\omega_1^2}{2}\left[m_1r_1 + l_1^2(m_2+m_3)\right] + \frac{(\omega_1+\omega_2)^2}{2}\left[m_2^2r_2^2 + m_3l_2^2\right] +\\
&+\frac{(\omega_1+\omega_2+\omega_3)^2}{2}m_3r_3^2 + \omega_1(\omega_1+\omega_2)\left[m_2l_1r_2\,cos(\varphi_1-\Psi)+\right.\\
&\left.+m_3l_1^2l_2\,cos(\varphi_1-\Psi)\right] + \omega_1(\omega_1+\omega_2+\omega_3)m_3l_1r_3\,cos(\varphi_1-\gamma)+\\
&+(\omega_1+\omega_2)(\omega_1+\omega_2+\omega_3)m_3l_2r_3\,cos(\Psi-\gamma).
\end{aligned} \quad (3.33)$$

Потенциальная энергия системы запишется в виде:

$$\begin{aligned}
W_n = {} & m_1gr_1(1-cos\,\varphi_1) + m_2g\left[l_1(1-cos\,\varphi_1) + l_2(1-cos\,\Psi)\right]+\\
&+m_3g\left[l_1(1-cos\,\varphi_1) + l_2(1-cos\,\Psi) + r_3(1+cos\,\gamma)\right],
\end{aligned} \quad (3.34)$$

где g – ускорение свободного падения.

При малых отклонениях от положения равновесия можно считать, что

$$\begin{aligned}
&cos(\varphi_1+\Psi)\approx 1;\; cos\,\varphi = 1-\frac{\varphi_1^2}{2};\; cos(\Psi-\gamma)\approx 1;\\
&cos(\varphi_1-\gamma)\approx 1;\; cos\,\Psi = 1-\frac{\Psi^2}{2};\; cos\,\gamma = 1-\frac{\gamma^2}{2}.
\end{aligned} \quad (3.35)$$

Выражения кинетической и потенциальной энергий с учетом (3.35) будут выглядеть следующим образом:

$$W_к = \frac{\omega_1^2}{2}\left[m_1 r_1^2 + l_1^2(m_2+m_3)\right] + \frac{(\omega_1+\omega_2)^2}{2}\left[m_2^2 r_2^2 + m_3 l_2^2\right] +$$
$$+\frac{(\omega_1+\omega_2+\omega_3)^2}{2} m_3 r_3^2 + \omega_1(\omega_1+\omega_2)\left[m_2 l_1 r_2 + m_3 l_1 l_2\right] + \tag{3.36}$$
$$+\omega_1(\omega_1+\omega_2+\omega_3) m_3 l_1 r_3 + (\omega_1+\omega_2)(\omega_1+\omega_2+\omega_3) m_3 l_2 r_3;$$

$$W_п = m_1 g r_1 \frac{\varphi_1^2}{2} + m_2 g\left[l_1 \frac{\varphi_1^2}{2} + l_2 \frac{\Psi^2}{2}\right] + m_3 g\left[l_1 \frac{\varphi_1^2}{2} + l_2 \frac{\Psi^2}{2} + r_3 \frac{\gamma^2}{2}\right]. \tag{3.37}$$

Подставив (3.36) и (3.37) в уравнения Лагранжа (3.15) и сделав необходимые преобразования, получим уравнения движения системы:

$$\left.\begin{aligned}
&a_{11}\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + a_{12}\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + a_{13}\frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + C_{11}\varphi_1 + C_{12}\varphi_2 + C_{13}\varphi_3 = M_1 - \Delta M_1;\\
&a_{21}\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + a_{22}\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + a_{23}\frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + C_{21}\varphi_1 + C_{22}\varphi_2 + C_{23}\varphi_3 = M_2 - \Delta M_2;\\
&a_{31}\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + a_{32}\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + a_{33}\frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + C_{31}\varphi_1 + C_{32}\varphi_2 + C_{33}\varphi_3 = M_3 - \Delta M_3.
\end{aligned}\right\} \tag{3.38}$$

Выражения коэффициентов:

$$a_{11} = m_1 r_1^2 + m_2(l_1+r_2)^2 + m_3(l_1+l_2+r_3)^2;$$
$$a_{22} = m_2 r_2^2 + m_3(l_2+r_3)^2;\ a_{33} = m_3 r_3^2;$$
$$a_{12} = m_2 r_2^2(r_2+l_1) + m_3\left[\ (l_2+r_3)^2 + l_1(l_2+r_3)\right];$$
$$a_{13} = m_3 r_3^2(r_3+l_1+l_2);\ a_{23} = m_3 r_3(r_3+l_2);$$
$$C_{11} = m_1 r_1\ + m_2 g(l_1+r_2) + m_3(l_1+l_2+r_3);$$
$$C_{22} = m_2 g r_2\ + m_3 g(l_2+r_3);\ C_{33} = m_3 g r_3\ ;$$
$$C_{12} = C_{21} = m_2 g r_2\ + m_3(l_2+r_3);\ C_{13} = C_{31} = m_3 g r_3;$$
$$C_{23} = C_{32} = m_3 g r_3.$$

Следовательно, рост числа степеней свободы системы увеличивает число взаимных связей, и составление математического описания динамики механической части системы осложняется.

3.5. Расчет резонансных частот многомассовой механической системы

Структурная схема многомассовой динамической модели механической системы без учета естественного механического демпфирования, которое в реальных системах мало и слабо влияет на величину резонансных частот, приведена на рис. 21.

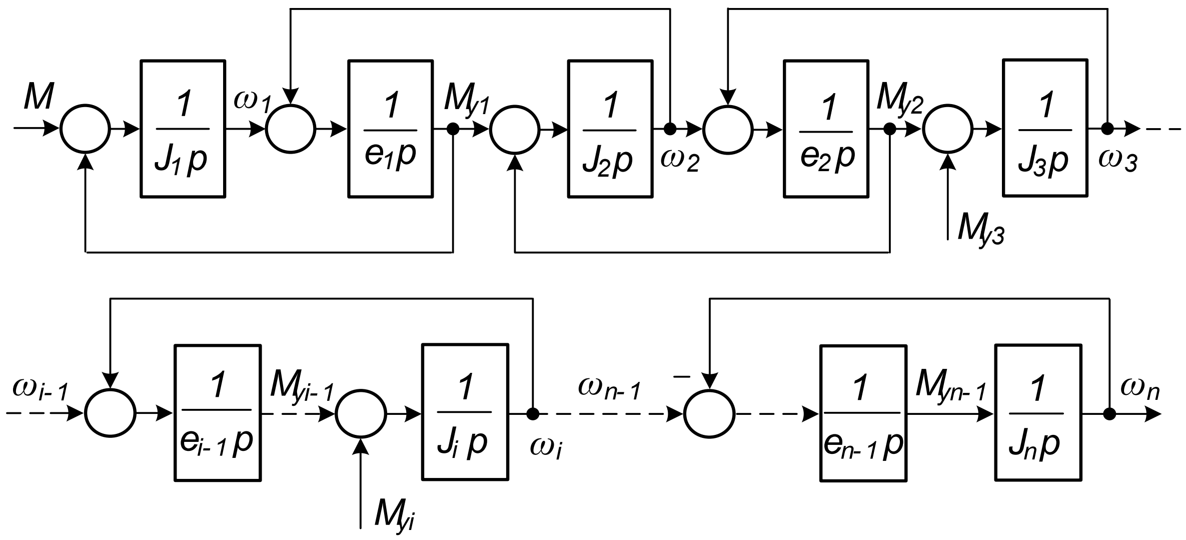


Рис. 21. Структурная схема многомассовой системы

Система рис. 21 описывается дифференциальными уравнениями $2n-1$ порядка. Один корень характеристического уравнения будет нулевым. Если не учитывать силы внешнего и внутреннего трения, остальные ($2n$ – 2) корни будут мнимыми ($\pm j\Omega_i$, i = 1, 2,…n – 1), поскольку затухание процессов в системе отсутствует и вещественные части корней равны нулю. При учете демпфирования корни будут комплексными $(\lambda_i \pm j\Omega_i)$. «Мнимые части корней характеризуют собственные частоты свободных колебаний системы» [33]. Здесь частоты собственных колебаний при наличии демпфирования ниже, чем при его отсутствии, и эта разница тем выше, чем больше демпфирование.

Следовательно, расчет собственных частот колебаний механической системы сводится к нахождению корней характеристического уравнения системы.

Так передаточная функция трехмассовой системы (рис. 19*а*) по управляющему воздействию при выходной переменной ω_3

$$W_{\omega 3}(p)=\frac{\omega_3(p)}{M(p)}=$$

$$=\frac{C_{12}C_{23}}{p\left\{J_1J_2J_3p^4+\left[J_1C_{23}\left(J_2+J_3\right)+J_3C_{12}\left(J_1+J_2\right)\right]p^2+C_{12}C_{23}\left(J_1+J_2+J_3\right)\right\}}. \qquad (3.40)$$

Корни характеристического уравнения:

$$p_1=0;\ p_{23}=\pm j\Omega_1=\pm\sqrt{\frac{a}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{2b}{a^2}}\right)};\ p_{45}=\pm j\Omega_2=\pm j\sqrt{\frac{a}{2}\left(1+\sqrt{1-\frac{2b}{a^2}}\right)},$$

где Ω_1, Ω_2 – резонансные частоты колебаний трехмассовой системы;

$$a=\frac{C_{12}J_3\left(J_1+J_2\right)+C_{23}J_1\left(J_2+J_3\right)}{J_1J_2J_3};\ b=\frac{C_{12}C_{23}\left(J_1+J_2+J_3\right)}{J_1J_2J_3}.$$

Для двухмассовой системы (рис. 19*б*)

$$W_{\omega 2}(p)=\frac{\omega_2(p)}{M(p)}=\frac{\Omega_{12}^2}{p\left(J_1+J_2\right)\left(p^2+\Omega_{12}^2\right)}. \qquad (3.41)$$

Корни характеристического уравнения:

$$p_1=0;\ p_{1,2}=\pm j\Omega_{12},$$

где $\Omega_{12}=\sqrt{C_{12}\left(J_1+J_2\right)/J_1J_2}$ – резонансная частота колебаний двухмассовой системы.

Задачу расчета резонансных частот многомассовых систем можно решать не прибегая к выводу характеристического уравнения, используя готовые пакеты программ на ЭВМ [19].

В [23] даются условия перехода от трехмассовой системы механической части к двухмассовой при допустимом пренебрежении высшими резонансными частотами. Уравнение движения трехмассовой системы при постоянстве M и нулевых значениях нагрузки M_{c1} и M_{c2} в операторной форме при $p \risingdotseq d/dt$ запишется в виде

$$\left(\frac{p^2}{\Omega^2}+1\right)\left(\frac{p^2}{\Omega^2}+1\right)\varepsilon_3=\frac{\varepsilon_1}{p}, \qquad (3.42)$$

где $\varepsilon_1=\dfrac{M}{J_1+J_2+J_3}$ – среднее ускорение трехмассовой системы;

$A_1 = \dfrac{K_p^2}{K_p^2 - 1}$ – «амплитуды колебаний с низшей частотой Ω_1» [23];

$A_2 = \dfrac{1}{K_p^2 - 1}$ – «амплитуды колебаний с высшей частотой Ω_2» [23];

$$K_p = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}.$$

Зависимость от времени ускорения ε_3 запишется в виде

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = 1 - A_1 \cos\Omega_1 t + A_2 \cos\Omega_2 t. \qquad (3.43)$$

«Так как высшей частоте соответствует меньшая амплитуда и к тому же электромеханический преобразователь является фильтром низких частот, то при определенных условиях колебаниями высокой частоты можно пренебречь. На практике чаще всего колебания высокой частоты не учитывают, если их амплитуда меньше 10% от амплитуды низкой частоты» [23], т. е. $(A_2/A_1) \le 0{,}1$, в этом случае $K_p >> 3{,}16$.

Если отношение частот

$$\frac{\Omega_{23}}{\Omega_{12}} \le \alpha_p, \qquad (3.44)$$

где $\Omega_{12} = \sqrt{C_{12}(J_1 + J_2)/J_1 J_2}$; $\Omega_{23} = \sqrt{C_{23}(J_2 + J_3)/J_2 J_3}$, то «механическая система может быть представлена в виде двухмассовой, в противном случае ее необходимо считать трехмассовой, иначе ошибка превысит 10%» [23].

На рис. 22 показаны зависимости $\alpha_p = f(\gamma_{13})$ и $\Omega_1^* = \Omega_1/\Omega_{23} = f(\gamma_{13})$,

где $\alpha_p^2 = q - \sqrt{q^2 - 1}$;

$$q = \frac{1 - \gamma_{13}}{2}\left(K_p^2 + \frac{1}{K_p^2} - \gamma_{13}\right);$$

$$\gamma_{13} = \frac{J_1 J_3}{(J_1 + J_2)(J_2 + J_3)}.$$

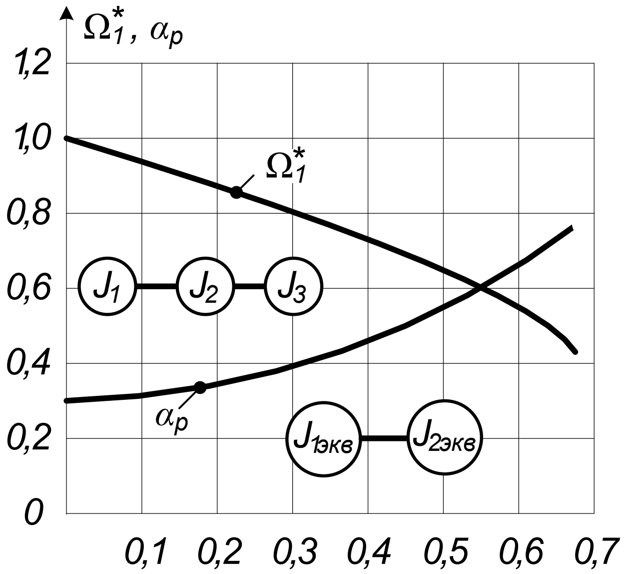


Рис. 22. Граничные характеристики, определяющие области идентичности трехмассовой и двухмассовой систем

Значения параметров эквивалентной двухмассовой системы, выраженные через параметры трехмассовой системы J_1, J_2, J_3, C_{12}, C_{23}, примут вид

$$J_{1экв} = J_1 + \frac{J_{12}C_{12}}{C_{12}+C_{23}}; \; J_{2экв} = J_3 + \frac{J_2 C_{23}}{C_{12}+C_{23}}; \; C_{12экв} = \frac{C_{12}C_{23}}{C_{12}+C_{23}}.$$

3.6. Пример расчета жесткости и частот собственных колебаний механизма подачи

Порядок преобразования расчетных схем и определения резонансных частот рассмотрим на примере ЭМС привода подачи с передачей винт-гайка [38]. Общая жесткость передачи определяется жесткостью ходового винта при растяжении (сжатии) осевым тяговым усилием, жесткостью винта при его закручивании вращающим моментом, контактной жесткостью узла винт-гайка (для шариковой винтовой передачи), жесткостью осевых опор винта, жесткостью соединений подшипников и гайки с базовыми деталями, суммарной эквивалентной крутильной жесткостью узлов кинематики, расположенных между двигателем и винтом.

Основные схемы расположения опор ходовых винтов и схемы соединения упругих элементов в передаче приведены на рис. 23.

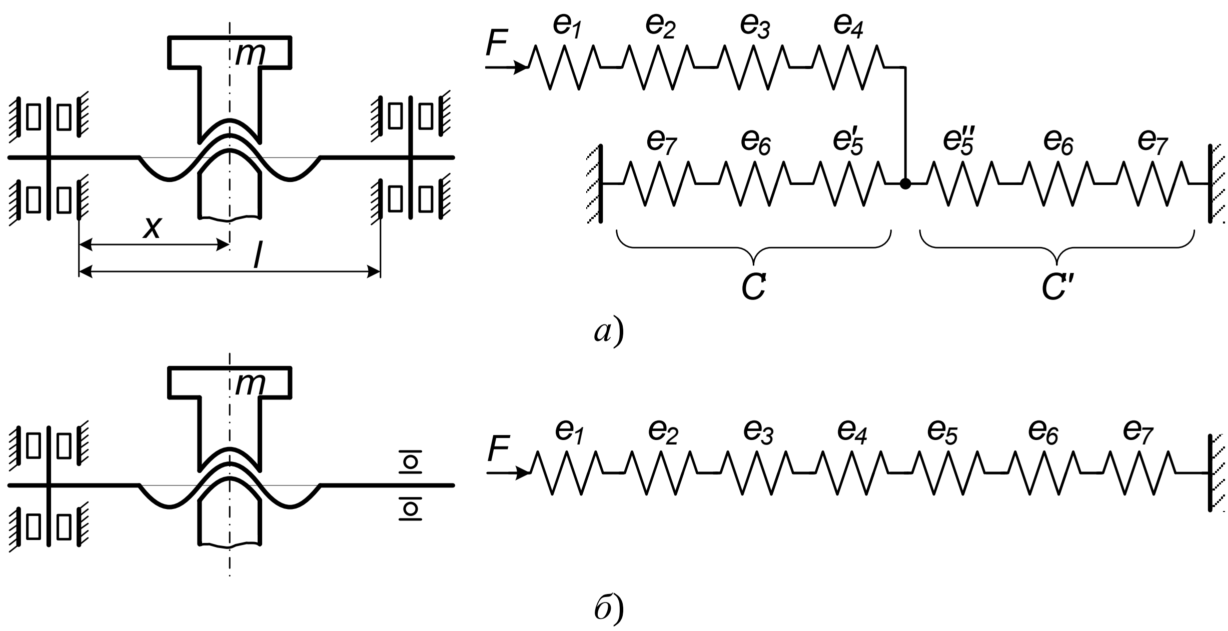


Рис. 23. Схемы расположения опор
ходовых длинных (*а*) и коротких (*б*) винтов и соединения
упругих элементов

При длинных винтах применяются две пары упорных подшипников с предварительным натягом у каждой из опор винта (рис. 23*а*) с целью повышения осевой жесткости передачи. Короткие винты выполняются с одной парой подпятников (рис. 23*б*). В этой схеме все упругие элементы соединены последовательно и эквивалентная податливость передачи

$$e_{экв} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7,$$

где e_1 – крутильная податливость узлов кинематической связи между двигателем и винтом, приведенная к поступательному перемещению;

e_2 – крутильная податливость винта, приведенная к поступательному движению;

e_3 – контактная податливость узла винт-гайка;

e_4 – податливость соединения гайка – базовая деталь;

e_5 – осевая податливость винта;

e_6 – податливость упорного подшипника;

e_7 – податливость соединения подшипник – базовая деталь.

Соотношения для расчета податливостей даны в главе 2. Осевая и крутильная податливости винта рассчитываются по (2.5, 2.6), в которых нужно принять $d = d_{ср}$ (средний диаметр винта), $l = x$ – рабочий участок винта (рис. 23*б*). Наименьшее значение жесткость передачи имеет в крайнем правом положении стола.

Для схемы с двумя парами подшипников (рис. 23*а*) имеют место смешанное соединение упругих элементов. Суммарная податливость передачи

$$e_{экв} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_{пар}, \tag{3.45}$$

где $e_{пар}$ – результирующая податливость параллельного соединения элементов

$$e_{пар} = \frac{1}{C' + C''}, \tag{3.46}$$

где $C' = \dfrac{1}{e_7 + e_6 + e'_5}$; $C'' = \dfrac{1}{e_7 + e_6 + e''_5}$ – результирующие жесткости параллельных ветвей.

Тогда

$$e_{пар} = \frac{(e_7 + e_6 + e'_5)(e_7 + e_6 + e''_5)}{2e_6 + 2e_7 + e'_5 + e''_7}, \tag{3.47}$$

где $e'_5 = \dfrac{x}{E \cdot S}$; $e''_5 = \dfrac{l - x}{E \cdot S}$ – осевые податливости участков винта, расположенных слева и справа от ходовой гайки, где l – полная длина винта.

Максимум податливости $e_{пар}$ имеют место при $x = 0{,}5 \cdot l$.

В этом случае

$$e_{пар}^{max} = \frac{\left(e_7 + e_6 + \dfrac{e_5}{2}\right)^2}{2e_6 + 2e_7 + e_5}, \tag{3.48}$$

где $e_5 = \dfrac{l}{E \cdot S}$ – осевая податливость винта.

Максимальная результирующая податливость винтовой передачи (рис. 23*а*)

$$e_{пар}^{max} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + \left(e_7 + \frac{e_5}{2}\right) \cdot 0{,}5. \qquad (3.49)$$

Расчет жесткости и частоты собственных колебаний привода продольной подачи токарно-винторезного станка модели 16К20Ф3

Привод выполнен на основе шариковой винтовой передачи с шагом $t_в = 0{,}01$ м, приводящейся во вращение от двигателя ПБ с $M_н = 21$ Н·м через шестеренчатую передачу с передаточным отношением $i = 1$. Расположение опор ходового винта соответствует рис. 23*а*.

Так как основная доля элементов привода относится к поступательно движущимся частям, расчетную схему механической части удобно привести к поступательному движению (рис. 24).

На рис. 24 m_1 – приведенная масса двигателя и всех элементов на валу якоря, m_2 – приведенная масса ходового винта и ведущей шестерни, m_3 – масса поступательно движущихся частей, e_{12} – приведенная податливость кинематической связи между валом двигателя ходовой гайкой ($e_{12} = e_1 + e_2$), e_{23} – результирующая податливость в поступательно движущихся частях кинематической цепи.

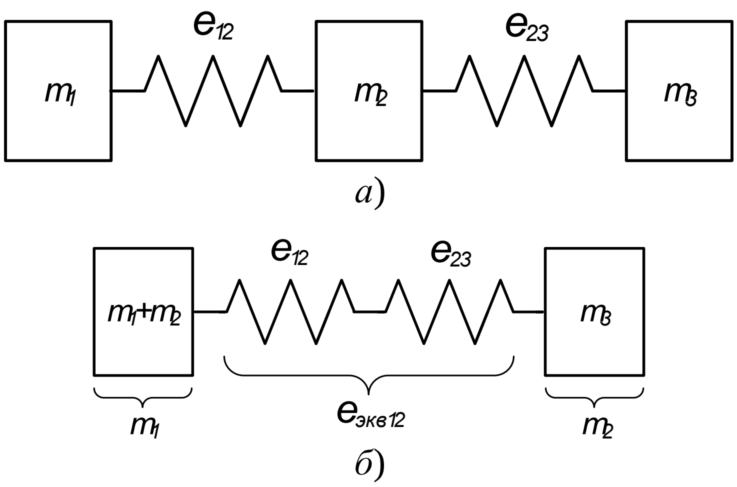


Рис. 24. Трехмассовая (*а*) и двухмассовая (*б*) расчетные схемы привода подачи

Расчетную схему (рис. 24*а*) можно привести к двухмассовой (рис. 24*б*).

Расчет приведенных масс

Момент инерции якоря двигателя $J_1 = 0{,}03$ кг·м^3. Момент инерции ходового винта, как сплошного цилиндра (см. табл. 2) при $d_в = 0{,}056$ м ($R_в = 0{,}028$ м), длине $l = 1{,}63$ м и плотности материала $\delta = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3

$$J_2 = \delta \frac{\pi R^4}{2} l = 7{,}8 \cdot 10^3 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}028^4}{2} \cdot 1{,}63 = 0{,}0123 \text{ кг/м}^2.$$

Шаг винта $t_в = 0{,}01$ м. Радиус приведения $\rho = \frac{t_в}{2\pi} = \frac{0{,}01}{6{,}28} =$ $= 0{,}0016$ м.

Масса вращающихся частей, приведенная к поступательному движению (рис. 24*б*), $m_1 = \frac{J_1 + J_2}{\rho^2} = \frac{0{,}03 + 0{,}0123}{0{,}0016^2} = 16523$ кг.

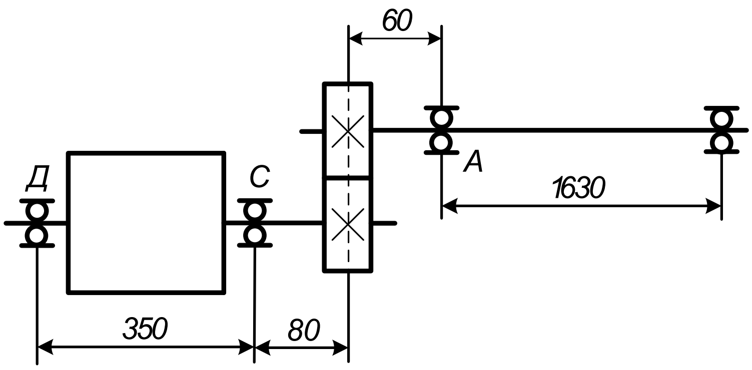
Масса поступательно движущихся частей (суппорта с кареткой) $m_2 = 250$ кг.

Расчет податливости узлов кинематики между двигателем и винтом e_1

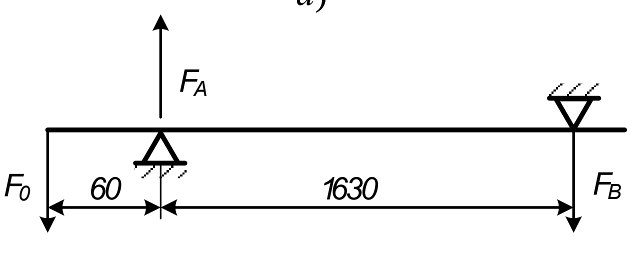
Податливость e_1 складывается из податливости шестеренчатой пары, обусловленной изгибной податливостью валов и радиальной податливостью подшипниковых опор зубчатой передачи e_1', податливостью зубцов зубчатой передачи e_1'', соединений шестерен с валом e_1'''.

Податливость e_1' определяется согласно методике подраздела 2.7.

Расчетная схема для определения реакции опор подшипников приведена на рис. 25*а*.



а)



б)

Рис. 25. Расчетная схема (*а*) и схема определения реакций опор (*б*)

Средний диаметр шестерен $d_ш$ = 70 мм = 0,07 м.

Окружное усилие на шестерне $F = \dfrac{2 \cdot M_н}{d_ш} = \dfrac{2 \cdot 21}{0{,}07} = 600$ Н, где $M_н$ = 21 Н·м.

Схема для определения реакций опор F_A и F_B изображена на рис. 25*б*. Уравнение моментов относительно точки *А* $F_0 \cdot 0{,}06 = F_B \cdot 1{,}63$ м, $F_B = F_0 \cdot \dfrac{0{,}06}{1{,}63} = 600 \cdot \dfrac{0{,}06}{1{,}63} = 22$ Н. Тогда $F_A \approx F_0 + F_B =$ 600 + 22 = 622 Н.

Аналогично для реакции опоры *Д* $F_Д = \dfrac{0{,}08}{0{,}55} \cdot 600 = 137$ Н $F_C = F_0 + F_Д$ = 600 + 137 = 737 Н.

Подшипники в опорах *А, С, Д* типа 208 с внутренним диаметром $d_{вн} = 40$, внешним диаметром *D* = 80, шириной *в* = 18, диаметром шариков $d_ш = 12{,}7$ мм, число шариков *z* = 9, число рядов *i* = 1.

Радиальные деформации в контакте тел качения при нулевом натяжении определим по данным главы 2. По формуле (2.25) находим:

– для опоры *А*

$$\Delta S_{ROA} = 0{,}126 \cdot \left(\frac{622}{9}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{0{,}0127^{1/3}} = 9{,}15 \text{ мкм;}$$

– для опоры *С*

$$\Delta S_{ROC} = 0{,}126 \cdot \left(\frac{737}{9}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{0{,}0127^{1/3}} = 10{,}2 \text{ мкм;}$$

– для опоры *Д*

$$\Delta S_{ROД} = 0{,}126 \cdot \left(\frac{137}{9}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{0{,}0127^{1/3}} = 3{,}2 \text{ мкм.}$$

Податливость опоры *В* ввиду малости реакции F_B пренебрегаем.

Так как натяг радиальных подшипников отсутствует, то коэффициент натяга β = 1 и $\Delta S_R = \Delta S_{RO}$.

Радиальные деформации в контакте колец подшипника с посадочными поверхностями вала и корпуса находим по (2.27), приняв $k = 1{,}25 \cdot 10^{-12}$ м^3/Н:

– для опоры *А*

$$\Delta S''_{RA} = \frac{4 \cdot 622 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-12}}{0{,}04 \cdot 0{,}018}\left(1 + \frac{0{,}04}{0{,}08}\right) \cdot 10^{6} = 2{,}06 \text{ мкм};$$

– для опоры C

$$\Delta S''_{RC} = \frac{4 \cdot 737 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-12}}{0{,}04 \cdot 0{,}018}\left(1 + \frac{0{,}04}{0{,}08}\right) \cdot 10^{6} = 2{,}4 \text{ мкм};$$

– для опоры $Д$

$$\Delta S''_{RД} = \frac{4 \cdot 137 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-12}}{0{,}04 \cdot 0{,}018}\left(1 + \frac{0{,}04}{0{,}08}\right) \cdot 10^{6} = 0{,}46 \text{ мкм}.$$

Результирующие радиальные деформации:

– для опоры A

$$\Delta S_{RA} = 9{,}15 + 2{,}06 = 11{,}21 \text{ мкм};$$

– для опоры C

$$\Delta S_{RC} = 10{,}2 + 2{,}4 = 12{,}6 \text{ мкм};$$

– для опоры $Д$

$$\Delta S_{RД} = 3{,}2 + 0{,}46 = 3{,}66 \text{ мкм}.$$

Ввиду короткой длины концов вала двигателя и конца ходового винта пренебрегаем прогибом валов ΔS_y и крутильной деформацией вала двигателя. Тогда результирующее смещение (2.33) шестерен

$$\Delta S_1 = \Delta S_{R1};\ \Delta S_2 = \Delta S_{R2}.$$

Величины ΔS_{R1} и ΔS_{R2} перемещения зубчатого колеса, вызванного деформацией опор, найдем по формуле (2.35) при $\Delta S_{RB} \approx 0$

$$\Delta S_{R1} = \Delta S_{RA} + \left(\Delta S_{RA} + \Delta S_{RB}\right) \cdot \frac{0{,}06}{1{,}63} = 1{,}037 \cdot 11{,}2 = 11{,}6 \text{ мкм};$$

$$\Delta S_{R2} = \Delta S_{RC} + \left(\Delta S_{RC} + \Delta S_{RД}\right) \cdot \frac{0{,}08}{0{,}35} = 12{,}6 + (12{,}6 + 3{,}36) \cdot 0{,}23 = 16{,}3 \text{ мкм}.$$

Угол закручивания ведущего вала, обусловленный радиальной деформацией подшипников по (2.36)

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S_{R1} + \Delta S_{R2}}{R_1} = \frac{(11{,}6 + 16{,}3) \cdot 10^{-6}}{0{,}035} = 0{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Угловая податливость от деформации подшипников

$$e_{iR} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-3}}{21} = 3{,}85 \cdot 10^{-5} \text{ рад/Н·м.}$$

Величина податливости, приведенная к поступательному перемещению

$$e_{jR} = e_{jR} \cdot \rho^2 = 3{,}85 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}0016^2 = 9{,}8 \cdot 10^{-11} \text{ м/н} = 9{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Податливость зубцов зубчатой передачи по (2.38) (b = 0,02 м, $\cos\alpha \approx 1$)

$$e_{jз} = 6 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{0{,}02 \cdot 0{,}035^2} = 2{,}45 \cdot 10^{-6} \text{ рад/Н·м.}$$

Приведенная к поступательному движению

$$e_{jз} = e_{jз} \cdot \rho^2 = 2 \cdot 45 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}0016^2 = 6{,}3 \cdot 10^{-12} \text{ м/н} = 6{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ мкм/Н.}$$

Податливость соединения шестерен с валами определяется по (2.19). Для шпоночного соединения ведущей шестерки с валом при d = 0,03; l = 0,02 м; z = 1; n = 0,04 м

$$e_{ш} = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-12}}{0{,}03^2 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}004} = 0{,}9 \cdot 10^{-4} \text{ рад/Н·м.}$$

Ведомая шестерня посажена на корпус горячей посадкой без шпонки. Ввиду высокой жесткости такого соединения его податливостью пренебрегаем. Следовательно, податливость соединения шестерен с валами, приведенная к поступательному движению:

$$e_1^{III} = e_{ш} \cdot \rho^2 = 0{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0016^2 = 2{,}3 \cdot 10^{-10} \text{ м/н} = 2{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ мкм/Н.}$$

Результирующая податливость

$$e_1 = e_1^{I} + e_1^{II} + e_1^{III} = 9{,}8 \cdot 10^{-5} + 6{,}3 \cdot 10^{-6} + 2{,}3 \cdot 10^{-4} = 3{,}34 \cdot 10^{-4} \text{ мкм/Н.}$$

Крутильную податливость винта будем определять для среднего положения суппорта при $x = l/2 = 1{,}63/2 = 0{,}815$ м, так как при этом положении (3.47) имеет максимум податливости. Средний диаметр винта $d = 0{,}056$ м.

Угловая податливость от закручивания винта определяется по (2.6) при $J_p = 0{,}1\,\mathrm{d}_{\text{в}}''$

$$e_R = \frac{K}{GJ_p} = \frac{0{,}815}{8{,}1\cdot 10^{10}\cdot 0{,}1\cdot 0{,}056^4} = 1{,}02\cdot 10^{-5} \text{ рад/Н·м.}$$

Значение податливости при приведении к линейному перемещению

$$e_R = 1{,}02\cdot 10^{-5}\cdot 0{,}0016^2 = 2{,}61\cdot 10^{-11} \text{ м/н} = 2{,}61\cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Податливости, обусловленные линейными деформациями

Контактная податливость узла винт-гайка по (2.40) при $d_ш = 0{,}06$ м, $z = 66$

$$e_3 = \frac{K}{GJ_p} = \frac{1}{2{,}66\cdot 0{,}006\cdot 10^3} = 1{,}26\cdot 10^{-3} \text{ мкм/Н.}$$

При определении податливости соединения корпус шаровой гайки-суппорт будем учитывать только деформацию сдвига. Площадь контакта $S = 0{,}02$ м^2, $æ_\tau = 1\cdot 10^{-6}$ мкм·м^2/Н.

Податливость по (2.18)

$$e_4 = \frac{æ_\tau}{S} = \frac{1\cdot 10^{-6}}{0{,}02} = 5\cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Осевая податливость ходового винта ($d_в = 56$, $l = 1630$ мм). Площадь сечения винта

$$S = \frac{\pi d_в^2}{4} = \frac{3{,}14\cdot 0{,}56^2}{4} = 2{,}46\cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Податливость винта по (2.6)

$$e_5 = \frac{1}{E\cdot S} = \frac{1{,}63}{2{,}1\cdot 10^{11}\cdot 2{,}46\cdot 10^{-3}} = 0{,}316\cdot 10^{-8} \text{ м/Н} = 3{,}16\cdot 10^{-3} \text{ мкм/Н.}$$

Осевая податливость роликового упорного подшипника, установленного с предварительным натягом по (2.32) (внутренний диаметр подшипника $d_в$ = 0,05 м),

$$e_6 = \frac{1}{C_6} = \frac{1}{30 \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-3}} = 0{,}67 \cdot 10^{-3} \text{ мкм/Н.}$$

Податливость соединения роликовый упорный подшипник – базовая деталь, состоящего из двух последовательно соединенных узлов, соединения корпуса подшипника через переходную деталь и соединения детали с основанием станка. Стык нагружается осевой силой. Ее номинальное значение (номинальное значение тягового усилия)

$$F_m = \frac{M_н}{\rho} = \frac{21}{0{,}016} = 1312 \text{ Н.}$$

Усилие предварительного натяга принимаем $F_0 = 2F_m =$ 2624 Н.

Податливость стыка при æ = 6,0·10^{-4} мкм·м·Н^{0,5} по (2.2)

$$e_7 = \frac{æ_\tau}{2\sqrt{S \cdot F_0}} = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{0{,}0162 \cdot 2624}} = 4{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Стык детали с основанием станка работает на сдвиг. Площадь стыка S_6 = 0,037 м^2.

Податливость стыка (2.12)

$$e''_7 = \frac{æ_\Sigma}{S} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0{,}037} = 2{,}7 \cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Результирующая податливость стыков

$$e_7 = 4{,}6 \cdot 10^{-5} + 2{,}7 \cdot 10^{-5} = 7{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ мкм/Н.}$$

Результирующая податливость передачи по

$$e_\Sigma = 3{,}34 \cdot 10^{-4} + 2{,}61 \cdot 10^{-5} + 1{,}26 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-5} + 0{,}5 \times$$
$$\times \left(7{,}3 \cdot 10^{-5} + 0{,}66 \cdot 10^{-3} + \frac{3{,}16}{2} \cdot 10^{-3} \right) = 3 \cdot 1 \text{мкм/Н} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н.}$$

<u>Резонансная частота двухмассовой системы при отсутствии демпфирования</u>

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2 e_{\Sigma}}} = \sqrt{\frac{12700 + 250}{12700 \cdot 250 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}} = 1170 \text{ с}^{-1};$$

$$f_{12} = \frac{\Omega_{12}}{2\pi} = \frac{1170}{6{,}28} = 187 \text{ Гц}.$$

Собственная частота колебаний второй массы при закрепленной первой, так как $m_1 >> m_2$

$$\Omega_{02} = \sqrt{\frac{1}{m_2 e_{\Sigma}}} = \sqrt{\frac{1}{250 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}} = 1160 \text{ с}^{-1};$$

$$f_{02} = 185 \text{ Гц}.$$

<u>Расчет жесткости и частот собственных колебаний элементов конструкции манипуляторов</u>

Основной вклад в упругую податливость манипуляторов вносят его звенья и приводы. Методики расчета жесткости приводов манипуляторов аналогичны рассмотренным выше.

При рассмотрении приводов манипуляторов необходимо также учитывать упругие податливости звеньев от деформации изгиба под действием статических и динамических сил и податливости стыков в местах соединения звеньев друг с другом [35].

4. УСТАНОВИВШИЕСЯ И ПЕРЕХОДНЫЕ РЕЖИМЫ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1. Классификация режимов работы электромеханических систем

Различают переходные и установившиеся режимы работы ЭМС [16, 31, 49]. При приложении задающих (управляющих) или возмущающих воздействий система переходит из состояния равновесия в неустановившееся состояние движения. Его можно представить в виде одновременного протекания двух процессов: принужденного движения, задаваемого приложенным воздействием, и свободного движения. Такое неустановившееся состояние системы и носит название переходного процесса. После затухания свободной составляющей переходного процесса система переходит в установившийся режим, где имеет место только принужденное движение, характер которого определяется приложенным воздействием.

Установившиеся режимы работы в зависимости от приложенного воздействия могут быть либо статическими, либо динамическими. Если действующие на механическую часть системы силы (моменты) постоянны и момент двигателя постоянен, и уравновешивает их $M - M_c = 0$, то после затухания свободной составляющей переходного процесса наступает установившийся режим работы, при котором скорость постоянна $d\omega/dt = 0$. Когда момент двигателя или момент нагрузки содержат периодически меняющиеся в функции времени составляющие, после затухания свободной составляющей переходного процесса наступает установившийся режим принужденного движения с колебательной составляющей, при этом массы системы будут двигаться с переменной скоростью, т. е. $d\omega/dt \neq 0$.

В общем случае переходные режимы и установившиеся режимы с пульсирующей составляющей задающих и возмущающих воздействий, при которых $d\omega/dt \neq 0$, относятся к динамическим режимам электромеханических систем.

4.2. Статический режим

Статический режим характеризуется постоянством скорости движения элементов механической части ЭМС ω, т. е. $d\omega/dt = 0$, что соответствует равенству электромагнитного момента двигателя и момента сопротивления нагрузки

$$M = M_c. \qquad (4.1)$$

Графически условие (4.1) определяется точкой пересечения механической характеристики двигателя $\omega = f(M)$ с механической характеристикой исполнительного механизма $\omega = -f(M_c)$ (рис. 26). На рис. 26 приведены механические характеристики 1 и 2 асинхронного двигателя для двух направлений вращения и ряд характеристик различных исполнительных механизмов (3, 4, 5). Характеристика 3 соответствует механизму с активной полезной нагрузкой, например, подъемной лебедке. При $\omega > 0$, что соответствует подъему груза, пересечение этой характеристики с механической характеристикой двигателя дает точку статического режима ω_{c1}, в которой двигатель, работая в двигательном режиме, преодолевает активный момент, создаваемый грузом, и момент потерь в передаточном механизме. При спуске груза, противоположное направлению вращения $\omega < 0$, пересечение характеристики 3 с характеристикой двигателя 2 дает точку статического режима ω_{c2}. Здесь двигатель работает в режиме рекуперативного торможения и его тормозной момент совместно с реактивным моментом механических потерь уравновешивают движущий момент активной нагрузки.

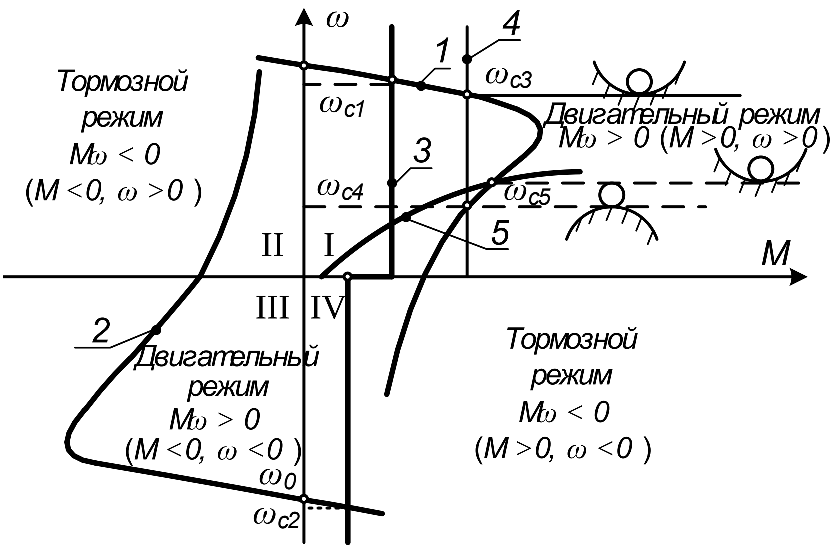


Рис. 26. К анализу статической устойчивости и режимов работы электропривода

Характеристика 4 пересекается с механической характеристикой двигателя 1 в двух точках – скоростях ω_{c3} и ω_{c4}, при которых выполняется условие статического равновесия (4.1). Однако устойчивым это равновесие является только при скорости ω_{c3}. Незначительное отклонение скорости от ω_{c4} вниз дает уменьшение момента двигателя и, следовательно, динамического момента $M_{дин} = M - M_c = J_{\sum} \frac{d\omega}{dt}$ с отрицательным знаком, вызывающего дальнейшее снижение скорости. Аналогичное отклонение скорости вверх от ω_{c4} приводит к увеличению момента двигателя и появлению положительного динамического момента, что ведет к дальнейшему увеличению скорости до $\omega = \omega_{c3}$. При ω_{c3} динамические моменты, возникающие при любом отклонении скорости, направлены на уменьшение отклонения скорости и возвращению электропривода в точку устойчивого равновесия.

Условия возникновения динамического момента при отклонениях от точки статического равновесия зависят от вида механических характеристик двигателя и исполнительного механизма. Как видно из рис. 26 точка пересечения характеристики двигателя 1 с механической характеристикой 5 механизма с вентиляторным характером момента сопротивления ω_{c5} устойчива. Здесь, благодаря более значительным изменениям момента нагрузки, чем момента двигателя, возникающие при отклонениях скорости от ω_{c5} динамические моменты, возвращают систему в исходное состояние ω_{c5}.

Устойчивость зависит от знака жесткости статических характеристик двигателя $\beta_{ст} = \frac{dM}{d\omega}$ и исполнительного механизма $\beta_{им} = \frac{dM_c}{d\omega}$.

Получение статической устойчивости достигается при выполнении условия

$$\beta_{ст} - \beta_{им} < 0. \tag{4.2}$$

Положение на плоскости точки с координатами ω, M, определяет режим работы ЭМС. С энергетической точки зрения эти режимы делятся на двигательные и тормозные, отличающиеся направлением передачи потока энергии через механическую часть. В I и III квадрантах, где направления момента и скорости двигателя совпадают, $M\omega > 0$ – двигательный режим работы, соответствующий прямому направлению передачи энергии от двигателя к исполнительному механизму. Во II и IV квадрантах знаки моментов и скорости противоположны ($M\omega < 0$), что соответствует обратному направлению передачи энергии от исполнительного механизма к двигателю, когда последний работает в тормозном (генераторном) режиме (см. рис. 26).

4.3. Установившиеся динамические режимы механической части электромеханических систем

При анализе установившихся динамических режимов механической части воспользуемся частотными методами (см. Приложение).

В структурных схемах (см. рис. 19) управляющим воздействием является электромагнитный момент двигателя, а возмущающими воздействиями – моменты сопротивления M_{c1}, M_{c2}, M_{c3} и M_c. В качестве выходных величин можно рассматривать углы перемещения φ_1, φ_2, φ_3, φ, скорости ω_1, ω_2, ω_3, ω, упругие моменты M_{12}, M_{23}.

Используя правила преобразования структурных схем (см. Приложение), можно получить передаточную функцию механической части по любому из управляющих или возмущающих воздействий для любой из выходных величин.

Передаточная функция одномассовой системы при входном воздействии $M_{дин} = M - M_c$ (рис. 19*в*) запишется

$$W\omega(p) = \frac{\omega(p)}{M_{дин}(p)} = \frac{1}{J_{\sum} p}. \qquad (4.3)$$

Амплитудно-фазовая характеристика одномассовой системы получается подстановкой $p = j\Omega$; $W\omega(j\Omega) = -1/jJ_{\sum}\Omega$.

Отсюда выражения АЧХ и ФЧХ одномассовой системы принимают вид

$$A\omega(\Omega) = \frac{\omega_{max}}{M_{дин.max}} = \frac{1}{J_{\sum}\Omega}; \ \Psi(\Omega) = -\frac{\pi}{2} = const. \qquad (4.4)$$

АЧХ и ФЧХ одномассовой системы показаны на рис. 27*а*. При $\Omega = 0$, т. е. при постоянстве динамического момента $M_{дин} = const$, величина скорости стремится к бесконечности $\omega \to \infty$.

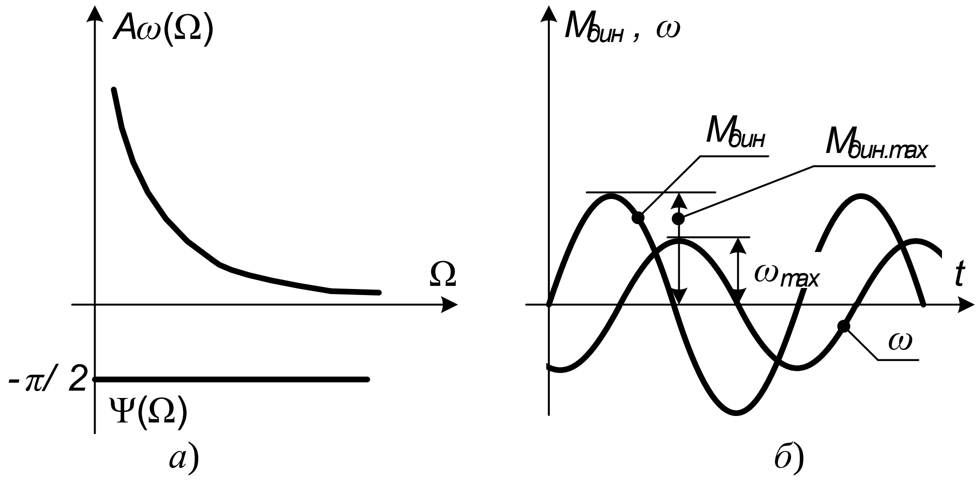


Рис. 27. АЧХ и ФЧХ (*а*) и изменения $M_{дин}$ и ω во времени (*б*) при фиксированной частоте возмущения

Когда $M_{дин}$ изменяется с определенной частотой $\Omega \neq 0$, величина максимальной амплитуды колебаний скорости ω ограничивается тем в большей степени, чем выше частота колебаний Ω. То есть механическая часть электропривода является фильтром низких частот. Убывание амплитуд колебаний скорости ω происходит достаточно быстро с ростом как Ω, так и J_Σ. В установившемся динамическом режиме скорость колеблется по тому же закону, что и момент (рис. 27*б*), отставая от него по фазе на 90°.

Структурная схема (рис. 19*б*) позволяет получить передаточные функции по управляющему M и возмущающим воздействиям M_{c1}, M_{c2} для анализа поведения выходных переменных ω_1, ω_2, M_{12}

$$W\omega_1(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{1}{J_\Sigma p} \cdot \frac{\dfrac{\gamma}{\Omega_{12}^2} p^2 + 1}{\dfrac{1}{\Omega_{12}^2} p^2 + 1}; \tag{4.5}$$

$$W\omega_2(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{J_\Sigma p \left(\dfrac{1}{\Omega_{12}^2} p^2 + 1 \right)}; \tag{4.6}$$

$$W_{M12}(p) = \frac{M_{12}(p)}{M(p)} = \frac{J_2 / J_\Sigma}{\dfrac{1}{\Omega_{12}^2} p^2 + 1}, \tag{4.7}$$

где $\gamma = (J_1 + J_2)/J_1$ – «соотношение инерционных масс системы» [33];

$\Omega_{12}^2 = \sqrt{(J_1 + J_2)C_{12}/J_1 J_2}$ – «собственная частота колебаний двухмассовой системы» [33];

$J_\Sigma = J_1 + J_2$.

По возмущающему воздействию M_{c1}

$$W'\omega_1(p) = \frac{\omega_1(p)}{M_{c1}(p)} = W\omega_1(p);\ W'\omega_2(p) = \frac{\omega_2(p)}{M_{c1}(p)} = W\omega_2(p);$$

$$W'_{M12}(p) = \frac{M_{12}(p)}{M_{c1}(p)} = W_{M12}.$$

По возмущающему воздействию M_{c2}

$$W''\omega_1(p) = \frac{\omega_1(p)}{M_{c2}(p)} = W\omega_2(p);$$

$$W''\omega_2(p) = \frac{\omega_2(p)}{M_{c2}(p)} = \frac{p^2 + [J_2/(J_1 J_2)]\Omega_{12}^2}{J_2 p\left(p^2 + \Omega_{12}^2\right)}; \tag{4.8}$$

$$W''_{M12}(p) = \frac{\Omega_{12}^2/\gamma}{p^2 + \Omega_{12}^2}. \tag{4.9}$$

Характеристические уравнения для двухмассовой системы при различных видах возмущений имеют два корня $p_{12} = \pm\, j\ \Omega_{12}$ и нулевой $p = 0$. Следовательно, при отсутствии в системе сил, обусловливающих рассеяние энергии, двухмассовая система представляет колебательное звено без затухания.

Рассмотрим, как поведет себя двухмассовая система под действием управляющего момента M, изменяющегося во времени по гармоническому закону с частотой Ω.

Уравнение амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) двухмассовой системы по управляющему воздействию M и выходной переменной ω_1 при подстановке $p = j\Omega$ в (4.5) примет вид

$$W_{\omega_1}^{M}(j\Omega) = \frac{1}{jJ_\Sigma\Omega}\cdot\frac{1-\gamma(\Omega/\Omega_{12})^2}{1-(\Omega/\Omega_{12})^2} = A_{\omega_1}(\Omega)e^{-j\Psi_{\omega1}(\Omega)}, \tag{4.10}$$

где $A_{\omega_1}(\Omega)$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\Psi_{\omega_1}(\Omega)$ – фазо-частотная характеристика при выходной переменной ω_1.

Аналогично уравнение АФХ по управляющему воздействию M и выходной координате ω_2, согласно (4.6), запишется в виде

$$W_{\omega_2}^{M}(j\Omega) = \frac{1}{jJ_{\Sigma}\Omega} \cdot \frac{1}{1-(\Omega/\Omega_{12})^2} = A_{\omega_2}(\Omega) e^{-j\Psi_{\omega_2}(\Omega)}. \qquad (4.11)$$

Здесь необходимо обратить внимание на то, что при анализе электромеханических систем рассматриваются передаточные функции, в которых выходная и входная переменные в большинстве случаев имеют различные единицы измерения. В этом случае $W(j\Omega)$ представляет собой не комплексный коэффициент усиления, а комплексный коэффициент передачи с определенной единицей измерения. При этом в выражениях АЧХ единицы амплитуд опускаются, что соответствует их относительным значениям при базовом значении, равном единице измерения.

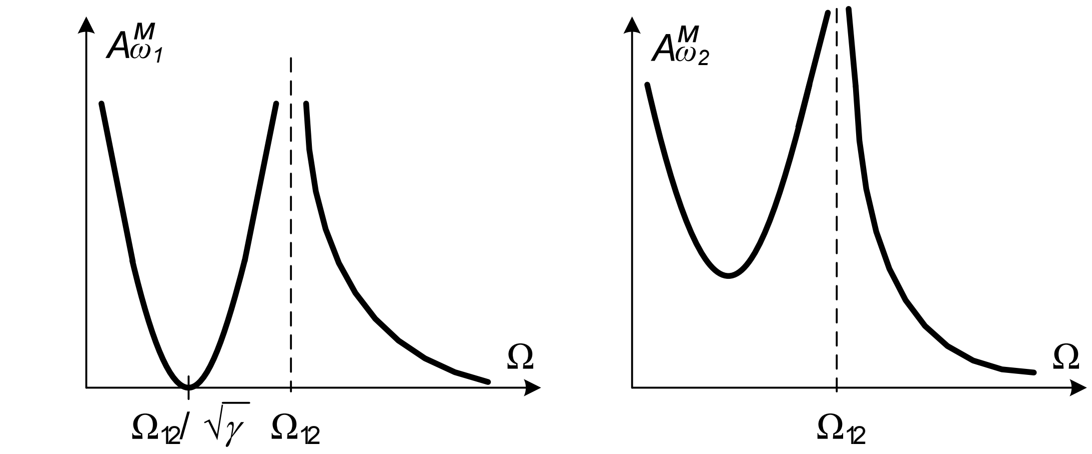
Выражения для АЧХ (4.10, 4.11) примут вид

$$A_{\omega_1}^{M}(\Omega) = \sqrt{\frac{1-\left(\Omega^2\gamma/\Omega_{12}^2\right)^2}{\left[\Omega\left(\Omega_{12}^2-\Omega^2\right)\right]^2}}\,; \qquad (4.12)$$

$$A_{\omega_2}^{M}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[\Omega\left(\Omega_{12}^2-\Omega^2\right)\right]^2}}\,. \qquad (4.13)$$

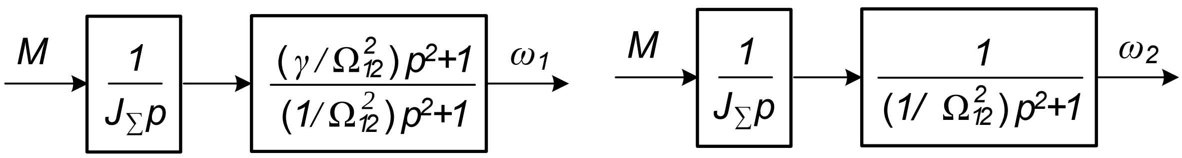
Вид АЧХ, соответствующих (4.12) и (4.13), приведен на рис. 28.

Асимптотические логарифмические АЧХ (ЛАЧХ) системы построим с помощью полученной передаточной функции (4.5). Согласно (4.5) система может быть представлена последовательным соединением интегрирующего звена, форсирующего звена второго порядка с частотой сопряжения $\Omega_{c1} = \Omega_{12}/\sqrt{\gamma}$ и идеального колебательного звена с частотой сопряжения $\Omega_{c2} = \Omega_{12}$ (рис. 29*а*).



а) *б*)

Рис. 28. Амплитудно-частотные характеристики двухмассовой системы $A^M_{\omega_1}$ (*а*) и $A^M_{\omega_2}$ (*б*)



а) *б*)

Рис. 29. Структурная схема двухмассовой механической системы по управляющему воздействию M и выходной переменной ω_1 (*а*) и ω_2 (*б*)

При $\Omega = \Omega_{c1}$ имеет место нуль амплитудно-частотной характеристики и ЛАЧХ терпит разрыв, стремясь к $-\infty$. При $\Omega = \Omega_{12}$ АЧХ стремится к $+\infty$ и имеет место второй разрыв ЛАЧХ. Низкочастотная асимптота ЛАЧХ определяется интегрирующим звеном с коэффициентом обратно пропорциональным $J_\Sigma = J_1 + J_2$ с наклоном –20 дБ/дек. Высокочастотная асимптота $(\Omega >> \Omega_{12})$ соответствует также интегрирующему звену, но с коэффициентом в γ раз больше, чем в области низких частот. ЛАЧХ и ЛФЧХ системы при выходной переменной ω_1, построенные в соответствии с (4.10), приведены на рис. 30*а*. В низкочастотной области сдвиг между колебаниями M и ω_1 определяется интегрирующим звеном и составляет –90°. При $\Omega = \Omega_{12}/\sqrt{\gamma}$ скачком меняет знак числителя (3–10), что ведет к уменьшению фазового сдвига на 180° и далее при $\Omega = \Omega_{12}$ фазовый сдвиг снова скачком принимает значение –90°, в соответствии с высокочастотной асимптотой ЛАЧХ.

ЛАЧХ и ЛФЧХ системы при выходной переменной ω_2, построенные в соответствии с передаточной функцией (рис. 29*б*), и АФХ

(4.11) приведены на рис. 30*б*. В низкочастотной области ЛАЧХ $L\omega_1$ и $L\omega_2$ совпадают. Разрыв в ЛАЧХ $L\omega_2$ имеет место только при резонансной частоте Ω_{12}, а в высокочастотной области она стремится к асимптоте с наклоном –60 дБ/дек и фазовый сдвиг между колебаниями M и ω_2 составит –270°.

Рассмотрим влияние упругости на движение первой и второй масс.

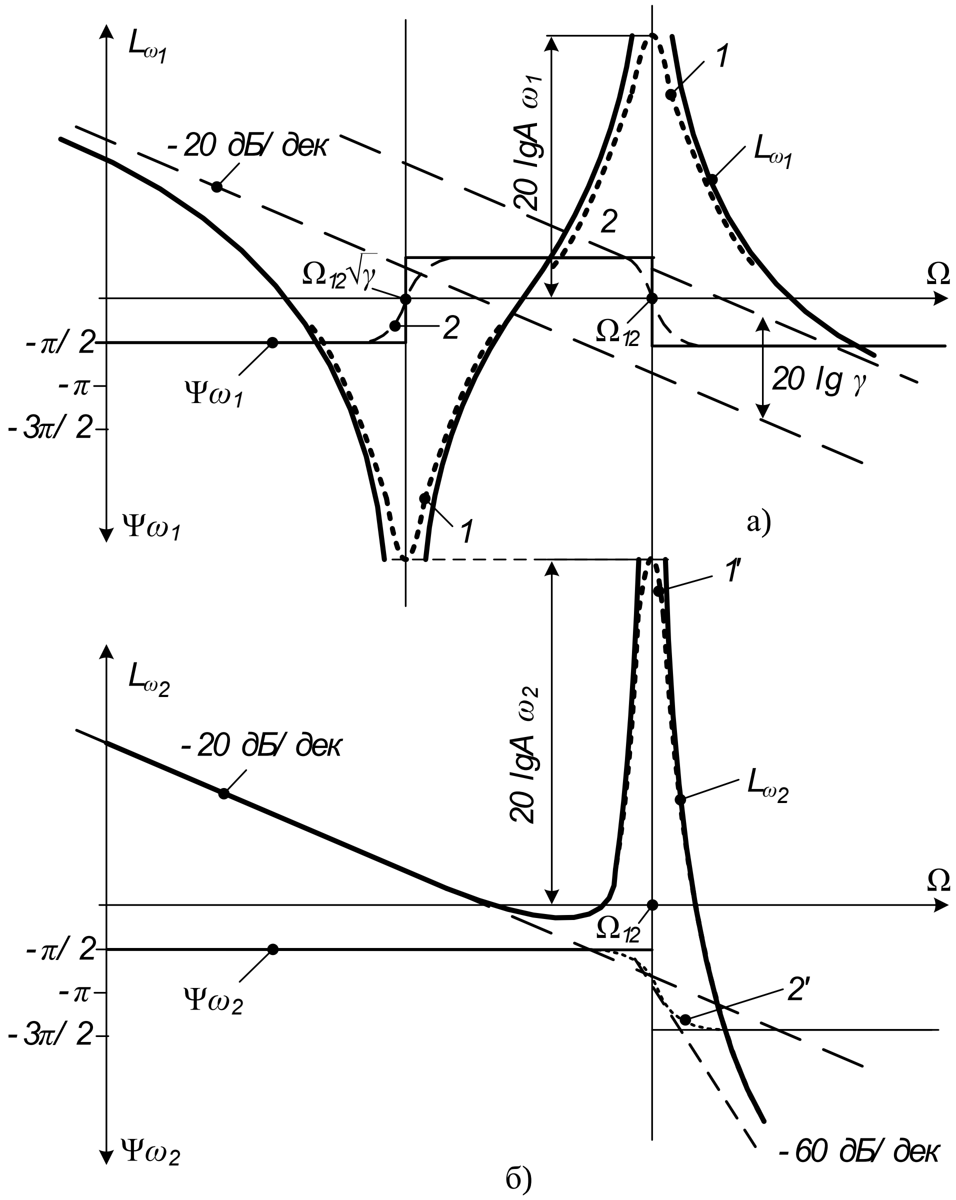


Рис. 30. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики двухмассовой упругой системы по управляющему воздействию: при выходной переменной ω_1 (*а*); при выходной переменной ω_2 (*б*)

Движение первой массы при небольших частотах колебаний управляющего воздействия M, согласно (4.5) (рис. 29*а*, 30*а*), определяются суммарным моментом инерции J_Σ, при этом механическая часть ведет себя как интегрирующее звено. Так, при $\Omega = 0$ ($M = const$) скорость ω_1 изменяется по линейному закону, на который накладываются колебания с частотой Ω_{12}, обусловленные упругой связью. То есть интегрирующее звено в структуре на рис. 29*а* характеризует движение механической системы в среднем.

При приближении частоты колебаний Ω момента M к Ω_{12} амплитуды колебаний скорости ω_1 растут и при $\Omega = \Omega_{12}$ стремятся к бесконечности (резонанс).

Рассмотрим условия, при которых влиянием упругости на движение первой массы можно пренебречь. Как следует из (4.5), при небольшой инерции механизма ($J_2 << J_1$) и $\gamma \to 1$, движение первой массы близко к движению, определяемому интегрирующим звеном $1/J_\Sigma p$. Из (4.5) также следует, что при больших значениях собственной колебаний механической части системы Ω_{12} в области малых и средних частот движение будет определяться тем же интегрирующим звеном.

Отсюда можно сделать вывод, что при синтезе электропривода, если используются обратные связи только по параметрам двигателя, то при $J_2 << J_1$ или $\Omega_{12} >> \Omega_c$, где Ω_c – частота среза желаемой ЛАЧХ разомкнутого контура регулирования, механическую часть можно представить жестким звеном без учета влияния упругих связей.

Согласно рис. 29*б* и рис. 30*б* колебательность второй массы выше, чем первой. В низкочастотной области асимптоты ЛАЧХ $L\omega_1$ и $L\omega_2$ совпадают, так как в среднем движение второй массы также определяется интегрирующим звеном $1/ J_\Sigma p$. Однако в области частот близких Ω_{12} и более высоких, при которых наклон высокочастотной асимптоты составляет –60 дБ/дек, а фазовый сдвиг 270°, отсутствуют причины ослабления колебаний при любых значениях γ.

Поэтому во всех случаях, когда требуется получить высокое качество движения второй массы и при регулировании ее координат, пренебрегать влиянием упругости без необходимой проверки нельзя. Необходимым условием для неучета упругости является значение частоты резонанса Ω_{12}, существенно превосходящей полосу пропускания частот электромеханической системы.

Наличие естественного механического демпфирования в механических системах ограничивает резонансные пики значениями 1 и 1', как показано штриховыми кривыми (рис. 30), и несколько сглаживает фазо-частотные характеристики 2 и 2', существенно не сказываясь на форме ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Рассеяние энергии при колебаниях механических систем связано с внутренними и внешними причинами [8, 25, 31]. К внутренним причинам относится несовершенство упругого элемента и трение в сочленениях отдельных элементов, к внешним причинам – трение колеблющейся системы о внешнюю среду. Большинство авторов считают, что «основной источник демпфирования – рассеяние энергии, вызванное внутренними причинами, связанное с потерями в сочленениях (шпоночные и шлицевые соединения, опоры валов и т. п.)» [8, 25, 23].

«При представлении демпфирования эквивалентным вязким трением» [16, 17, 23], пропорциональным скорости деформации, выражение для сил и моментов вязкого трения примет вид

$$F_{втj} = \beta_{втj}\left(V_j - V_{j+1}\right);\ M_{втi} = \beta_{втi}\left(\omega_i - \omega_{i+1}\right), \tag{4.14}$$

где $\beta_{втj}$, $\beta_{втi}$ – коэффициенты вязкого трения;

V_j, V_{j+1}; ω_i, ω_{i+1} – линейные и угловые скорости концов деформируемого элемента.

Система уравнений, описывающая движение двухмассовой системы с учетом (4.14), запишется в виде

$$\left.\begin{aligned} &M - M'_{12} - M_{c1} = J_1 d\omega_1/dt;\, M'_{12} - M_{c2} = J_2 d\omega_2/dt;\\ &\frac{dM_{12}}{dt} = C_{12}(\omega_1 - \omega_2);\, M_{вт} = \beta_{вт}(\omega_1 - \omega_2);\, M'_{12} = M_{12} + M_{вт}. \end{aligned}\right\} \tag{4.15}$$

Структурная схема, соответствующая (4.15), приведена на рис. 31.

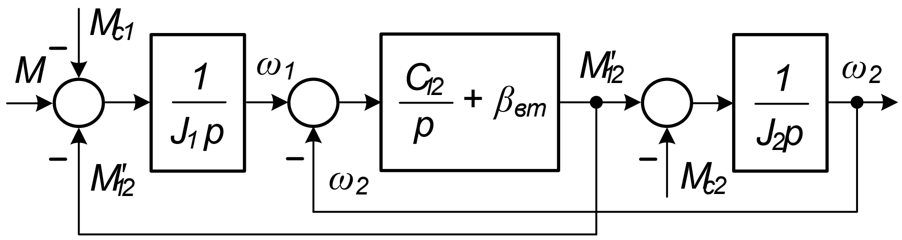


Рис. 31. Структурная схема двухмассовой системы с учетом естественного механического демпфирования

Передаточная функция по управляющему воздействию, полагая выходной величиной упругий момент

$$W_{M'_{12}(p)} = \frac{M'_{12}(p)}{M(p)} = \frac{J_2\left(\beta_{вт}p + C_{12}\right)}{J_1 J_2 p^2 + \left(J_1 + J_2\right)\beta_{вт}p + C_{12}\left(J_1 + J_2\right)}. \tag{4.16}$$

Обозначив

$$\frac{\beta_{вт}(J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2} = 2\alpha_{вт}; \ \frac{C_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2} = \Omega_{12}^2, \tag{4.17}$$

получим (4.12) в виде

$$W_{M'_{12}(p)} = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \cdot \frac{2\alpha_{вт} p + \Omega_{12}^2}{p^2 + 2\alpha_{вт} p + \Omega_{12}^2}. \tag{4.18}$$

Корни характеристического уравнения системы получим, приравняв знаменатель к нулю

$$p_{1,2} = -\alpha_{вт} \pm j\sqrt{\Omega_{12}^2 - \alpha_{вт}^2}. \tag{4.19}$$

Выражение (4.18) показывает, что момент вязкого трения вносит в систему затухание, двухмассовая упругая система приобретает свойства колебательного звена с коэффициентом затухания $\alpha_{вт}$ и частотой колебаний $\Omega_p = \sqrt{\Omega_{12}^2 - \alpha_{вт}^2}$. Так как $\alpha_{вт} << \Omega_{12}$, то $\Omega_p \approx \Omega_{12}$.

Для двухмассовой механической системы установлена связь коэффициента демпфирования $\beta_{вт}$ с логарифмическим декрементом (3.58) и параметрами механической части [32].

$$\beta_{вт} = 2\lambda \sqrt{\frac{J_1 J_2 C_{12}}{(J_1 + J_2)(7{,}45 + \lambda^2)}}. \tag{4.20}$$

Выражение АЧХ для рассматриваемого случая

$$A_{M'_{12}} = \frac{M'_{12max}}{M_{max}} = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \sqrt{\frac{\left(\Omega_{12}^2\right)^2 + (2\alpha_{вт}\Omega)^2}{\left(\Omega_{12}^2 - \Omega^2\right) + (2\alpha_{вт}\Omega)^2}}. \tag{4.21}$$

На рис. 32 приведены зависимости резонансного коэффициента усиления системы в зависимости от величины логарифмического декремента λ.

Зависимости $A_{M'_{12}} = f(\Omega)$ (рис. 32) показывают, что при λ = 0,1–0,3, несмотря на ограничение амплитуд резонансных колебаний, резонансный пик остается по-прежнему большим и колебания в зоне резонанса усиливаются в 30–10 раз.

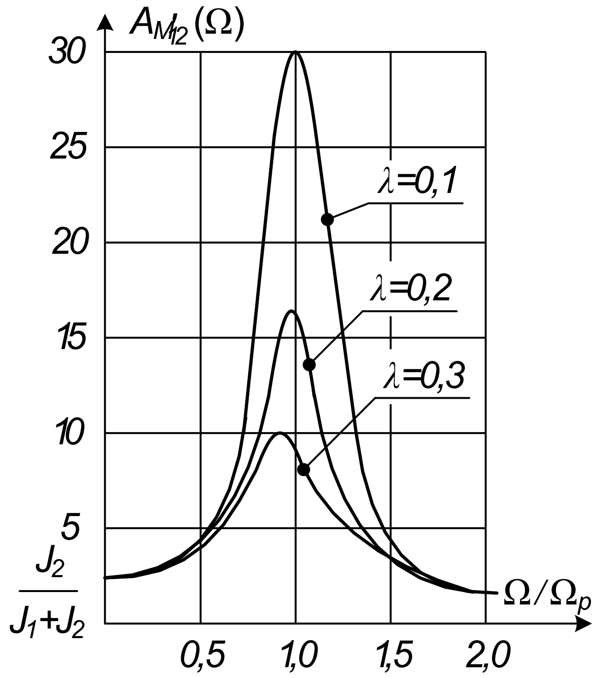


Рис. 32. Зависимость $A_{M'_{12}}(\Omega)$

В исследованиях естественное механическое демпфирование учитывается при анализе вынужденных колебаний, когда другие демпфирующие факторы отсутствуют, так как иначе имеют место незатухающие колебания.

4.4. Переходные процессы механической части

Изменения управляющего или возмущающего воздействия вызывают в механической части системы переходные процессы, при которых скорости движения механически связанных масс изменяются от начальных значений, определяемых начальными условиями, к установившимся значениям, заданным новыми значениями воздействий на систему.

4.4.1. Механические переходные процессы в одномассовой системе

Рассмотрим переходные процессы в одномассовой системе (рис. 18*в*), когда момент двигателя и момент сопротивления не зависят от скорости $M = const$ и $M_c = const$.

Решив уравнение движения (3.26) относительно производной скорости, получим

$$d\omega = \frac{M - M_c}{J_\Sigma} dt\,, \qquad (4.22)$$

где $\varepsilon = (M - M_c)/J_\Sigma$ – ускорение масс системы.

Проинтегрировав (4.22)

$$\int\limits_{\omega_{нач}}^{\omega} d\omega = \int\limits_{0}^{t} \varepsilon \cdot dt\,, \qquad (4.23)$$

получим формулу равномерно ускоренного движения

$$\omega = \omega_{нач} + \varepsilon t\,. \qquad (4.24)$$

Соотношение (4.24) позволяет определить время переходного процесса $t_{п.п}$ изменения скорости от $\omega_{нач}$ до $\omega_{кон}$

$$t_{п.п} = \frac{\omega_{кон} - \omega_{нач}}{\varepsilon} = \frac{J_\Sigma(\omega_{кон} - \omega_{нач})}{M - M_c}\,. \qquad (4.25)$$

При равенстве моментов $M = M_c$ ускорение $\varepsilon = 0$ и механическая часть сохраняет состояние покоя $\omega_{нач} = 0$ или равномерного движения $\omega = \omega_{нач} = const$. На рис. 33*а* при $M = M_c$ показано состояние покоя $\omega_{нач} = 0$. В момент времени $t = 0$ момент двигателя скачком возрастает до значения $M = M_1 > M_c$, инерционные массы переходят в режим равноускоренного движения с ускорением $\varepsilon = (M_1 - M_c)/J_\Sigma$. Если при достижении конечной скорости $\omega_{кон}$ уменьшить момент от M_1 до M_c, ускорение уменьшится до нуля и система будет двигаться с установившейся скоростью $\omega = \omega_{кон}$.

На рис. 33*б* приведены зависимости ω и M системы при торможении. Рис. 33*в* иллюстрирует реверс одномассовой системы при активном характере момента, а рис. 33*г* – с реактивным характером момента от $\omega_{нач}$ до $\omega_{кон}$. При активном характере момента M_c изменение скорости от $\omega_{нач}$ до $\omega_{кон}$ идет с постоянным ускорением, поскольку M_c не меняет знака при изменении направления скорости (рис. 33*в*). При реактивном характере момента (рис. 33*г*) и достижении скоростью нулевого значения реактивный момент сопротивления скачком изменяет свой знак на противоположный, препятствуя разгону в противоположном направлении. Поэтому при переходе скорости через нуль ускорение изменяется скачком от $\varepsilon_m = -(M_1 + M_c)/J_2$ до

$\varepsilon_n = -(M_1 - M_c)/J_\Sigma$. Для перехода к статическому режиму движения в момент $t_{п.п}$ необходимо момент двигателя скачком уменьшить до значения $M = M_c$.

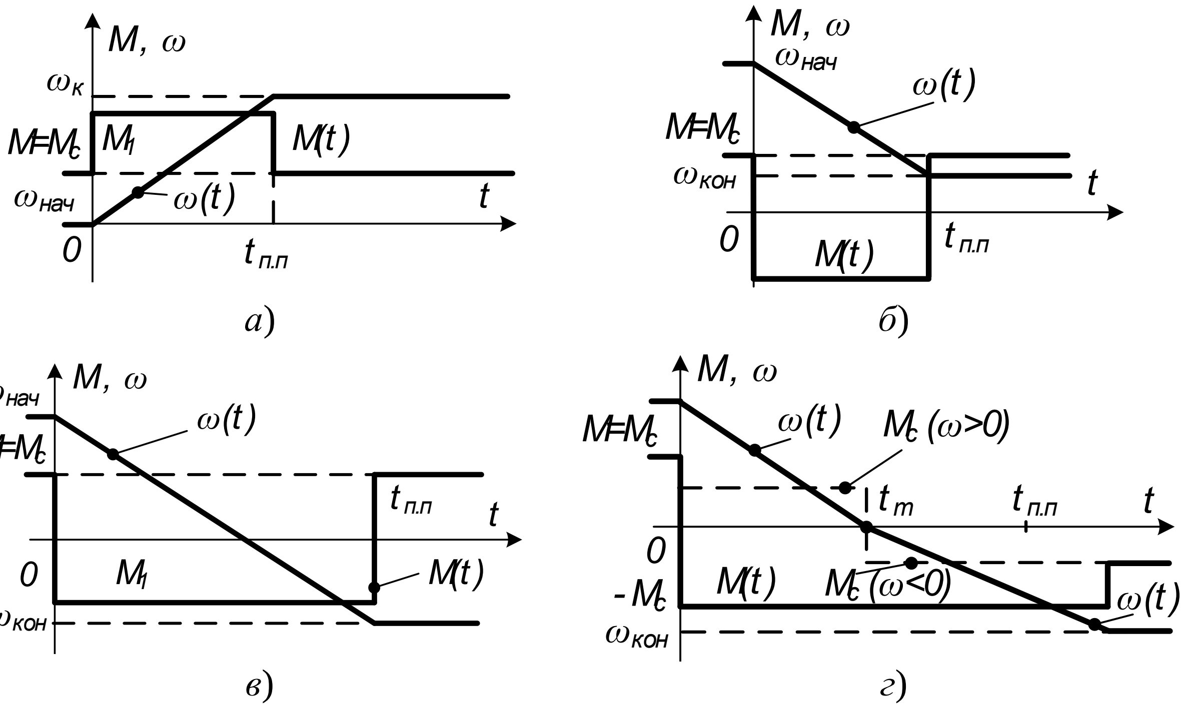


Рис. 33. Переходные процессы одномассовой системы при *M* = *const* и M_c = *const*: при пуске из состояния покоя (*а*), при торможении (*б*), при реверсе с активным (*в*) и реактивным (*г*) характером момента сопротивления

Следовательно, характер изменения скорости в переходных процессах определяется зависимостью *M* = *f*(*t*). Положим, что при пуске без нагрузки (M_c = 0) задан экспоненциальный характер изменения скорости с постоянной *T*

$$\omega = \omega_{уст}\left(1 - e^{-t/T}\right). \qquad (4.26)$$

Требуемый закон изменения момента определяет уравнение движения

$$M = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}. \qquad (4.27)$$

Найдем производную *dω/dt* из (4.26)

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega_{уст} \frac{1}{T} \cdot e^{-t/T}. \qquad (4.28)$$

Подставив (4.28) в (4.27), получим закон изменения момента

$$M = J_{\sum}\omega_{уст}\frac{1}{T}\cdot e^{-t/T}. \tag{4.29}$$

То есть при пуске необходимо обеспечить экспоненциальный характер изменения момента $M(t)$ (рис. 34).

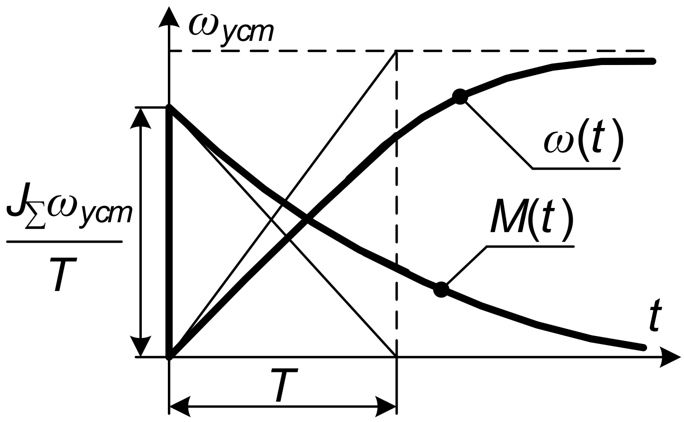


Рис. 34. Характер изменения ω (t) и М(t) при пуске

Проведенный анализ показывает, что необходимый закон изменения скорости всегда обеспечивается формированием соответствующего закона изменения момента двигателя во времени.

4.4.2. Механические переходные процессы в двухмассовой системе

На примере пуска двухмассовой системы (рис. 19*б*) рассмотрим, какие особенности в характер движения механической части ЭМС вносит наличие упругих механических связей. При условии $M_{c1} = 0$ и $M = const$ уравнения, описывающее движение системы, примут вид:

$$\left.\begin{aligned} &1.\ M - M_{12} = J_1\frac{d\omega_1}{dt}; \\ &2.\ M_{12} - M_{c2} = J_2\frac{d\omega_2}{dt}; \\ &3.\ \frac{d^2M_{12}}{dt^2} = C_{12}\left(\frac{d\omega_1}{dt} - \frac{d\omega_2}{dt}\right). \end{aligned}\right\} \tag{4.30}$$

Для нахождения решения (4.30) относительно упругого момента M_{12} умножим первое уравнение на C_{12}/J_1, а второе – на C_{12}/J_2 и вычтем второе уравнение из первого. Тогда с учетом третьего уравнения правая часть становится равной d^2M_{12}/dt^2 и после преобразований полученное уравнение запишется в виде

$$\frac{1}{\Omega_{12}^2}\cdot\frac{d^2M_{12}}{dt^2}+M_{12}=J_2\varepsilon_{cp}-M_{c2}, \tag{4.31}$$

где $\varepsilon_{cp}=(M-M_{c2})/(J_1+J_2)$ – среднее ускорение ЭМС.

Характеристическое уравнение системы $p^2+\Omega_{12}^2=0$ имеет два чисто мнимых корня

$$p_{1,2}=\pm j\Omega_{12}. \tag{4.32}$$

При чисто мнимых корнях (4.32) решение уравнения (4.31) запишется в виде:

$$M_{12}=M_{12cp}+A\cos\Omega_{12}t+B\sin\Omega_{12}t, \tag{4.33}$$

где $M_{12cp}=J_2\varepsilon_{cp}+M_{c2}$ – среднее значение момента в упругой связи.

Начальные условия $t=0$, $(M_{12})_0=0$, $\left(\frac{dM_{12}}{dt}\right)_0=0$ позволяют определить коэффициенты A и B и представить решение (4.33) в виде

$$M_{12}=M_{12cp}(1-\cos\Omega_{12}t). \tag{4.34}$$

Уравнение движения первой массы привода получим подстановкой в первое уравнение системы (4.30) выражения для M_{12} из (4.34). В результате разделения переменных и интегрирования

$$\int_0^{\omega_1}d\omega_1=\int_0^t\frac{M-M_{12cp}(1-cos\,\Omega_{12}t)}{J_1}dt \tag{4.35}$$

получим формулу изменения скорости первой массы

$$\omega_1=\varepsilon_{cp}t+\frac{J_2}{J_1}\frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}}\sin\Omega_{12}t. \tag{4.36}$$

Аналогично, подстановкой (4.34) во второе уравнение системы (4.30) получим выражение для скорости второй массы

$$\omega_2 = \varepsilon_{cp} t - \frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \sin \Omega_{12} t \,. \tag{4.37}$$

Построенные согласно уравнениям (4.34, 4.36, 4.37) зависимости $M_{12}(t)$, $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ приведены на рис. 35*а*.

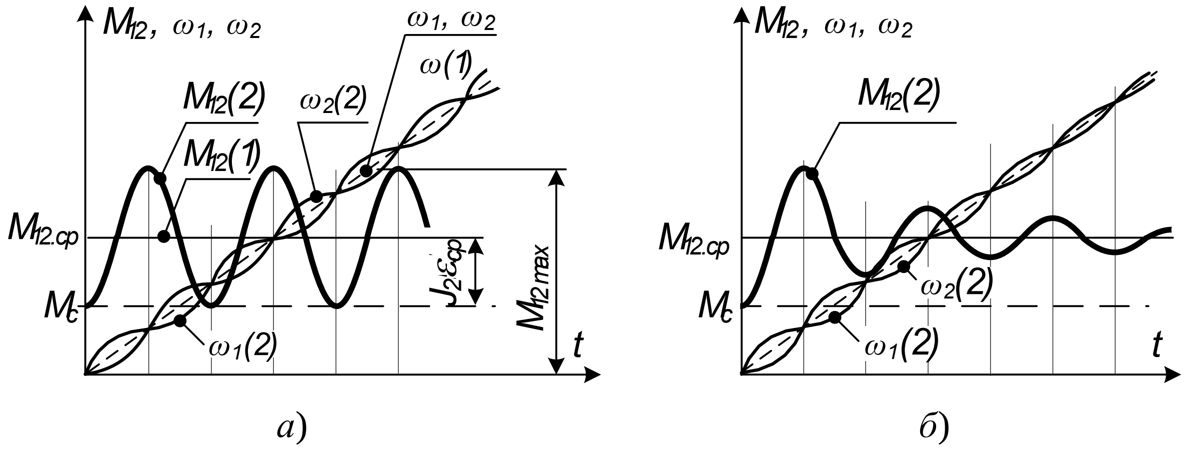


Рис. 35. Зависимости M_{12}, ω_1, ω_2 одномассовой (1) и двухмассовой (2) без учета механического демпфирования (*а*), с учетом механического демпфирования (*б*)

Таким образом, пуск двухмассовой упругой системы при $M = const$ сопровождается колебаниями M_{12}, ω_1 и ω_2 с частотой Ω_{12}. Если бы механические связи были абсолютно жесткими ($C_{12} = \infty$), то колебания масс в переходном процессе отсутствовали бы и скорости ω_1 и ω_2 изменялись по линейному закону.

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \varepsilon_{cp} \cdot t \,, \tag{4.38}$$

а нагрузка между массами имела величину

$$M_{12cp} = J_2 \varepsilon_{cp} + M_{C2} \,. \tag{4.39}$$

Внутренние диссипативные силы в механических системах вследствие их малости вызывают незначительное затухание колебаний (рис. 35*б*) и изменение частоты $\Omega < \Omega_{12}$. Однако даже при максимальном значении $\lambda = 0{,}3$ время затухания составляет 10–30 колебаний [31] и незначительно сказывается на характере переходного процесса. Данное обстоятельство дает основание в ряде случаев пренебречь влиянием механического демпфирования при анализе переходных режимов.

4.4.3. Динамические нагрузки механических систем

В отличие от рассмотренных выше моментов и сил статических нагрузок, которые определяются нагрузкой на рабочих органах исполнительных механизмов и не зависят от ускорений масс, силы и моменты сил инерции пропорциональны ускорениям масс:

$$F_{динj} = m_j dV_j / dt; \; M_{динi} = J_i d\omega_i / dt.$$

Данные силы и моменты принято называть динамическими силами и моментами [16].

Динамические моменты являются составляющей полной нагрузки и для одномассовой системы, согласно уравнению движения (3.25), суммарная динамическая нагрузка равна:

$$M_{дин} = J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} = M - M_c. \tag{4.40}$$

При ускорении механической системы динамический момент является тормозным, его знак совпадает со знаком скорости. Двигатель, преодолевая этот момент, совершает работу, идущую на увеличение запаса кинетической энергии механической системы. При замедлении, наоборот, динамический момент является движущим. При этом освобождающаяся при снижении скорости кинетическая энергия идет на совершение работы по преодолению результирующего момента $M – M_c$, который в данном случае является тормозом.

Наибольший возможный статический и наибольший требуемый динамический моменты определяют максимальную величину полной нагрузки и, следовательно, наибольшее значение электромагнитного момента двигателя

$$M_{\max} = M_{c\max} + J_{\Sigma}\varepsilon_{тр.\max}, \tag{4.41}$$

где M_{max}, $\varepsilon_{тр.max}$ – расчетные значения максимального момента сопротивления и требуемого ускорения.

Значения M_{max} определяют кратковременные перегрузки двигателя по моменту, т. е. его перегрузочную способность по моменту.

Нагрузки механического оборудования определяют его износ, причем наиболее неблагоприятно влияние нагрузок, содержащих знакопеременную составляющую. Как видно из анализа переходных процессов двухмассовой системы (подраздел 4.4.2), упругие колебания, не влияя на длительность переходных процессов, могут привести к существенному увеличению максимальных нагрузок передач, значительно превышающих среднюю. Это превышение принято характеризовать динамическим коэффициентом

$$K_{д} = \frac{M_{12\max}}{M_{12ср}}. \tag{4.42}$$

Максимум составляющей нагрузки упругого элемента наступает в момент времени $t = \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \Big/ \Omega_{12}$, где n = 1, 2, 3 и т. д. имеет величину $M_{12\max} = 2J_2\varepsilon_{ср} + M_{c2}$. Тогда выражение для динамического коэффициента при пуске под нагрузкой

$$K_{д} = \frac{2J_2\varepsilon_{ср} + M_{c2}}{J_2\varepsilon_{ср} + M_{c2}}. \tag{4.43}$$

Соотношение (4.43) показывает, что динамический коэффициент растет с ростом J_2 и $\varepsilon_{ср}$ и при больших значениях J_2 и пуске без нагрузки $M_{c2} = 0$ может достигать значения $K_{д} = 2$.

Эффективным средством снижения колебательных нагрузок в механическом оборудовании при переходных процессах является увеличение плавности нагружения за счет ограничения темпа нарастания момента двигателя.

Пусть при пуске двухмассовой системы вхолостую $M_{c2} = 0$ момент двигателя изменяется по экспоненциальному закону

$$M = M_1(1 - e^{-t/T}). \tag{4.44}$$

Решив систему уравнений (4.26) относительно упругого момента M_{12}, получим

$$\frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + M_{12} = J_2\varepsilon_{ср}(1 - e^{-t/T}), \tag{4.45}$$

где $\varepsilon_{ср} = M_1 / (J_1 + J_2)$.

Корни характеристического уравнения системы

$$p_{12} = \pm j\Omega_{12}.$$

Решение уравнения, при наличии зависящей от времени правой части, примет вид:

$$M_{12} = A + B \cdot e^{-t/T} + C \cdot cos\Omega_{12}t + D \cdot sin\Omega_{12}t. \quad (4.46)$$

Найдем постоянные коэффициенты *A*, *B*, *C*, *D*.

При $t = \infty$ имеет затухание переходных составляющих решения, отсюда:

$$M_{12} = J_2 \varepsilon_{cp}. \quad (4.47)$$

Следовательно

$$A = J_2 \, \varepsilon_{cp}. \quad (4.48)$$

Коэффициенты *B*, *C* и *D* найдем из начальных условий.

При $t = 0$ $(M_{12})_0 = 0$, получим

$$0 = B + C + J_2 \varepsilon_{cp}; \quad (4.49)$$

при $t = 0$ $\left(\dfrac{dM_{12}}{dt}\right)_0 = 0$, получим

$$0 = -\frac{B}{T} + D\Omega_{12}; \quad (4.50)$$

при $t = 0$ $\left(\dfrac{d^2M_{12}}{dt^2}\right)_0 = 0$, получим

$$0 = \frac{B}{T^2} - C\Omega_{12}^2. \quad (4.51)$$

Совместное решение системы уравнений (4.49, 4.50, 4.51) позволяют определить коэффициенты *B*, *C* и *D*.

$$B = -J_2 \varepsilon_{cp} \frac{T^2\Omega_{12}^2}{T^2\Omega_{12}^2 + 1}; \; C = -\frac{J_2 \varepsilon_{cp}}{T^2\Omega_{12}^2 + 1}; \; D = -J_2 \varepsilon_{cp} \frac{T \varepsilon_{cp}}{T^2\Omega_{12}^2 + 1}. \quad (4.52)$$

После подстановки коэффициентов (4.52) в уравнение (4.42) и преобразований:

$$M_{12} = J_2\varepsilon_{cp}\left(1 - \frac{T^2\Omega_{12}^2}{T^2\Omega_{12}^2+1}\, e^{-t/T}\right) - \frac{J_2\varepsilon_{cp}}{T^2\Omega_{12}^2+1}\cdot sin(\Omega_{12}t) + \Psi\ , \quad (4.53)$$

где $\Psi = arctg(1/T\Omega_{12})$.

Зависимости $M(t)$, $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $M_{12}(t)$, отражающие переходный процесс пуска в системе, приведены на рис. 36.

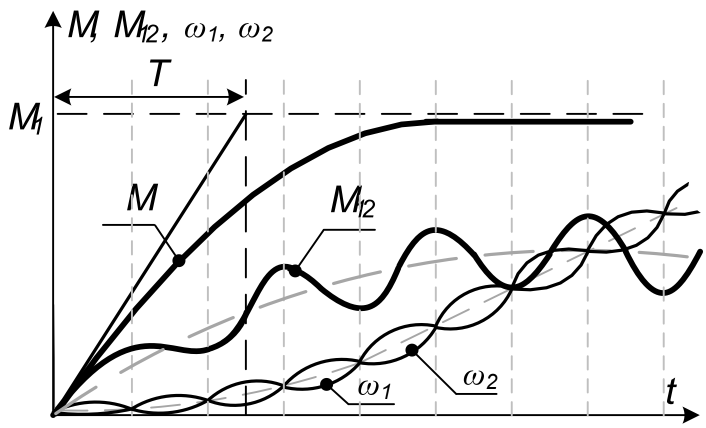


Рис. 36. Зависимости изменения $M(t)$, $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ и $M_{12}(t)$ при пуске двухмассовой системы

В данном случае амплитуда колебаний составляющей упругого момента (4.53) зависит от постоянной экспоненты T. Максимум момента наступает при $\Omega_{12}t + \Psi = \pi/2 + 2\pi n$, где n = 1, 2, 3 и т. д., когда $e^{-t/T} \approx 0$ (рис. 36).

Динамический коэффициент для данного случая определяется соотношением

$$K_д = \frac{M_{12max}}{M_{12cp}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{T^2\Omega_{12}^2+1}}\,. \quad (4.54)$$

При сравнении (4.42) и (4.54) видно, что при $M_{c2} = 0$ и $T = 0$ оба выражения дают $K_д = 2$ при увеличении T за счет повышения плавности нагружения механической системы, амплитуды колебаний M_{12} быстро уменьшаются, соответственно уменьшается значение динамического коэффициента. Степень уменьшения динамических нагрузок зависит от соотношения времени нарастания момента T и времени периода собственных колебаний механической системы $T_{12} = 2\pi/\Omega_{12}$.

Зависимость $K_{\partial} = f(T/T_{12})$ на рис. 37, рассчитанная по соотношению (4.54), показывает, что для существенного снижения динамического коэффициента необходимо, чтобы время нарастания момента двигателя T было соизмеримо по величине или равно времени периода собственных колебаний механической системы Ω_{12}. Дальнейшее снижение темпа нарастания момента двигателя значительно увеличивает время переходных процессов, а на величину динамического коэффициента влияет мало. Аналогичные результаты имеют место и при нарастании момента по линейному и синусоидальному законам [8, 14].

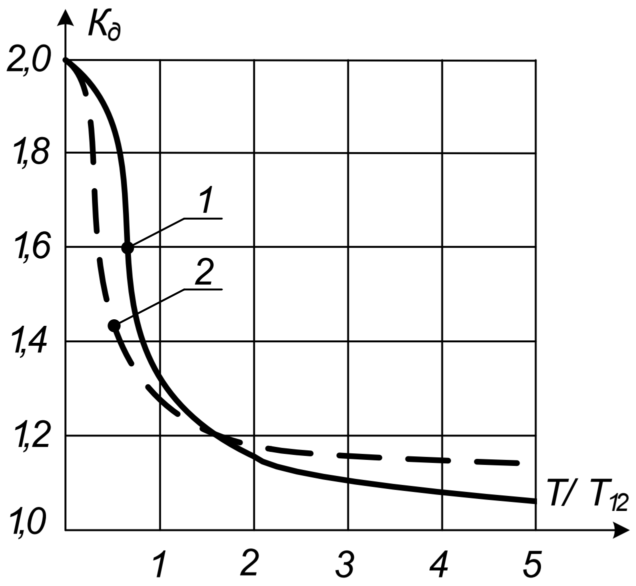


Рис. 37. Зависимости $K_{\partial} = f(T/T_{12})$ при нарастании момента по экспоненте (1), по линейному закону (2)

Динамические нагрузки механического оборудования существенно возрастают из-за ударов, возникающих при выборе зазоров в передачах и сочленениях рабочего оборудования машин.

Наличие зазоров делает двухмассовую упругую систему нелинейной, так как характеристика зазора представляет собой типичную нелинейность (рис. 38*б*) вида:

$$\begin{aligned} M_{12} &= C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2 \pm \Delta\varphi_3/2) \text{ при } |\varphi_1 - \varphi_2| > \Delta\varphi_3/2; \\ M_{12} &= 0 \text{ при } |\varphi_1 - \varphi_2| \le \Delta\varphi_3/2. \end{aligned} \tag{4.55}$$

Расчетная приведенная схема двухмассовой системы, которая учитывает зазоры в кинематической цепи, представлена на рис. 38*а*.

Движение двухмассовой системы с зазором описывается системой уравнений

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{12} - M_{c1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \; M_{12} - M_{c2} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt};\\
&\frac{d^2 M_{12}}{dt^2} = C_{12}\left(\frac{d\omega_1}{dt} - \frac{d\omega_2}{dt}\right); \; M_{12} = 0 \text{ при } |\varphi_1 - \varphi_2| \le \Delta\varphi_3/2;\\
&M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2 \pm \Delta\varphi_3/2) \text{ при } |\varphi_1 - \varphi_2| > \Delta\varphi_3/2.
\end{aligned}\right\} \quad (4.56)$$

Структурная схема механической части, соответствующая (4.56), приведена на рис. 38*в*.

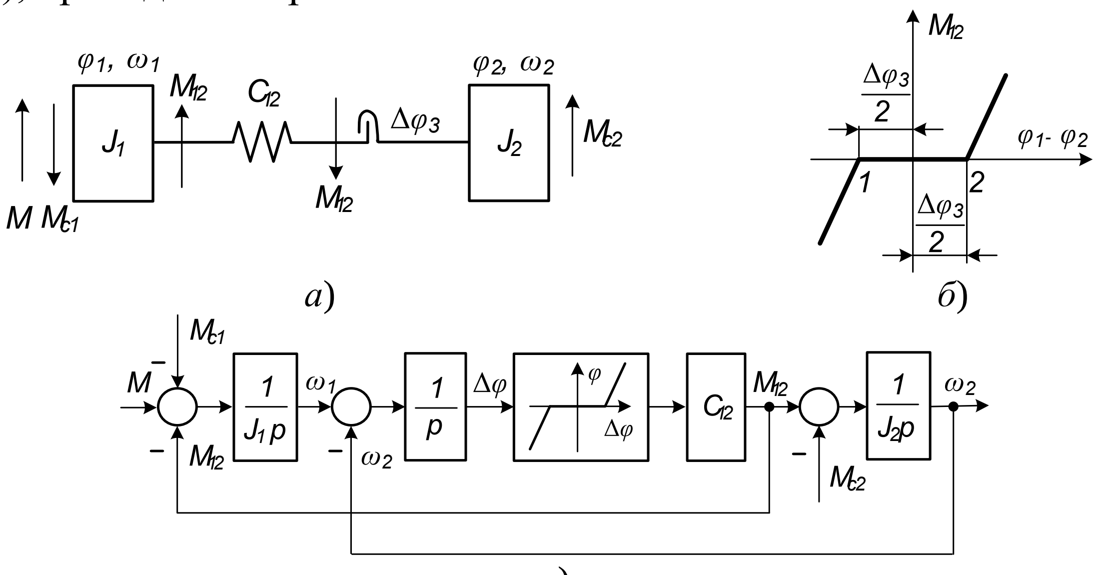


Рис. 38. Расчетная (*а*) и структурная (*в*) схемы механической части с учетом зазоров в передачах (зависимость $M_{12} = f(\varphi_1 - \varphi_2)$ (*б*))

Особенности выбора зазоров рассмотрим на примере пуска двухмассовой системы (рис. 38). Считаем, что в исходном положении обе массы неподвижны ($\omega_1 = \omega_2 = 0$, $M_{c1} = 0$) и к массе J_1 скачком прикладывается движущий момент $M = M_1 = const$, а к массе J_2 приложен тормозной реактивный момент нагрузки M_{c2}. При выборе зазора $\Delta\varphi_3$ механическая связь между первой и второй массами отсутствует, и под действием движущегося момента M_1 инерционная масса J_1 движется равноускоренно

$$\omega_1 = \frac{M_1 t}{J_1} = \varepsilon_0 t\,. \quad (4.57)$$

За время выбора зазора t_0 двигатель успевает разогнаться до некоторой скорости $\omega_{1нач}$, величину которой при равноускоренном движении можно определить следующим образом:

$$\Delta\varphi_3 = \int_0^{t_0} \omega_1 \cdot dt = \int_0^{t_0} \varepsilon_0 t \cdot dt = \frac{\varepsilon_0 t_0^2}{2}. \qquad (4.58)$$

Тогда время движения первой массы в зазоре

$$t_0 = \sqrt{2\Delta\varphi_3 / \varepsilon_0}. \qquad (4.59)$$

Согласно (4.57) и (4.59) величина начальной скорости, которую первая масса приобретет к концу выбора зазора,

$$\omega_{1нач} = \sqrt{2\varepsilon_0 \Delta\varphi_3}. \qquad (4.60)$$

В данном случае рассмотрен более тяжелый случай выбора полного зазора, когда начальное значение $\Delta\varphi_3$ на рис. 38*б* соответствует точке 1, а конечное, соответствующее выбору зазора, – точке 2. Так как инерционная масса J_2 неподвижна, при реактивном характере момента M_{c2}, процесс выбора зазора оканчивается упругим ударом, при котором накопленная первой массой за время выбора зазора кинетическая энергия $J_1 \omega_{1\,нач}^2 / 2$ переходит в энергию упругих деформаций, вызывая дополнительные динамические нагрузки.

Если начало отсчета совместить с моментом времени t_0, окончание выбора зазора, уравнения, описывающие движение системы (рис. 38), приводятся к виду (4.31).

Решение (4.31) относительно M_{12} дает выражение

$$\frac{1}{\Omega_{12}^2} \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + M_{12} = J_2 \varepsilon_{ср} + M_{c2}, \qquad (4.61)$$

при корнях характеристического уравнения $p_{1,2} = \pm j\Omega_{12}$.

Общее решение уравнения, с учетом частного решения правой части и корней, запишется в виде

$$M_{12} = M_{12ср} + A' \cdot \cos \Omega_{12} t + B' \cdot \sin \Omega_{12} t, \qquad (4.62)$$

где $M_{12ср} = J_2 \varepsilon_{ср} + M_{c2}$.

Решение (4.62) будем искать исходя из следующих начальных условий: при $t = 0$ $(M_{12})_0 = 0$; $(dM_{12}/dt)_0 = C_{12}(\omega_1 - \omega_2) = C_{12}\omega_{1нач}$.

При данных начальных условиях

$$0 = M_{12ср} + A';$$
$$C_{12}\omega_{1нач} = B' \cdot \Omega_{12}. \qquad (4.63)$$

Тогда выражения для коэффициентов A', B' примут вид

$$A' = -M_{12ср};\ B' = \frac{C_{12}\omega_{1нач}}{\Omega_{12}}. \qquad (4.64)$$

Следовательно, (4.62) примет вид

$$M_{12} = M_{12ср} - M_{12ср} \cdot cos\,\Omega_{12}t + \frac{C_{12}\omega_{1нач}}{\Omega_{12}} sin\,\Omega_{12}t. \qquad (4.65)$$

В результате преобразований получим

$$M_{12} = M_{12ср} + \sqrt{M_{12ср}^2 + \frac{C_{12}^2\omega_{1нач}^2}{\Omega_{12}^2}} \cdot sin(\Omega_{12}t + \Psi), \qquad (4.66)$$

где $\Psi = arctg(M_{12ср}\Omega_{12}/C_{12}\omega_{1нач})$.

Согласно (4.66) максимум нагрузки передачи в рассматриваемом переходном процессе составит

$$M_{12max} = M_{12ср} + M_{12ср}\sqrt{1 + \frac{C_{12}^2\omega_{1нач}^2}{M_{12ср}^2\Omega_{12}^2}}. \qquad (4.67)$$

Динамический коэффициент при выборе зазоров

$$K_д = \frac{M_{12max}}{M_{12ср}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{C_{12}^2\omega_{1нач}^2}{M_{12ср}^2\Omega_{12}^2}}. \qquad (4.68)$$

Из (4.68) видно, что при $\omega_{1нач}$ не равное нулю $K_д > 2$ и растет с ростом $\omega_{1нач}$ тем в большей степени, чем выше жесткость C_{12}. Следовательно, для ограничения динамических нагрузок необходимо ограничивать значение $\omega_{1нач}$. Ограничение начальной скорости можно обеспечить (рис. 39) ограничением скорости при пуске предварительной ступенью $\omega = \omega_{1нач}$ – 1, 1'; ограничением начального ускорения – 2, 2'; ограничением рывка – 3, 3'.

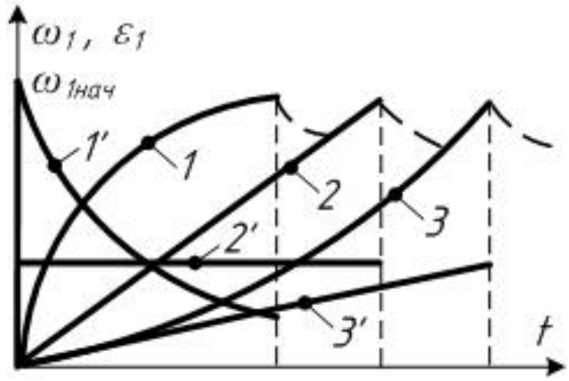


Рис. 39. Зависимости ω_1, $\varepsilon_1 = f(t)$ при выборе зазоров в передачах

С точки зрения производительности и управляемости наиболее неблагоприятен третий вариант, а простоты реализации – первый, требующий получения жестких характеристик, поскольку $\omega_{1нач}$ составляет 2–2,5% установившейся скорости.

В остальных случаях используется ограничение рывка или ускорения. При небольших зазорах и $\gamma \leq 2$ специального формирования плавного выбора зазоров не требуется. Здесь удовлетворительная плавность выбора зазора обеспечивается формированием $M(t)$ с ограничением его производной и максимального значения.

4.5. Влияние непостоянства кинетических связей на работу механических систем

Механическая часть подвержена воздействию внешних и внутренних возмущений. Внешние возмущения связаны с изменением внешних моментов, воздействующих на механическую систему. Это изменение момента двигателя и моментов сопротивлений, действующих в механической системе. «Внутренние возмущения связаны с изменением внутренних параметров механической части при ее движении. Данные возмущения в механике принято называть *параметрическими*. Параметрические возмущения связаны, в основном, с непостоянством передаточного числа и радиуса приведения передаточных механизмов» [14, 28, 29, 32].

4.5.1. Расчетные схемы механической части с вращательным движением исполнительного механизма

В механических системах с вращательным движением исполнительного механизма «при расчете динамики механических систем предполагают, что передаточное число механизма есть величина постоянная. Это возможно лишь для идеальных передач со строгим постоянством кинематической связи между мгновенными значениями скоростей входного и выходного валов, т. е. постоянством передаточного числа» [33]. Тем не менее реальные передачи всегда имеют ряд погрешностей, связанных с ограниченной точностью изготовления и их износом и т. п. Поэтому равномерность движения, связанных ими масс, всегда в той или иной степени нарушается неточностью изготовления зубьев передач, наличием эксцентриситетов зубчатых колес, фрикционных передач или ведущих колес механизмов передвижения, «неравномерностью толщины ремня в ременной передаче, неравномерностью движения цепи по зубьям звездочки в цепной передаче и т. п.» [33].

Поэтому «передаточное число не остается постоянным, а испытывает при работе малые периодические изменения относительно среднего значения» [33], вызывающие соответствующие пульсации скоростей и ускорений, связанных передачей валов и, как следствие, появление дополнительных динамических нагрузок.

Влияние непостоянства кинематической связи рассмотрим на примере редукторного электропривода. На рис. 40 показана погрешность угла поворота зубчатого колеса в пределах одного оборота при обкате точным колесом.

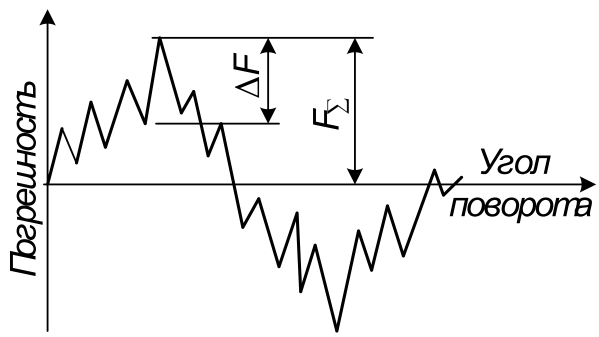


Рис. 40. Кинематическая погрешность зацепления

На составляющую, период которой определяется углом поворота колеса на один оборот (рис. 40), накладывается циклическая погрешность ΔF, обусловленная разностью соседних окружных шагов и, главное, отклонением профиля зубьев от идеального. В этом случае частота циклической погрешности совпадает с частотой перехода зацепления с зуба на зуб

$$\Omega = \omega_{в} \cdot z, \tag{4.69}$$

где $\omega_{в}$ – скорость вращения вала;
z – число зубьев шестерни.

В многоступенчатой передаче каждый вал является источником возмущений с частотой, пропорциональной скорости его вращения. Поэтому в общем случае выражение для мгновенного значения передаточного числа i принимает следующий вид:

$$i = i_0 \left(1 + \sum_{1}^{n} \Delta i_{м.к} \cos \Omega_к t \right), \tag{4.70}$$

где i_0 – конструктивное (общее) передаточное число;

$\Delta i_{м.к}$ – максимальное отклонение передаточного числа от среднего значения $к$-й составляющей;

$\Omega_к$ – спектр частот возмущений передаточного числа, обусловленных погрешностями различных элементов передачи;

n – число валов в зацеплении в кинематической цепи.

Следовательно, механическая часть при работе испытывает со стороны передач внутренние возмущения различной частоты. Однако из всего спектра возмущений, источником которых является передаточный механизм, заслуживают внимание возмущения, имеющие в приведенной схеме наибольшую величину, и частота которых наиболее близка к частоте собственных колебаний механической системы. Наиболее вероятно, что одно возмущение является определяющим.

Полагаем, что пульсации передаточного числа, связанные зацеплением валов, изменяются по косинусоидальному закону и являются функцией угла поворота. Обычно характер пульсаций имеет сложную периодическую зависимость, но представление $\Delta i = f(\varphi)$ в виде косинусоидальной зависимости удобнее, так как любую периодическую функцию можно привести к данному виду разложением ее в ряд Фурье.

Расчетная схема механической части (рис. 41) при вращательном движении исполнительного механизма представлена в виде двухмассовой системы с переменным передаточным числом, зазором и с учетом естественного механического демпфирования.

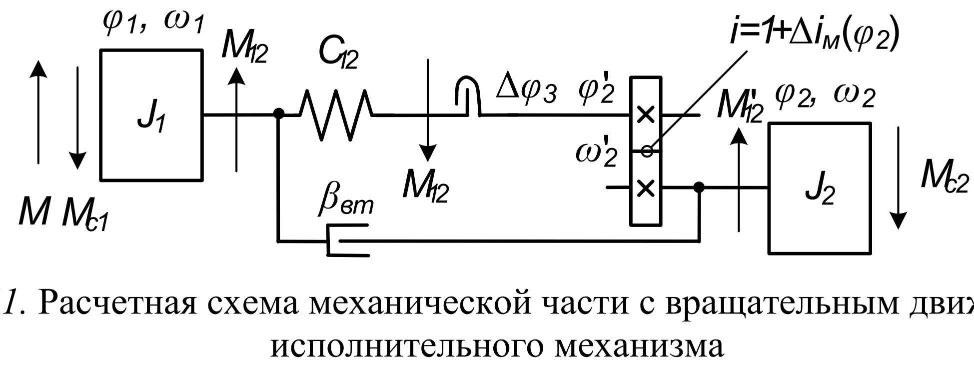


Рис. 41. Расчетная схема механической части с вращательным движением исполнительного механизма

Движение такой системы с учетом погрешности передачи и наличия зазора в кинематической цепи описывается системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\; M'_{12} - M_{c2} + M_{вт} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt};\\ &M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi'_2) \text{ при } |\varphi_1 - \varphi'_2| > \frac{\Delta\varphi_3}{2};\; M_{12} = 0 \text{ при } |\varphi_1 - \varphi'_2| \le \frac{\Delta\varphi_3}{2};\\ &M'_{12} = M_{12}[1 + \Delta i_м(\varphi_2)];\; \omega'_2 = \omega_2[1 + \Delta i_м(\varphi_2)];\\ &\frac{dM_{12}}{dt} = C_{12}(\omega_1 - \omega'_2);\; M_{вт} = \beta_{вт}(\omega_1 - \omega_2), \end{aligned}\right\} \quad (4.71)$$

где C_{12}, J_1, J_2 – приведенные суммарная жесткость, моменты инерции привода и исполнительного механизма;

M_{12}, $M_{вт}$ – момент в упругой связи и момент вязкого трения.

Эквивалентная передача имеет передаточное число

$$i = 1 + \Delta i_м \cos\Omega t, \quad (4.72)$$

где $\Delta i_м$ – «максимальное отклонение передаточного числа от среднего значения» [33];

Ω – «частота возмущений передаточного числа передачи» [33].

Структурная схема, которая соответствует системе уравнений (4.71), приведена на рис. 42. В данной схеме $\Delta\omega_2 = \Delta i_м \cos\omega_2 t$, $\Delta M_{12} = \Delta i_м \cos\omega_2 t$.

Система уравнений (4.71), из-за наличия произведения переменных, нелинейна.

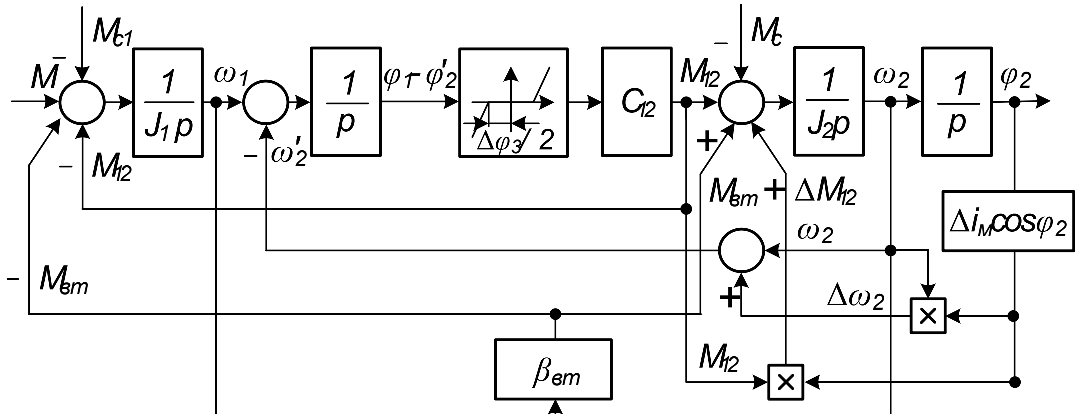


Рис. 42. Структурная схема механической части
с вращательным движением исполнительного механизма и непостоянством передаточного числа

4.5.2. Расчетные схемы механической части с поступательным движением исполнительного механизма

В состав ряда машин и механизмов с поступательным движением исполнительного механизма входят кривошипно-шатунные (см. рис. 14*е*) и центриковые (см. рис. 14*ж*) механизмы с переменным радиусом приведения.

Для кривошипно-шатунного механизма выражение для линейного перемещения исполнительного механизма см. (см. рис. 14*е*)

$$S = l\left\{1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{l^2} sin^2 \varphi + R(1 - cos\varphi)}\right\}, \tag{4.73}$$

где R – радиус кривошипа;

l – длина шатуна.

«Так как на практике $l >> R$ при разложении в ряд подкоренного выражения (4.73) и учете первых двух членов разложения получим» [33]

$$S = R(1 - cos\varphi) + \frac{R^2}{l^2} sin^2 \varphi, \tag{4.74}$$

или еще более приближено

$$S = R(1 - cos\varphi). \tag{4.75}$$

Линейная скорость перемещения исполнительного механизма

$$V = \frac{ds}{dt} = R\omega_1 sin\,\omega_1 t. \tag{4.76}$$

В соответствии с кинематической схемой эксцентрикового механизма (см. рис. 14*ж*), при профиле эксцентрикового преобразователя с синусоидальным законом перемещения исполнительного механизма

$$S = h(1 - cos\varphi), \tag{4.77}$$

где $\varphi = \omega_1 t$ – угол поворота эксцентрика.

Тогда линейная скорость перемещения исполнительного механизма

$$V = h\omega_1 sin\,\omega_1 t. \tag{4.78}$$

Следовательно, «с учетом принятых допущений движения кривошипно-шатунных и эксцентриковых механизмов описываются аналогичными соотношениями и могут быть представлены обобщенной расчетной схемой (рис. 43*а*). Радиус приведения в механических системах с кривошипно-шатунными и эксцентриковыми передаточными механизмами зависит от их углового положения» [33]

$$\rho(\varphi)=\frac{V}{\omega^2}=h\cdot sin\,\omega_2 t\,;\;\rho(\varphi)=R\cdot sin\,\omega_2 t\,. \qquad (4.79)$$

«Непостоянство радиуса приведения проявляется в том, что движущиеся возвратно-поступательно постоянные инерционные массы m и жесткость упругой связи C_2 при приведении к скорости вращения вала двигателя становятся переменными» [33].

«Для получения дифференциальных уравнений, описывающих движение механических систем с переменным радиусом приведения, используем уравнения движения в обобщенных координатах (4.15)» [33].

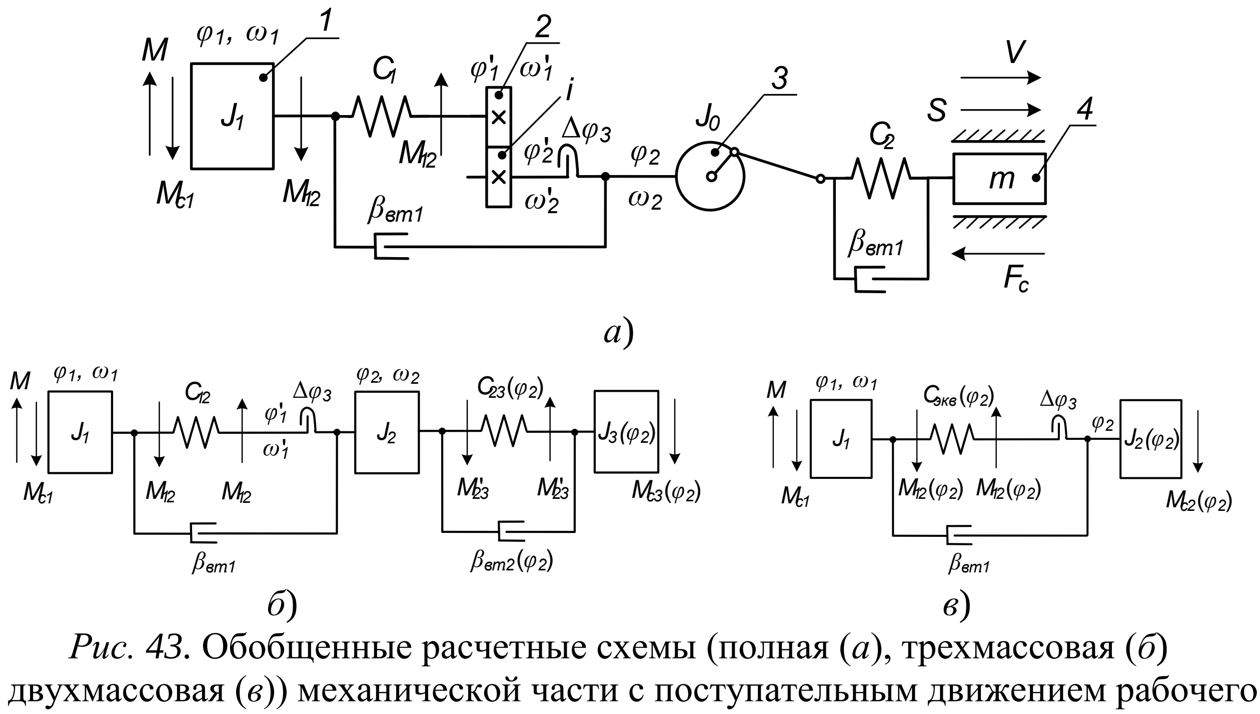


Рис. 43. Обобщенные расчетные схемы (полная (*а*), трехмассовая (*б*) и двухмассовая (*в*)) механической части с поступательным движением рабочего органа (1 – электродвигатель; 2 – редуктор; 3 – кривошип; 4 – рабочий орган)

В зависимости от «характера решаемых задач и параметров механической части можно перейти к трехмассовой расчетной схеме (рис. 43*б*) или двухмассовой расчетной схеме (рис. 43*в*). Запас кинетической и потенциальной энергии, а также диссипативной функции

Релея в расчетной схеме (рис. 43*а*), при переходе к трехмассовой расчетной схеме (рис. 43*б*) и $\Delta\varphi_3 = 0$ и $i_0 = 1$» [33], запишутся в следующем виде

$$\left.\begin{aligned}
W_к &= \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_0\omega_2^2}{2} + \frac{\left[m\rho^2(\varphi_2)\right]\omega_3^2}{2};\\
W_п &= \frac{C_1(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2} + \frac{\left[C_2\cdot\rho^2(\varphi_2)\right](\varphi_2-\varphi_3)^2}{2};\\
W_р &= \frac{\beta_{вт.1}(\omega_1-\omega_2)^2}{2} + \frac{\left[\beta_{вт.2}\cdot\rho^2(\varphi_2)\right](\omega_2-\omega_3)^2}{2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (4.80)$$

При подстановке $W_к$, $W_п$, $W_р$ в уравнения Лагранжа (3.22), приняв в качестве обобщенных координат $q_1=\varphi_1$, $q_2=\varphi_2$, $q_3=\varphi_3$ и продифференцировав, получим уравнения, описывающие движение трехмассовой приведенной расчетной схемы

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт.1} = J_1\frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12} - M_{23}(\varphi_2) + M_{вт.1} - M_{вт.2}(\varphi_2) - \frac{(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2}\cdot\frac{d\left[C_{23}(\varphi_2)\right]}{d\varphi_2} = J_2\frac{d\omega_2}{dt};\\
&M_{23}(\varphi_2) - M_{c3}(\varphi_2) + M_{вт.2}(\varphi_2) - \omega_3\cdot\frac{d\left[J_3(\varphi_2)\right]}{d\varphi_2} = J_3(\varphi_2)\frac{d\omega_3}{dt},
\end{aligned}\right\} (4.81)$$

где $M_{12} = C_{12}(\varphi_1-\varphi_2)$; $C_{12} = C_1$; $M_{вт1} = \beta_{вт.1}(\omega_1-\omega_2)$;

$M_{23}(\varphi_2) = \left[C_{23}(\varphi_2)\right](\varphi_2-\varphi_3)$; $C_{23}(\varphi_2) = C_2\cdot\left[\rho^2(\varphi_2)\right]$;

$M_{вт2}(\varphi_2) = \left[\beta_{вт2}(\varphi_2)\right](\omega_2-\omega_3)$; $\beta_{вт2} = \beta_{вт2}\cdot\rho^2(\varphi_2)$;

$J_1 = J_1$; $J_2 = J_0$; $J_3(\varphi_2) = m\rho^2(\varphi_2)$; $M_{c3}(\varphi_2) = F_c\rho(\varphi_2)$;

$\rho = R\cdot sin\,\varphi_2$.

При замене в уравнениях (4.81) дифференцирования по углу дифференцированием по времени с учетом $d\varphi_2/dt = \omega_2$ система уравнений примет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт.1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12} - M_{23}(t) + M_{вт.1} - M_{вт.2}(t) - \frac{(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2\omega_2}\cdot\frac{d[C_{12}(t)]}{dt} = J_2\frac{d\omega_2}{dt};\\
&M_{23}(t) - M_{c3}(t) + M_{вт.2}(t) - \omega_3\cdot\frac{d[J_3(t)]}{dt} = J_3(t)\frac{d\omega_3}{dt},
\end{aligned}\right\}\quad(4.82)$$

где $M_{23}(t) = C_2R^2\sin\omega_2 t(\varphi_2-\varphi_3)$; $C_{23}(t) = C_2R_2^2\sin^2\omega_2 t$;

$M_{вт}(t) = \beta_{вт.2}R^2\sin^2\omega_2 t(\omega_2-\omega_3)$; $J_3(t) = mR^2\sin^2\omega_2 t$;

$M_{c3}(t) = F_c R\, sin\,\omega_2 t$.

Для перехода к двухмассовой расчетной схеме (рис. 43*в*) выражения для $W_к$, $W_п$, $W_р$ примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
&W_к = \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_0\omega_2^2}{2} + \frac{J_2'(\varphi_2)}{2};\\
&W_п = \frac{C_{экв}(\varphi_2)(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2};\\
&W_р = \frac{\beta_{экв}(\varphi_2)(\omega_1-\omega_2)^2}{2}.
\end{aligned}\right\}\quad(4.83)$$

Уравнения, которые описывают движение приведенной двухмассовой расчетной схемы (рис. 43*в*) при $\Delta\varphi_3 = 0$, запишутся в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12}' - M_{вт.экв}(\varphi_2) = J_1\frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12}'(\varphi_2) - M_{c2}(\varphi_2) + M_{вт.экв}(\varphi_2) - \frac{(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2\omega_2}\cdot\frac{d[C_{экв}(\varphi_2)]}{d\varphi_2} -\\
&-\omega_2\frac{d[J_2(\varphi_2)]}{dt} = J_2\frac{d\omega_2}{dt},
\end{aligned}\right\}\quad(4.84)$$

где $M_{12}'(\varphi_2) = C_{экв}(\varphi_2)(\varphi_1-\varphi_2)$; $C_{экв}(\varphi_2) = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2\rho^2(\varphi_2)}}$;

$M_{вт.экв}(\varphi_2) = \beta_{вт.экв}(\omega_1-\omega_2)$; $\beta_{вт.экв} = \beta_{вт.1} + \beta_{вт.2}\rho^2(\varphi_2)$;

$M_{c2}(\varphi_2) = F_c\cdot\rho(\varphi_2)$; $J_2(\varphi_2) = J_0 + m\cdot\rho^2(\varphi_2)$; $\rho = R\sin\varphi_2$.

При переходе к дифференцированию по времени получим:

$$\left.\begin{aligned} & M - M_{c1} - M'_{12}(t) - M_{вт.экв}(t) = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ & M'_{12}(t) + M_{вт.экв}(t) - \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2\omega_2} \cdot \frac{d[C_{экв}(t)]}{d\varphi_2} - \omega_2 \frac{d[J_2(t)]}{dt} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned}\right\} \quad (4.85)$$

где $M_{12}(t) = C_{экв}(t)(\varphi_1 - \varphi_2)$; $M_{вт.экв} = \beta_{вт1} + \beta_{вт2} R^2 \sin^2 \omega_2 t$;

$M_{c2}(t) = F_c R \cdot sin\, \omega_2 t$; $J_2(t) = J_0 + mR^2 \sin^2 \omega_2 t$;

$$\rho = R \cdot sin\, \omega_2 t; \; C_{экв}(t) = \frac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2 R^2 \, sin^2\, \omega_2 t}}.$$

4.5.3. Параметрический резонанс

При отсутствии зазоров «выражения для моментов в упругой связи при свободном движении систем с учетом непостоянства передаточного числа» (рис. 42) [33], а также переменном радиусе приведения (рис. 43) при $i_0 = 1$, $C_2 = \infty$ и некоторых допущениях выражения для моментов в упругой связи M_{12} примут вид:

$$\left.\begin{aligned} & \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + 2\beta_{вт} \frac{dM_{12}}{dt} + \left(\Omega_{12}^2 - 2B\, cos\, \omega_2 t\right) M_{12} = C_{12} \Delta i_м \omega_2^2 \cdot sin\, \omega_2 t; \\ & \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + 2\beta_{вт.1} \frac{dM_{12}}{dt} + \left(\Omega'^2_{12} + 2B'\, cos\, \omega_2 t\right) M_{12} = \frac{C_1 \omega_2^2 m R^2}{J_0 + mR^2} sin\, \omega_2 t, \end{aligned}\right\} \quad (4.86)$$

где $\Omega_{12} = \sqrt{(J_1 + J_2) C_{12} / J_1 J_2}$; $\Omega'_{12} = \sqrt{\left[2J_0 + mR^2 + 2J_1\right] / J_1 \left(2J_0 + mR_2^2\right)}$ – частоты собственных колебаний;

$B = C_{12} \Delta i_м / J_2$; $B' = C_1 m R^2 / \left(2J_0 + mR^2\right)$ – параметры, обусловленные неравномерностью передачи момента;

$\Delta i_м$, R – параметры, характеризующие изменение передаточного числа и радиуса приведения;

ω_2 – частота возмущения.

Уравнения (4.86) «имеют аналогичный вид и отличаются от уравнения Матье [22] наличием в правой части дополнительного возмущающего момента, пропорционального квадрату частоты колебаний ω_2 параметра» [33]. Одним из наиболее интересных свойств уравнения вида (4.86) является то, что в некоторых областях изменение его коэффициентов дает неограниченно возрастание решения. Эти решения соответствуют так называемому параметрическому резонансу, при котором динамические нагрузки существенно возрастают. Поэтому «определение областей, в которых возможны резонансные явления, является важной практической задачей. Из [4] известно, что области неограниченного возрастания решений отделяются от областей устойчивости периодическими решениями с параметрами T и $2T$ из (4.86). Из уравнений (4.86) видно, что решение с периодом $2T$ не зависит от возмущающих воздействий правой части (4.86)» [33].

Решение уравнений (4.86) ищем в виде

$$f(t) = \sum_{K=1,3,5}^{\infty} \left(a_к \sin \frac{K\omega_2 t}{2} + b_к \cos \frac{K\omega_2 t}{2} \right). \tag{4.87}$$

В [4] получена зависимость между частотой возмущения и частотой собственных колебаний

$$\omega_2 = 2\Omega_{12} / K, \tag{4.88}$$

где $K = 1, 2, 3, 4$.

«Вблизи этих частот располагаются области динамической неустойчивости. Границы областей динамической неустойчивости определяются по приближенной формуле» [4]

$$\omega_2 = 2\Omega'_{12} \cdot \sqrt{1 \pm \sqrt{(\mu')^2 - \left[(\lambda')^2 / \pi^2\right]}}, \tag{4.89}$$

где $\mu = B / \Omega_{12}^2$; $\mu' = B' / \Omega_{12}^2$ – коэффициенты возбуждения;

$\lambda = 2\pi\beta_{вт} / \omega_2$; $\lambda' = 2\pi\beta_{вт.1} / \omega_2$ – декременты затухания собственных колебаний.

Построенная в соответствии с (4.89) диаграмма областей динамической неустойчивости (рис. 44) заштрихована.

Из формулы (4.89) извлечем критическое значение коэффициента возбуждения, при котором возникает параметрический резонанс

$$\mu_1^* = \lambda / \pi. \tag{4.90}$$

По (4.90) видно, что увеличением демпфирующей способности в электромеханических системах за счет привода «можно сдвигать области динамической неустойчивости в зону больших коэффициентов возбуждения» [33].

Выбрав λ таким образом, что $\lambda/\pi = \mu_1^* > \mu$, параметрический резонанс на частотах $\omega_2 = 2\Omega_{12}/K$ при K = 1, 3, 5… не возникает.

Решение с периодом T получается в виде

$$f(t) = g_0 + \sum_{K=2,4,6}^{\infty}\left(a_к \sin K\omega_2 t + g\cos K\omega_2 t\right). \tag{4.91}$$

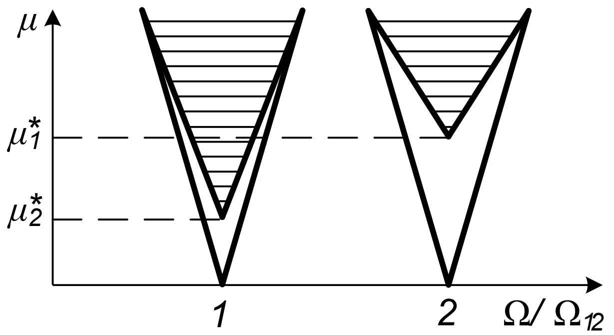


Рис. 44. Диаграмма областей динамической неустойчивости

«Подставляя тригонометрический ряд (4.91) в (4.86) и приравнивая коэффициенты при одинаковых $\sin K\omega_2 t$ и $\cos K\omega_2 t$, получим систему линейных алгебраических уравнений. Ее решение определяет границы четных областей динамической неустойчивости» [33]

$$\Omega = \Omega_{12} \times$$

$$\times\sqrt{\left(-\frac{\lambda^2}{2\pi^2} - \frac{\lambda}{2\pi}\mu C_{12}\Delta i_м n + 1 + \mu^2\right) \pm \sqrt{\left(1 + \mu^2 - \frac{\lambda^2}{2\pi^2} - \frac{\lambda}{2\pi}\mu C_{12}\Delta i_м n\right)^2 - 1 + 2\mu^2}}. \tag{4.92}$$

При анализе (4.92) видно, что «при четном K = 2, 4, 6 “сдвиг” в зону больших коэффициентов возбуждения меньше, чем при нечетных K = 1, 3, 5» (см. рис. 42) [33].

Анализ уравнений (4.86) показал, что «наряду с главным резонансом ($\omega_2 \approx \Omega_{12}$) возможен резонанс на частотах $\omega_2 < \Omega_{12}$ (гармонический резонанс), а также резонанс при $\omega_2 > \Omega_{12}$ (субгармонический резонанс)» [33]. Не все резонансные области опасны одинаково. «Наиболее сильны резонансные явления в области главного и субгармонического резонанса при $\omega_2 = 2\Omega_{12}$» [4, 22].

«В общем случае при наличии жесткости C_2 (см. рис. 41) возникают дополнительные параметрические возмущения, связанные с изменением запаса потенциальной энергии жесткости C_2 при переменном радиусе приведения, учитывается дополнительными членами в уравнениях (4.81), описывающих движение механической системы» [33].

Непостоянство передаточного числа «приводит также к появлению параметрических возмущений со стороны нагрузки. При этом частота параметрических возмущений по нагрузке в два раза меньше частоты возмущений, обусловленных изменением кинетической и потенциальной энергии» [33].

Следовательно, «для проведения объективного анализа динамических режимов работы механических систем с непостоянством передаточного числа необходимо учитывать параметрические возмущения, которые расширяют спектр частот, на которых возможны резонансные явления с повышенным уровнем динамических нагрузок, снижающих надежность и долговечность работы машин и механизмов» [33].

4.5.4. Влияние естественного механического демпфирования на развитие параметрических колебаний в различных резонансных зонах

Рассмотрим «влияние естественного механического демпфирования на развитие параметрически возбуждаемых колебаний. Анализ влияния демпфирования на колебательные нагрузки проведен для расчетной схемы рис. 42. Упрощение анализа достигается надлежащим выбором обобщенных параметров и относительных единиц, через которые выражаются коэффициенты и переменные исходной структурной схемы (см. рис. 42). В качестве обобщенных параметров и базовых величин приняты следующие» [33]:

γ – соотношение инерционных масс,

$$\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1} = \frac{J_\Sigma}{J_1}; \qquad (4.93)$$

Ω_0 – собственная частота колебаний первой массы при жесткой заделке второй ($J_2 \to \infty$),

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{C_{12}}{J_1}}; \qquad (4.94)$$

Ω_{12} – собственная частота колебаний двухмассовой системы,

$$\Omega_{12} = \Omega_0 \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}; \qquad (4.95)$$

$$M_\delta = \Delta i_м C_{12};\ \omega_\delta = \Omega_{12};\ t_\delta = 1/\Omega_{12};\ \Delta\varphi_\delta = \Delta i_м .$$

Тогда, «с учетом принятых обобщенных параметров и относительных единиц, система уравнений (4.71) при отсутствии внешних возмущений ($M = M_{c1} = M_c = 0$) и зазоров ($\Delta\varphi_з = 0$) примет вид» [33]:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\Delta i_м(\gamma-1)}{\gamma}\left(-\mu_{12}-\mu_{вт}\right)=\frac{d\omega_1^*}{d\tau};\ \ \frac{\Delta i_м}{\gamma}\left(\mu_{12}+\mu_{вт}+\Delta\mu_{12}\right)=\frac{d\omega_2^*}{d\tau};\\&\frac{d\mu_{12}}{d\tau}=\frac{1}{\Delta i_м}\left(\omega_1^*-\omega_2^*+\Delta\omega_2^*\right);\ \ \mu_{вт}=\frac{\beta_{вт}\Omega_{12}}{\Delta i_м C_{12}}\left(\omega_1^*-\omega_2^*\right).\end{aligned}\right\}\qquad(4.96)$$

«С целью выявления влияния демпфирования на установившиеся режимы резонансных колебаний в различных зонах снимались амплитудно-частотные характеристики (АЧХ)» [33]:

$$A_{\mu_{12}}=\frac{\mu_{12м}}{\Delta\mu_{м_в}}=f\left(\Omega^*\right).$$

«Принятая в качестве возмущающего момента величина $\Delta\mu_{м_в}$ при $\Delta\mu_в=\frac{C_{12}\Delta\varphi_{\max}}{M_б}\sin\Omega t=\Delta\mu\sin\Omega^*\tau$ имеет ясный физический смысл и представляет при жесткой заделке первой и второй масс максимальное значение момента в упругой связи» [33].

«Структурная схема модели в относительных единицах при $K_1=\frac{\Delta i_м(\gamma-1)}{\gamma}$, $K_2=\frac{\Delta i_м}{\gamma}$, $K_3=\frac{1}{\Delta i_м}$, $K_4=\frac{\beta_{вт}\Omega_{12}}{\Delta i_м C_{12}}$ и переходе к безразмерному времени $\tau=\Omega_{12}t$ соответствует переходу к безразмерному оператору $p=p/\Omega_{12}$» [33].

«Приведенная на рис. 45 схема модели по своему математическому описанию при анализе вынужденных колебаний является эквивалентной схеме (см. рис. 41), хотя ω_2^* здесь задается косвенным путем. Учет изменений скорости ω_2^* осуществляется при замыкании ключа *K*. Разомкнутое положение *K* соответствует подаче возмущений в схему модели при постоянстве скорости ω_2^*» [33].

«Изменение величины логарифмического декремента осуществляется за счет изменения коэффициента модели K_4» [33].

«Анализ материалов моделирования показывает, что при учете механического демпфирования, нижняя граница которого оценивается значением λ = 0,1, и реальных значениях погрешности передачи

$\Delta i_м \leq 0{,}05$ резонансные явления в зонах гармонического и субгармонического резонанса прекращаются и система утрачивает свойства, обусловленные нелинейностью уравнения Матье» [33].

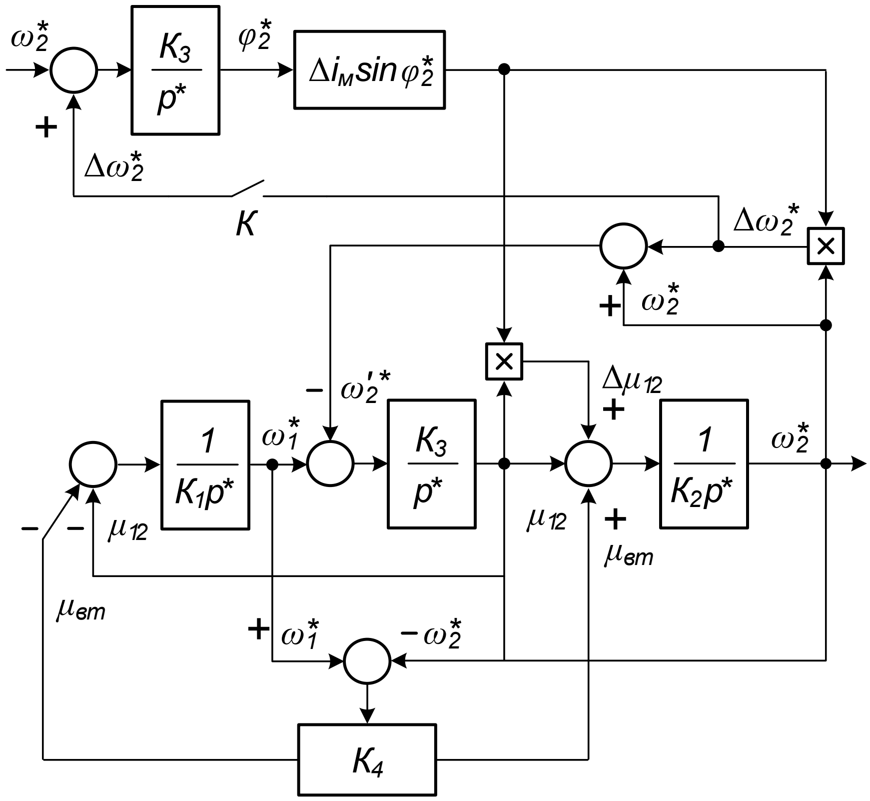


Рис. 45. Структурная схема модели снятия АЧХ

«Анализ влияния структур механической части на развитие колебаний в различных резонансных зонах подробно отражен автором в [28]» [33].

«Резонансные колебания в зоне субгармонического резонанса имеют место при малых значениях $\lambda \leq 0{,}1$. В качестве иллюстрации на рис. 46 приведены АЧХ, снятые при $\lambda = 0{,}05$. Полученные АЧХ показывают на наличие резонансных колебаний как в зоне главного, так и в зоне субгармонического резонанса. При этом, как видно из рис. 46, амплитуды колебаний в зоне субгармонического резонанса превосходят таковые при главном резонансе» [33].

Аналогичные условия, «исключающие проявление гармонического и субгармонического резонанса, складываются и в машинах с эксцентриковыми и кривошипными механизмами. Здесь, несмотря на более значительные величины параметра, характеризующего изменение момента инерции, уровень возмущений в левой части не претерпевает существенных изменений в связи с квадратичной зависимостью момента инерции на валу кривошипа в знаменателе» [33].

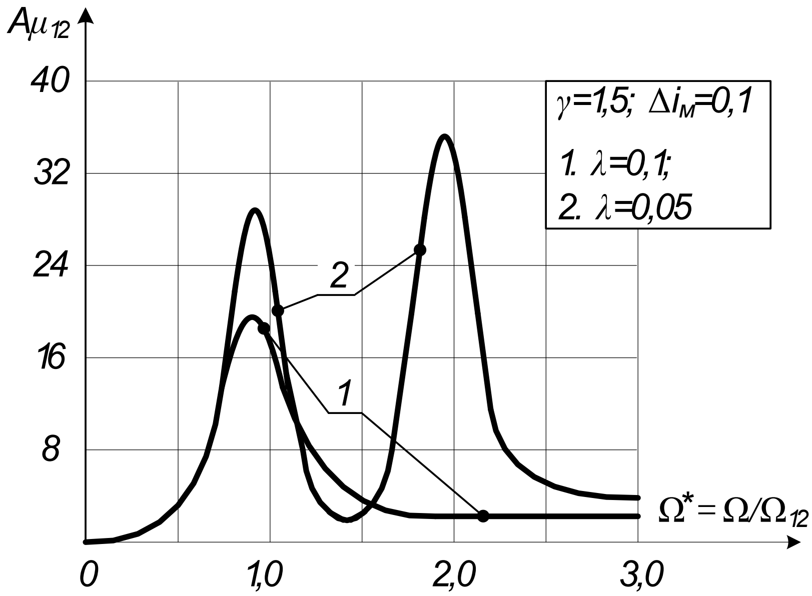


Рис. 46. АЧХ механической части при непостоянстве передаточного числа

«Проведенный анализ дает основание утверждать, что возмущающие моменты, стоящие в правой части уравнений (4.86) и обуславливающие колебания в зоне главного резонанса, являются определяющими, поэтому возмущениями, стоящими в левой части уравнений, можно пренебречь и рассматривать возможности линеаризации систем при параметрических возмущениях» [33].

4.5.5. Линеаризация уравнений движения механических систем при параметрических возмущениях

Количественные оценки возможных отклонений передаточного числа от среднего значения для применяемых в передаточных механизмах зубчатых колес могут быть произведены с помощью соответствующих допусков на их изготовление, регламентированных ГОСТ 1643-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски». Оборотные пульсации при восьмой степени точности оцениваются $\Delta i_м$ = 0,0007–0,003, причем уменьшаются с ростом диаметра колеса. Зубцовые пульсации передаточного числа при данном диаметре колеса быстро возрастают с увеличением модуля зацепления. Для крупных модулей (m > 25 мм) допуски на погрешность обката $\delta\varphi_\Sigma$ и отклонения профиля зуба от идеального δf ГОСТом не ограничиваются. Наиболее значительные зубцовые пульсации передаточного числа характерны для открытых зубчатых пар, имеющих $m \geq 25$ мм и подверженных быстрому износу, приводящему к дополнительному увеличению погрешности зацепления в несколько раз. Для таких передач при m = 50 неравномерность хода для малоизношенных передач оценена [12] пределами $\Delta i_м$ = 0,025–0,05. С увеличением износа неравномерность хода таких передач может достигать величины $\Delta i_м$ = 0,1. Погрешности цепных и ременных передач могут достигать значений $\Delta i_м$ = 0,015. Погрешности передач, изготовляемыми не грубее восьмой степени погрешности, можно не учитывать.

Учитывая, что «в большинстве случаев пульсации передаточного числа не превышают двух процентов от среднего значения [14, 29], в (4.71) для M'_{12} можно пренебречь вторым членом вследствие его малости. Частота пульсаций передаточного числа Ω пропорциональна скорости ω_2, т. е. непостоянна. Однако изменением ω_2 в течение периода можно пренебречь. Если считать кинематическую связь приближенно интегрируемой» [33]

$$\omega_2' = \omega_2 + \Delta i_м \omega_2 \cos \Omega t, \tag{4.97}$$

тогда

$$\varphi_2' = \int_0^t \omega_2' \cdot dt = \varphi_2 + \Delta\varphi_{\max} \sin \Omega t, \tag{4.98}$$

где $\Delta\varphi_{max} = \omega_2 \Delta i_м / \Omega$ – максимальная угловая погрешность передачи.

«С учетом принятых допущений система уравнений (4.71) при $\Delta\varphi_3$ = 0 становится линейной» [33]

$$\left.\begin{aligned} & M - M_{c1} - M_{12} - \Delta M_в = J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ & M_{12} - M_{c2} + \Delta M_в = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ & M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2), \end{aligned}\right\} \tag{4.99}$$

где $\Delta M_в = C_{12} \Delta\varphi_{max} sin \Omega t$ – «внутреннее возмущение, приложенное к обеим массам в противофазе и изменяющееся по синусоидальному закону» [33].

Структурная схема «линеаризованной механической системы при вращательном движении с учетом внутренних возмущений при пренебрежении естественным механическим демпфированием приведена на рис. 47» [33].

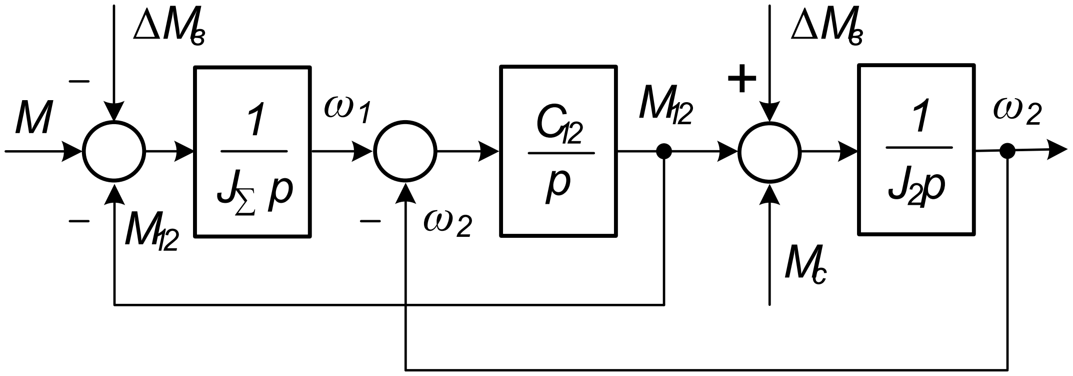


Рис. 47. Структурная схема линеаризованной механической системы при вращательном движении исполнительного механизма

«Линеаризация полагает независимость возмущающего момента от колебаний скорости, связанных зацеплением валов, т. е. синусоидальность его формы. Как показывают исследования, проведенные автором [28, 31, 32], значения резонансных амплитуд колебаний $M_{12.м}$, рассчитанные для линеаризованной системы, имеют тем большие расхождения в сторону завышения их значений по сравнению с нелинейной системой, чем больше структура механической части способствует колебаниям скорости, связанных зацеплением валов» [33].

«Для расчетной схемы (см. рис. 42) наиболее значительные колебания скорости, связанные зацеплением валов, имеют место в системах с малыми значениями γ. Поэтому наибольшие расхождения $M_{12.м}$, рассчитанных для линеаризованной и нелинейной систем, имеют место при малых γ и сравнительно невелики и не превышают 10% для $\gamma \geq 1{,}5$. В области $\gamma = 1{,}5$–∞ ошибки не будут превышать 15%» [33].

«Система (4.99), в отличие от (4.71), не содержит переменных коэффициентов и является линейной системой с постоянными по амплитуде возмущениями $\Delta M_в = C_{12}\Delta\varphi_{\max}$, приложенными к обеим массам в противофазе и изменяющимися по синусоидальному закону с частотой Ω, пропорциональной средней угловой скорости движения механической части. Однако, во избежание принципиальных ошибок, следует иметь в виду, что указанное возмущение в виде самостоятельных моментов в системе отсутствует» [33].

Уравнение движения расчетной схемы на рис. 43*в* при $\Delta\varphi_3 = 0$, $C_2 = \infty$, $i_0 = 1$ для механических систем с кривошипными и эксцентриковыми механизмами имеет вид

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&2.\ M_{12} - F_c R \sin\omega_2 t + M_{вт} \frac{\omega_2^2}{2} mR^2 \sin 2\omega_2 t =\\
&= \left(J_0 + mR^2 \sin^2 \omega_2 t\right)\frac{d\omega_2}{dt};\\
&3.\ \frac{dM_{12}}{dt^2} = C_1(\omega_1 - \omega_2);\ \ M_{вт} = \beta_{вт.1}(\omega_1 - \omega_2).
\end{aligned}\right\} \qquad (4.100)$$

«Для линеаризации (4.100) заменим пульсирующую составляющую в приведенном моменте инерции поступательно движущейся массы ее средним значением при $\omega_2 = const$, тогда момент инерции второй массы» [33]

$$J_{2ср} = J_0 + \frac{1}{T_ц}\int_0^{T_ц} mR^2 \sin^2 \omega_2 t = J_0 + \frac{mR^2}{2} + \frac{2J_0 + mR^2}{2}. \qquad (4.101)$$

В результате система уравнений (4.101) примет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт.1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12} - F_c R \sin\omega_2 t + M_{вт} \frac{\omega_2^2}{2} mR^2 \sin 2\omega_2 t = J_{2.ср} \frac{d\omega_2}{dt};\\
&\frac{dM_{12}}{dt} = C_1(\omega_1 - \omega_2);\ \ M_{вт.1} = \beta_{вт.1}(\omega_1 - \omega_2).
\end{aligned}\right\} \qquad (4.102)$$

Структурная схема линеаризованной модели отражена на рис. 48.

«В рассматриваемой системе имеют место два параметрических возмущения со стороны нагрузки на исполнительном механизме $M_c = F_c R \sin\omega_2 t$ и внутреннее $M_в = \frac{\omega_2^2}{2} mR^2 \sin 2\omega_2 t$» [33].

«При грубом приближении минимум количественных расхождений при расчетах колебательных нагрузок в линеаризованной и нелинейной системах можно оценить по уровню отклонения максимума пульсирующей составляющей приведенного момента к валу кривошипа к его среднему значению» [32] в зависимости от параметра

$$a = \frac{mR^2}{J_0}. \tag{4.103}$$

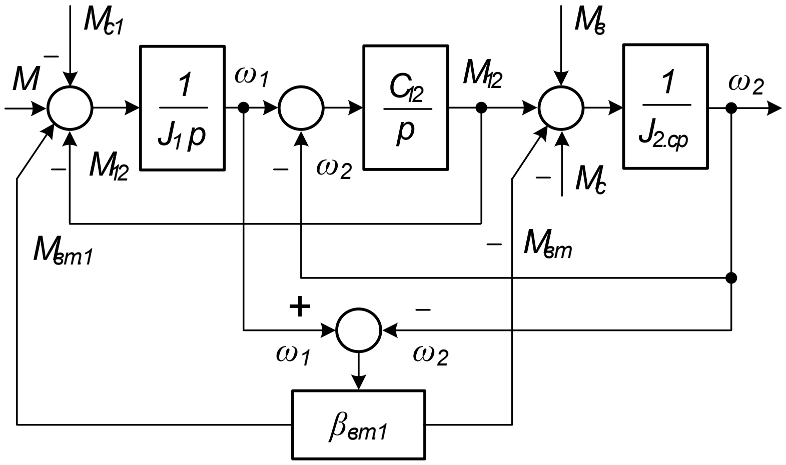


Рис. 48. Структурная схема линеаризованной механической системы с кривошипным и эксцентриковым передаточным механизмом

Тогда «уровень отклонения максимума пульсирующей составляющей к среднему значению приведенного момента инерции на валу кривошипа в зависимости от параметра a запишется в виде» [33]

$$\frac{J_{2max} - J_{2cp}}{J_{2cp}} = 1 - \frac{2 + a}{2(a+1)}, \tag{4.104}$$

где $J_{2\max} = J_0 + mR^2$.

«При $a > 5$ количественные ошибки при расчетах в линеаризованной и нелинейной системах будут превышать 30%, а с учетом зависимости параметрических возмущений от непостоянства скорости ω_2 эти расхождения становятся еще более значительными. В системах при учете C_2 дополнительно добавляются параметрические возмущения, обусловленные переменными значениями приведенной жесткости, что еще более уменьшает возможность проведения линеаризации» [33].

«При линеаризации одновременно с уменьшением точности расчетов теряется достоверная информация о качественной картине протекающих в системе явлений, связанных с взаимодействием в системе возмущений с частотами, близкими частоте собственных колебаний системы, приводящих к появлению биений» [33].

Поэтому «наиболее полную и достоверную информацию исследуемых явлений в механической части систем с кривошипными и эксцентриковыми передаточными механизмами можно получить при использовании в расчетах исходной системы уравнений (4.100)» [33].

4.6. Оптимизация передаточного числа механизмов с вращательным движением исполнительного механизма

Если передаточное число механизма не задано, его можно выбрать оптимальным по какому-либо критерию, например по быстродействию, минимуму массы электромеханического модуля (двигатель – передаточный механизм), минимуму потерь энергии за цикл и т. п.

4.6.1. Выбор оптимального передаточного числа для обеспечения максимального быстродействия

Так, например, ряд приводов машин работает в повторно-кратковременном режиме при большой частоте включений. Поэтому возникает «задача выбора оптимального передаточного числа редуктора при известных параметрах механизма и двигателя для обеспечения максимально допустимых ускорений при пуске» [33] и торможении исполнительного механизма. График изменения скорости исполнительного механизма в цикле работы при повторно-кратковременном режиме, состоящий из участков пуска, работы с установившейся скоростью торможения и паузы, приведен на рис. 49.

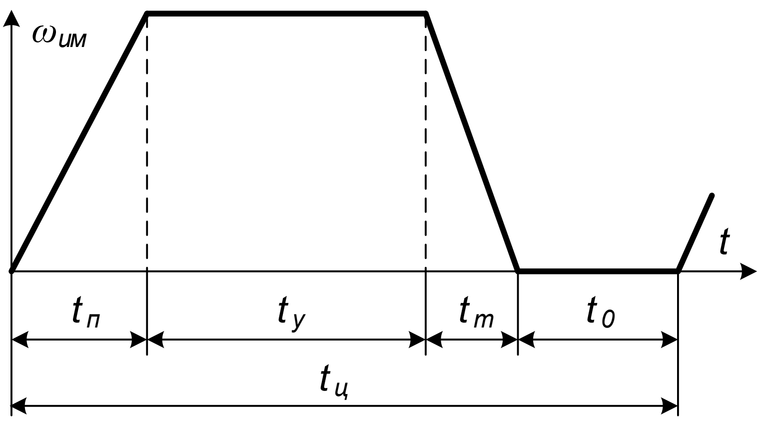


Рис. 49. Тахограмма электропривода повторно-кратковременного режима работы (S_3): $t_п$, $t_у$, $t_т$, $t_ц$ – время пуска работы с установившейся скоростью торможения, паузы и цикла

Уравнение движения редукторного электропривода при пуске и торможении для одномассовой системы запишется в следующем виде

$$M \pm \frac{M_c}{\eta i} = \left(J_1 + \frac{J_{им}}{\eta i^2} \right) \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \left(J_1 + \frac{J_{им}}{\eta i^2} \right) \cdot \frac{d\omega_{им}}{dt} \cdot i, \quad (4.105)$$

где M – электромагнитный момент двигателя;

M_c – момент сопротивления исполнительного механизма;

$J_1 = K \cdot J_д$, K = 1,1–1,3 – суммарный момент инерции двигателя и передаточного механизма;

$J_{им}$ – момент инерции исполнительного механизма;

η – коэффициент полезного действия исполнительного механизма.

Согласно уравнению (4.105) ускорение механизма

$$\frac{d\omega_{им}}{dt} = \varepsilon_2 = \frac{M\eta i + M_c}{J_1 \eta i^2 + J_{им}}. \quad (4.106)$$

При «$i = i_{опт}$ функция $\varepsilon = f(i)$ имеет максимум, для отыскания которого необходимо взять производную $d\varepsilon/di$ и приравнять ее к нулю» [33]. В результате получим уравнение

$$i^2 = \frac{2M_c}{M \cdot \eta} - \frac{J_{им}}{J_1 \cdot \eta} = 0. \quad (4.107)$$

Решение (4.107) дает выражение для оптимального передаточного числа при пуске, торможении электропривода

$$i_{опт} = \pm\frac{M_c}{M \cdot \eta} + \sqrt{\left(\frac{M_c}{M \cdot \eta}\right)^2 + \frac{J_{им}}{J_1 \cdot \eta}}. \quad (4.108)$$

В (4.108) верхний знак соответствует случаю пуска, а нижний – торможения электропривода. Приняв в качестве $i_{опт}$ редуктора его среднее значение

$$i_{опт} = \sqrt{\left(\frac{M_c}{M \cdot \eta}\right)^2 + \frac{J_{им}}{J_1 \cdot \eta}}. \quad (4.109)$$

Для частного случая $M_c = 0$ и $\eta = 1$ получим

$$i_{опт} = \sqrt{\frac{J_{им}}{J_1}}; \; J_{им.пр} = \frac{J_{им}}{i_{опт}^2} = J_1, \quad (4.110)$$

где $J_{им.пр}$ – приведенный момент инерции исполнительного механизма к валу двигателя.

Следовательно, «оптимум передаточного числа имеет место, когда приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции электропривода $J_{\Sigma} = J_1 + J_{им.пр} = 2J_1$» [33], т. е. при оптимальном передаточном числе редуктора кинетическая энергия исполнительного механизма равна кинетической энергии двигателя и передаточного механизма

$$\frac{J_{им}\omega_{им}^2}{2} = \frac{J_1\omega_1^2}{2}. \tag{4.111}$$

«Максимальное ускорение при оптимальном передаточном числе редуктора» [33]

$$\varepsilon_2 = \frac{Mi_{опт}}{J_1 i_{опт}^2 + J_{им}} = \frac{M}{2J_1 i_{опт}} = \frac{\varepsilon_1}{2i_{опт}}, \tag{4.112}$$

где $\varepsilon_1 = M/J_1$ – «максимальное ускорение, развиваемое двигателем при пуске без исполнительного механизма» [33].

Величина оптимального передаточного числа, рассчитанная по (4.109), должна обеспечивать возможность получения максимальной скорости механизма из условия

$$i_{опт} \le \omega_{1\max}/\omega_{им.\max}, \tag{4.113}$$

где ω_{1max}, $\omega_{им.max}$ – максимальные значения скорости двигателя и исполнительного механизма. Если данное условие не выполняется, то необходимо принять значение, близкое к ω_{1max}.

$$\omega_{1\max} = \omega_{им.\max} \cdot i_{опт}. \tag{4.114}$$

Оценим допустимую частоту включения электропривода в соответствии с методом средних потерь

$$\Delta P_н \cdot t_ч \ge \Delta P_п t_п + \Delta P_т t_т + \Delta P_у t_у. \tag{4.115}$$

Мощности потерь при пуске и торможении можно принять одинаковыми ($\Delta P_п \approx \Delta P_т$), так как данные процессы идут при одинаковом токе двигателя, выражение (4.115) можно записать в следующем виде

$$\Delta P_н \cdot t_ч \ge K_п \Delta P_н (t_п + t_т) + \Delta P_у t_у, \tag{4.116}$$

где $K_п = \Delta P_п/\Delta P_н$ – коэффициент нагрузки по потерям в переходных режимах электропривода.

Перемещение за время пуска и торможения составит

$$\varphi_{им} = \frac{\varphi_{им.н}}{2}\left(t_п + t_т\right) = \frac{\varepsilon_{п2}\left(t_п + t_т\right)^2}{2}, \tag{4.117}$$

где $\varepsilon_{п2}$ – ускорение массы исполнительного механизма при пуске.

Тогда время $\left(t_п + t_т\right)$ будет равно

$$\left(t_п + t_т\right) = \sqrt{\frac{2\varphi_{им}}{\varepsilon_{п2}}}. \tag{4.118}$$

Подставив (4.118) в (4.116), получим величину допустимой частоты включений

$$f_{доп} = \frac{1}{t_ч} \le \frac{1}{K_п\sqrt{\dfrac{2\varphi_{им}}{\varepsilon_{п2}}} + \Delta P_у t_у} \le \frac{1}{K_п\sqrt{\dfrac{2\varphi_{им}\cdot i_{опт}}{\varepsilon_{п1}}} + \Delta P_у t_у}, \tag{4.119}$$

где $\varepsilon_{п1} = \varepsilon_{им}\cdot i_{опт}$ – ускорение вала двигателя.

Из (4.119) следует, что увеличение $f_{доп}$ требует увеличения ускорения привода в переходных режимах при пониженных перегрузках двигателя, что достигается применением специальных двигателей с высокими значениями $\varepsilon_{п1}$ при малых $K_п$, имеющих пониженное значение момента инерции ротора. Это двигатели постоянного тока с гладким и немагнитным якорем, вентильные (синхронные) двигатели с возбуждением от постоянных магнитов из редкоземельных металлов (самарий – кобальт, неодим – железо – бор). Такие двигатели развивают наиболее высокие значения $\varepsilon_{1max} \approx 2\cdot10^4$ рад/с^2 при относительно небольших перегрузках по моменту $K_{пм} \le 2$.

4.6.2. Выбор передаточного числа из условия получения минимальной массы электромеханического модуля

Рассмотрим вопрос рационального выбора передаточного числа редуктора, обеспечивающего получение минимальной массы электромеханического модуля (ЭМ), которая в различных типах машин [26, 27] составляет 0,7–0,8 массы машин. Следовательно, наиболее рациональным путем снижения массы машины является оптимизация массы ЭМ, включающего в себя электродвигатель и передаточный механизм (редуктор).

«В качестве показателей использования массы редуктора, двигателя и ЭМ приняты коэффициенты удельной материалоемкости» [33] $K_р$, $K_д$, $K_{эм}$, численно равные отношению их масс к номинальным моментам на их выходе. Чем меньше $K_{эм}$, тем выше использование массы ЭМ

$$K_{эм} = K_р + \frac{K_д}{i}. \tag{4.120}$$

Установлено [26, 27], что удельные материалоемкости планетарных, волновых и цилиндрических редукторов со средним и большим передаточным числом находятся в следующих пределах:

– планетарные редукторы 0,1–0,5 кг/Н·м;

– волновые редукторы 0,05–0,2 кг/Н·м;

– цилиндрические редукторы 1–4 кг/Н·м.

«Анализ удельной материалоемкости различных типов электродвигателей общепромышленного применения, высокоскоростных асинхронных и коллекторных электродвигателей показывает, что они имеют удельную материалоемкость в пределах 2–10 кг/Н·м» [33]. Меньшие значения $K_д$ имеют асинхронные и синхронные двигатели из серий двигателей общепромышленного применения. «Высокоскоростные асинхронные двигатели имеют несомненные преимущества перед коллекторными по удельной материалоемкости, надежности и энергетическим показателям» [33].

Согласно (4.120) при $i \to \infty$ показатель $K_{эм}$ стремится к своему теоретическому пределу ($K_{эм} \to K_р$), «предопределяет необходимость увеличения передаточного числа редуктора и применения высокоскоростных электродвигателей. Проведенный анализ удельной материалоемкости показывает, что $K_д$ и $K_р$ отличаются больше чем на порядок в пользу редуктора ($K_д > 10\ K_р$). При $i_р = K_р / K_д$ уравнение (4.120) примет вид» [33]

$$K_{эм} = K_р\left(1 + \frac{1}{i^2}\right). \tag{4.121}$$

На рис. 50 приведена зависимость $K_{эм}/K_р = f(i)$, построенная в соответствии с (4.121).

Условием рационального выбора $i_м$ «следует считать отклонение $K_{эм}$ от своего теоретического предела не более 20–30%» [33].

«Для обратного перехода и нахождения $i_м$, обеспечивающей массу ЭМ, близкую минимальной из (4.121), получим соотношение» [33]

$$i_м = \frac{1}{a-1} \cdot \frac{K_д}{K_р}, \qquad (4.122)$$

где значение $a = K_{эм}/K_р$ определяется по графику рис. 50.

Для указанных пределов $K_{эм}$ найденные значения составят» [33]

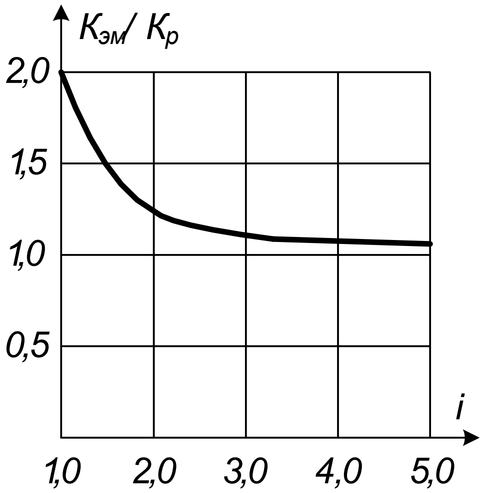


Рис. 50. Зависимость $K_{эм}/K_р = f(i)$

$$i_м \geq (3...5)\frac{K_д}{K_р}. \qquad (4.123)$$

«Показатели удельной материалоемкости $K_д$ и $K_р$ линейно коррелируют со значениями выходного момента и мало зависят от передаточного числа и номинальной частоты вращения двигателя $\omega_{1н}$, поэтому с учетом соразмерности при объединении редуктора и двигателя в единый ЭМ наблюдается стабильность отношений $K_д / K_р$. В рассматриваемом диапазоне моментов ЭМ и различных типов редукторов определяется отношение $K_д / K_р$ и далее, согласно (4.123), находится рациональный диапазон передаточных чисел редуктора. Рекомендуемые скорости вращения для цилиндрических и планетарных редукторов ≥ 314 1/с, для волновых ≥ 628 1/с» [33].

В [49] даются рекомендации по выбору числа ступеней редуктора в зависимости от величины его передаточного числа: при $i < 3{,}38$ наименьший вес имеют системы с одноступенчатым редуктором, при $3{,}38 < i < 8{,}52$ целесообразно применение двухступенчатых редукторов, а при $8{,}52 < i < 20{,}93$ – трехступенчатых редукторов.

5. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Анализ динамических режимов работы механической части проводился при предположении независимости электромагнитного момента двигателя от его скорости. Момент двигателя принимался постоянным $M = const$ или как независимая функция времени $M(t)$.

На самом деле электрическая часть электропривода, включающая в себя электродвигатель, силовой преобразователь и систему управления, и механическая часть со связанными движущими массами двигателя и механизма образуют единую электромеханическую систему. Процессы, протекающие в электрической и механической частях системы, взаимосвязаны за счет наличия электромеханической связи (зависимости ЭДС двигателя от его скорости вращения ω_1). Электромеханическая связь определяет зависимость электромагнитного момента от скорости $M = f(\omega_1)$. Данная зависимость называется *механической характеристикой электропривода*.

В [36, 12] на основании анализа электромеханических свойств разомкнутых и замкнутых систем электропривода установлено, что при определенных условиях механические характеристики электроприводов с различными типами двигателей описываются идентичными уравнениями. Поэтому при данных условиях аналогичны и основные электромеханические свойства привода, что создает предпосылки для обобщенного анализа динамических режимов электромеханических систем.

5.1. Линейная механическая характеристика электропривода

Уравнение обобщенной динамической механической характеристики электропривода $M = f(\omega)$ можно представить в виде

$$M = M_{кз} - \beta\omega_1 - T_э \frac{dM}{dt}, \tag{5.1}$$

где $M_{кз} = \beta\omega_0$ – «момент короткого замыкания электропривода, имеющий место в режиме стопорения» [33] ($\omega_1 = 0$), где ω_0 – скорость идеального холостого хода, которую электропривод имеет при отсутствии нагрузки на его валу;

$\beta = dM/d\omega$ – жесткость статической механической характеристики электропривода;

$T_э$ – электромагнитная постоянная времени силовых цепей электропривода.

«К такому виду механической характеристики при приемлемых для инженерной практики допущениях может быть приведен ряд разомкнутых и замкнутых систем электропривода постоянного и переменного тока с линейными и нелинейными характеристиками при их линеаризации в области малых отклонений от точки статического равновесия» [16, 30, 34].

5.2. Электроприводы с двигателями постоянного тока

Характеристику вида (5.1) «имеет двигатель постоянного тока независимого возбуждения (ДПТНВ), работающий с постоянным магнитным потоком Ф = *const* (рис. 51*а*)» [33]. Здесь

$$M_{кз} = \frac{C \cdot U_я}{R_{я\sum}};\ \omega_0 = \frac{U_я}{C};\ \beta = \frac{C^2}{R_{я\sum}};\ T_э = T_я = \frac{L_{я\sum}}{R_{я\sum}};\ M = C \cdot i_я, \quad (5.2)$$

где C – постоянная ЭДС и момента двигателя

$$C = K\Phi, \quad (5.3)$$

где $\mathrm{K} = \mathrm{p_п} N/2\pi a$ – конструктивный коэффициент, где $p_п$ – число пар полюсов; N – число активных проводников обмотки якоря; a – число параллельных ветвей якорной обмотки;

$R_{я\sum}$, $L_{я\sum}$ – суммарное сопротивление и индуктивность якорной цепи.

Аналогичные характеристики имеют электроприводы разомкнутых систем управляемый преобразователь-двигатель (УП-Д) с электромашинными и полупроводниковыми преобразователями (рис. 51*б*).

Система генератор-двигатель (Г-Д) с ДПТНВ

$$\omega_0 = \frac{e_п}{C};\ \beta = \frac{C^2}{R_{\sum.уп-д}};\ T_э = T_я = \frac{L_{\sum.уп-д}}{R_{\sum.уп-д}}, \quad (5.4)$$

где $e_п = e_г = K_г \Phi_г \omega_г$ – ЭДС генератора;

$R_{\sum.уп-д} = R_{э.уп} + R_{я\sum.д}$, где $R_{э.уп} = R_{яг}$ – эквивалентное сопротивление электромашинного управляемого преобразователя (генератора);

$L_{\sum.уп-д} = L_{я\sum.г} + L_{я\sum.д}$ – суммарная индуктивность якорной цепи системы Г-Д.

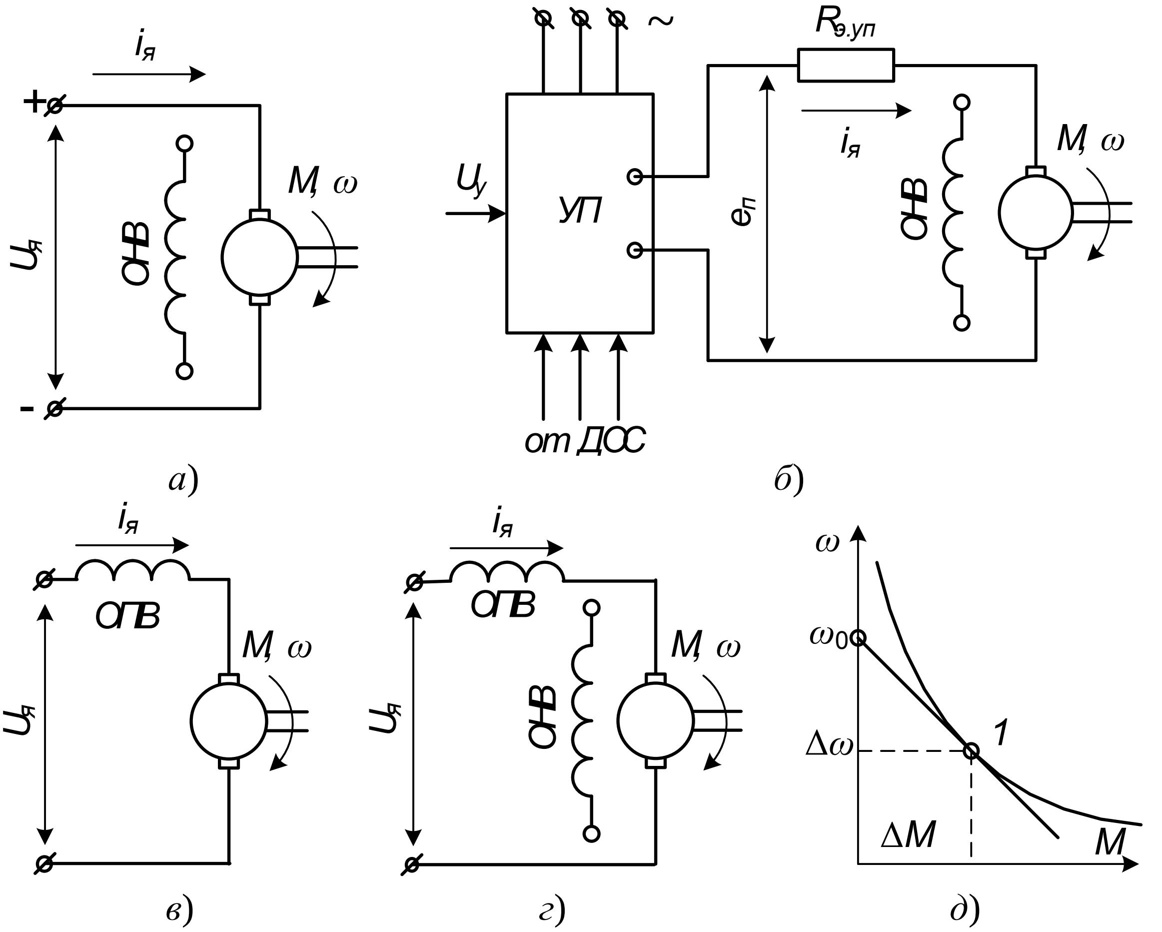


Рис. 51. Системы электропривода с двигателями постоянного тока: двигатель постоянного тока независимого возбуждения, работающий с постоянным магнитным потоком *Ф* = *const* (*а*), электропривод разомкнутый системы управляемый преобразователь-двигатель с электромашинными и полупроводниковыми преобразователями (*б*), двигатель постоянного тока последовательного возбуждения (*в*), двигатель постоянного тока смешанного возбуждения (*г*), механические характеристики (*д*)

Система тиристорный преобразователь-двигатель (ТП-Д) и система широтно-импульсный преобразователь-двигатель (ШИП-Д) с ДПТНВ. Здесь в системе ТП-Д:

$$\omega_0 = \frac{e_п}{C};\ e_п = E_{d\max}\cos\alpha,$$

где $E_{d\,max}$ – максимальная величина выпрямленной ЭДС при естественной коммутации вентилей, равная $U_{d\,max} = 1{,}17 \cdot E_{2ф}$ – при трехфазной нулевой схеме выпрямления; $U_{d.max} = 2{,}34 \cdot E_{2ф}$ – при мостовой схеме выпрямления, где $E_{2ф}$ – действующее значение фазной ЭДС вторичной обмотки трансформатора;

$R_{э.уп} = R_к + R_т + R_р + R_{в.ср}$ – эквивалентное сопротивление тиристорного преобразователя, где $R_к = mx_т / 2\pi$ – сопротивление, учитывающее снижение выпрямленного напряжения из-за коммутации токов вентилями преобразователя; приведенные ко вторичной цепи активные и индуктивные сопротивления рассеяния фазы трансформатора $R_т = R_2 + R_1 (n_2 / n_1)^2$, $x_т = x_2 + x_1 (n_2 / n_1)^2$, где R_1, R_2, x_1, x_2 – активные и индуктивные сопротивления первичных и вторичных обмоток трансформатора; n_1, n_2 – число витков первичной и вторичной обмоток трансформатора; m – число фаз выпрямления; $R_р$ – сопротивление обмотки сглаживающего ротора; $R_{в.ср}$ – усредненное сопротивление n вентилей, по которым протекает ток $I_{ном}$: $R_{в.ср} = n \cdot \Delta U_в / I_{ном}$; $\Delta U_в = 1$–2 Вольта – падение напряжения на одном вентиле; $R_{\Sigma.уп-д} = R_{э.уп} + R_{я\Sigma.д}$; $T_э = T_я = \dfrac{L_{\Sigma.уп-д}}{R_{\Sigma.уп-д}}$ – электромагнитная постоянная времени системы ТП-Д; $L_{\Sigma.уп-д} = L_р + L_{я\Sigma.д}$ – суммарная индуктивность силовой цепи системы УП-Д.

В системе ШИП-Д с ДПТНВ:

$$\omega_0 = \frac{e_п}{C};\ e_п = U_{\text{п}} \cdot \gamma,$$

где $U_п$ – напряжение питания на входе широтно-импульсного преобразователя;

$\gamma = t_р / t_ц$ – относительная продолжительность включения; $t_р$ – время подключения двигателя к источнику питания; $t_ц = t_р + t_п$ – время цикла; $t_п$ – время отключенного состояния двигателя (паузы).

$$\beta = C^2 / R_{\Sigma.уп-д};\ R_{\Sigma.уп-д} \approx R_{\text{в.ср}} + R_р + R_{\text{я}\Sigma.\text{д}};$$

$$T_э = T_я = \frac{L_{\Sigma.уп-д}}{R_{\Sigma.уп-д}};\ L_{\Sigma.уп-д} = L_р + L_{я\Sigma.д}.$$

К динамической механической характеристике вида (5.1) сводятся также «системы с безынерционным преобразователем и отрицательными связями по скорости ω_1, току якорной цепи $i_я$» [33], гибкой по току $i_я$ (рис. 51*б*).

Выражения для $M_{кз}$, ω_0, β, $T_э$ в указанных случаях имеет следующий вид:

– в системе с жесткой отрицательной обратной связью по скорости

$$\left.\begin{aligned} & M_{кз} = \frac{K_{уп} U_{зс} C}{R_{\Sigma.уп-д}}; \omega_0 = \frac{K_{уп} U_{зс}}{C\left(1+K'_{ос}\right)}; \beta = \frac{C^2}{R_{\Sigma.уп-д}}\left(1+K'_{ос}\right); \\ & T_э = T_я = \frac{L_{\Sigma.уп-д}}{R_{\Sigma.уп-д}}; K'_{ос} = \frac{K_{уп} K_{ос}}{C}; K_{уп} = \frac{E_п}{U_у}; \end{aligned}\right\} \quad (5.5)$$

– в системе с жесткой отрицательной связью по току якоря

$$\left.\begin{aligned} & M_{кз} = \frac{K_{уп} U_{зт} C}{R_{\Sigma.уп-д}\left(1+K'_{от}\right)}; \omega_0 = \frac{K_{уп} U_{зт}}{C}; \beta = \frac{C^2}{R_{\Sigma.уп-д}\left(1+K'_{от}\right)}; \\ & T_э = \frac{T_{\Sigma.уп-д}}{1+K'_{от}}; K'_{от} = \frac{K_{уп} K_{от}}{R_{\Sigma.уп-д}}; \end{aligned}\right\} \quad (5.6)$$

– в системе с гибкой отрицательной обратной связью по току

$$\left.\begin{aligned} & M_{кз} = \frac{K_{уп} U_з C}{R_{\Sigma.уп-д}}; \omega_0 = \frac{K_{уп} U_у}{C}; \beta = \frac{C^2}{R_{\Sigma.уп-д}}; \\ & T_э = T_я + K'_{от.г}, \end{aligned}\right\} \quad (5.7)$$

где $K_{уп}$, $K_{ос}$, $K_{от}$, $K_{от.г}$ – коэффициент усиления управляемого преобразователя по напряжению и, соответственно, коэффициенты обратных связей.

«Близкой к (5.1) характеристикой обладают системы УП-Д, замкнутые обратными связями по току, напряжению и скорости при инерционном преобразователе. Исследования показывают, что инерционность преобразователя, играя роль фильтра, при значительных частотах колебаний сохраняет демпфирование, присущее разомкнутым системам УП-Д» [5, 16, 34, 42].

«Аналогичный (5.1) вид механической характеристики имеет место и в системах подчиненного регулирования при традиционных допущениях, используемых при последовательной коррекции внутреннего контура тока и внешнего контура регулирования скорости» [33].

$$\omega_0 = \frac{U_{зс}}{K_{ос}}; \beta = \frac{C^2}{R_{\Sigma.уп-д}} \cdot \frac{T_{м1}}{a_c a_m T_\mu}; T_э = a_m T_\mu, \tag{5.8}$$

где $\beta = C^2 \big/ R_{\Sigma.уп-д}$;

$T_{м1} = J_1 / \beta$ – электромеханическая постоянная времени двигателя;

$a_m,\ a_c$ – коэффициенты демпфирования контуров регулирования тока, скорости.

Характеристику вида (5.1) имеет замкнутая обратной связью по скорости система источник тока – двигатель (ИТ-Д) при $I_я$ = *const* (рис. 52).

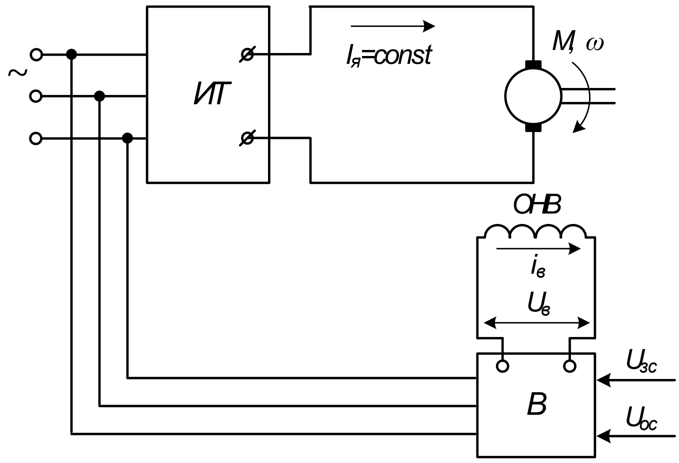


Рис. 52. Электропривод по системе источник тока – двигатель

Для системы ИТ-Д

$$\left.\begin{aligned} M_{кз} &= \frac{K_в K_ф K_м I_я}{R_в} U_{зс}; \omega_0 = \frac{U_{зс} I_я}{K_{ос}}; \\ \beta &= \frac{K_в K_{ос} K_ф K_м}{R_в};\ T_э = T_в = L_в / R_в, \end{aligned}\right\} \tag{5.9}$$

где $K_в = U_в / U_у$ – коэффициент усиления возбудителя (*В*) по напряжению;

$K_ф = \Phi / i_в$; $K_м = M / I_я \Phi$;

Rв, *Lв* – сопротивление и индуктивность цепи обмотки возбуждения.

5.3. Электроприводы с двигателями переменного тока

Асинхронный двигатель (АД) (рис. 53*а*, 53*б*) при линеаризации рабочего участка его механической характеристики в области скольжений $S < S_к$, также может быть представлен характеристикой (5.1), где

$$\left.\begin{aligned} \omega_{0н} = 2\pi f_{1н}/p_п;\ \beta = 2M_к/\omega_{0н}S_к;\ T_э = 1/\omega_{0эл.н}S_к; \\ S_к = \pm R_2'\Big/\sqrt{R_1^2 + X_к^2}; \\ M_к = 3U_{1н}^2\Big/\left[2\omega_{0н}\left(R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_к^2}\right)\right], \end{aligned}\right\} \tag{5.10}$$

где R_1, X_1, R_2', X_2' – активные и индуктивные сопротивления статора и приведенные ротора;

$X_к = X_1 + X_2'$ – индуктивное сопротивление короткого замыкания;

$\omega_{0эл.н} = 2\pi f_{1н}$; $\omega_{0н} = 2\pi f_{1н}/p_п$ – электрическая скорость и скорость вращения поля статора при номинальной частоте $f_{1н}$;

$p_п$ – число пар полюсов;

$M_к$, $S_к$ – критический момент и критическое скольжение;

$U_{1н}$ – номинальное фазное напряжение.

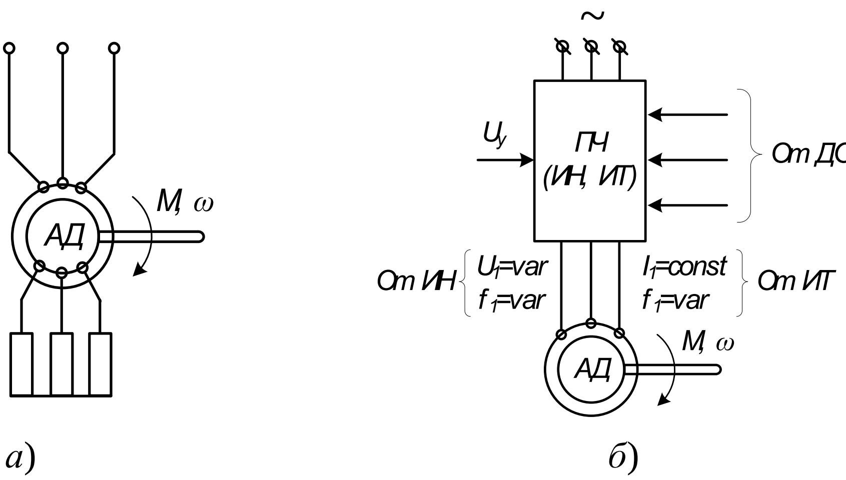


Рис. 53. Системы регулирования АД с фазным ротором (*а*), частотного и частотно-токового регулирования (*б*)

Аналогичные соотношения справедливы и для частотно-регулирующих электроприводов с системами скалярного управления и законами управления при питании АД от преобразователя частоты со свойствами источника напряжения (ИН) $U_1/f_1 = const$; $\Psi_{1c} = const$; $\Psi_\mu = const$ и $\Psi_2 = const$. Формулы для расчета ω_0, $S_к$, $M_к$, β и $T_э$ для соответствующих законов управления приведены в табл. 15.

В табл. 15 приняты следующие обозначения: f_1 – текущее значение частоты; $f_1^* = f_1 / f_{1н}$ – относительное значительное частоты; $\omega_0 = 2\pi f_1 / p_n = 2\pi f_{1н} \cdot f_1^*$ – скорость вращения поля статора при текущей частоте; X_1, X_2', $X_{\mu н}$ – индуктивные сопротивления статора, приведенное ротора и контура намагничивания при $f_{1н}$; I_1 – действующее значение тока статора.

При питании АД от источника тока $I_1 = const$ данные основных параметров также приведены в табл. 15.

Характеристики вида (5.1) имеют место также в разомкнутых системах полярного и векторного управления по системе преобразователь частоты – асинхронный двигатель (ПЧ-АД) и замкнутых системах регулирования момента и скорости при скалярном, полярном и векторном управлении [34].

У синхронного двигателя (СД) на рис. 54*а* пусковая (демпферная) короткозамкнутая обмотка ротора, обеспечивающая прямой пуск в асинхронном режиме и демпфирование колебаний ротора, имеет механическую характеристику, свойственную короткозамкнутому АД (5.10).

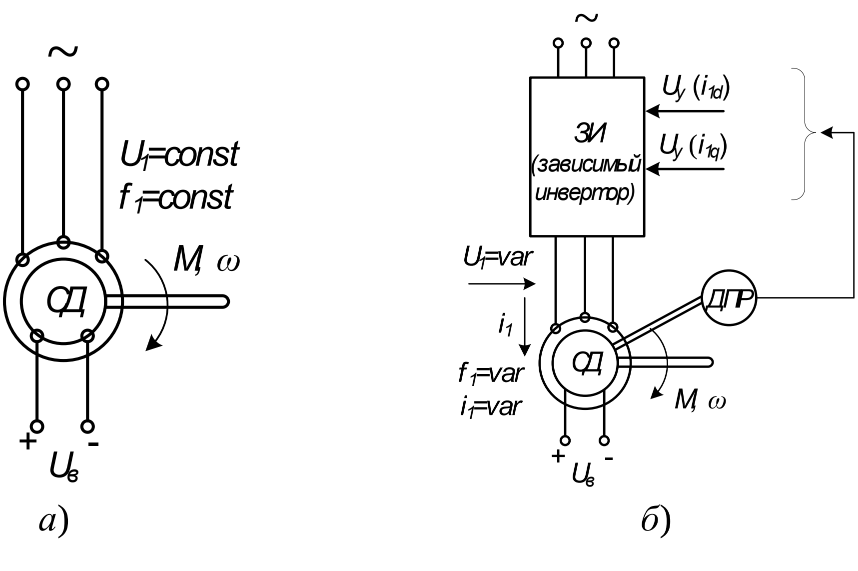


Рис. 54. Системы электропривода с синхронным двигателем: с пусковой (демпферной) короткозамкнутой обмоткой ротора (*а*), с зависимым инвертором и датчиком положения ротора (вентильный двигатель) (*б*)

Таблица 15

Закон регулирования	Формулы				
	ω_0 скорость холостого хода	$S_к$ критическое скольжение	$M_к$ критический момент	β жесткость механической характеристики	$T_э$ электромагнитная постоянная времени
$\frac{U_1}{f_1} = const$	$\omega_0 = \omega_{0н} f_1^*$	$S_{к1} = \pm \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + \left(x_{кн} f_1^*\right)^2}}$	$M_{к1} = \frac{3\left(U_{1н} f_1^*\right)^2}{2\omega_{0н} f_1^* \left(R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + \left(x_{кн} f_1^*\right)^2}\right)}$	$\beta_1 = \frac{2M_{к1н}}{S_{кн}\omega_{0н}}$	$T_{э1} = \frac{1}{S_{кн}\omega_{0элн}} = \frac{X_{1н} + X'_{2н}}{\omega_{0элн}R'_2}$
$\Psi_{1c} = const$ (IR-компенсация)	$\omega_0 = \omega_{0н} f_1^*$	$S_{к1c} = \pm \frac{R_2'}{x_{кн} f_1^*}$	$M_{к1c} = \frac{3\left(U_{1н} f_1^*\right)^2}{2\omega_{0н} f_1^* x_{кн} f_1^*}$	$\beta_{1c} = \frac{2M_{к1cн}}{S_{к1cн}\omega_{0н}}$	$T_{э1c} = \frac{1}{S_{к1cн}\omega_{0элн}}$
$\Psi_{\mu} = const$	$\omega_0 = \omega_{0н} f_1^*$	$S_{к\mu} = \pm \frac{R_2'}{x_{2н}' f_1^*}$	$M_{к\mu} = \frac{3\left(U_{1н} f_1^*\right)^2}{2\omega_{0н} f_1^* x'_{2н} f_1^*}$	$\beta_{\mu} = \frac{2M_{к\mu н}}{S_{к\mu н}\omega_{0н}}$	$T_{э\mu} = \frac{1}{S_{к\mu н}\omega_{0элн}}$
$\Psi_2 = const$	$\omega_0 = \omega_{0н} f_1^*$	–	$M_{кз} = \beta_2 \omega_{0н} f_1^*$	$\beta_2 = \frac{3p_п^2\Psi_{2н}^2}{R_2'}$	$T_{э2} = \frac{1}{S_{к2н}\omega_{0элн}}$
Питание АД от ИТ $I_1 = const$	$\omega_0 = \omega_{0н} f_1^*$	$S_{к.ит} = \pm \frac{R_2'}{\left(X_{\mu н} + X'_{2н}\right) f_1^*}$	$M_{к.ит} = \frac{3I_1^2\left(X_{\mu н} f_1^*\right)}{2\omega_{0н}\left(X_{\mu н} + X'_{2н}\right) f_1^*}$	$\beta_{ит} = \frac{2M_{к.ит}}{\omega_{0н} f_1^* S_{к.ит}}$	$T_{э.ит} = \frac{X_{\mu н} + X'_{2н}}{\omega_{0элн}R'_2}$

Вентильный двигатель (ВД) на основе синхронного двигателя с зависимым инвертором и датчиком положения ротора (ДПР) (рис. 54*б*) в двухфазном представлении в осях d, q при условии $L_{1d} = L_{1q} = L_1$ и нулевом угле смещения коммутации ключей инвертора

$$\omega_0 = \frac{U_{1max}}{C};\ \beta = \frac{C^2}{R_1};\ M_{кз} = \frac{U_{1max} p_n \Psi_в}{R_1};\ T_э = T_1 = L_1 / R_1,$$

где R_1, L_1 – активное сопротивление и индуктивность фазы статора СД;

$C = p_n \Psi_в$ – постоянная ВД;

U_{1max} – амплитудное фазное напряжение двухфазной модели;

p_n, $\Psi_в$ – число пар полюсов и потокосцепление цепи возбуждения.

«Для СД с векторным управлением при поддержании потокосцепления статора $\Psi_1 = const$» [33]

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p_n};\ \beta = \frac{p_n^2 \Psi_{1max}}{R_1};\ M_{кз} = \frac{2\pi f_1 \Psi_{1max}^2}{R_1};\ T_э = \frac{X_1}{\omega_{0эл.н} R_1}.$$

«Проведенный анализ показывает, что большинство электроприводов с двигателями постоянного и переменного тока при приемлемых допущениях можно представить линейной или линеаризованной механической характеристикой (5.1) при учете электромагнитной инерции силовых цепей» [33].

6. ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

6.1. Критерии оптимизации и методы анализа динамических режимов электромеханических систем

В зависимости от вида инерции в электромеханических системах имеют место механические, электромагнитные и тепловые переходные процессы.

Рассмотренные выше механические переходные процессы, вызванные изменениями момента двигателя и нагрузки, когда момент двигателя задавался в виде независимой функции времени $M(t)$, не учитывали взаимодействия между механической и электрической частями электромеханической системы.

В электромеханических системах момент двигателя зависит от механической переменной – скорости двигателя. Электромеханическая связь, обусловленная зависимостью противо-ЭДС двигателя от его скорости вращения, объединяет механическую и электрическую части в единую систему, переходные процессы в которой являются *электромеханическими переходными процессами*.

Изменения управляющих и внешних воздействий приводят к изменению тепловых потерь, выделяющихся в двигателе, и к изменению его температуры. Такие переходные процессы получили название *тепловых переходных процессов*.

Реализация необходимых законов движения рабочих органов машин и механизмов в технологических процессах установок – одна из главных задач электропривода.

Возможны различные траектории перехода системы из одного состояния в другое, обеспечивающие оптимальное значение требуемых показателей регулирования по быстродействию, минимуму потерь энергии и динамических нагрузок в переходных процессах и т. д.

В связи с многообразием оптимизируемых показателей, их практической значимостью и противоречивостью требований к динамическим свойствам систем и их законам управления определение характера переходных процессов и оптимальных траекторий движения является сложной практической задачей.

При постановке задачи отработки заданного перемещения позиционных механизмов *за минимальное время при минимуме потерь энергии* и без учета ограничений, накладываемых на величину допустимого момента и скорости двигателя, как видно из рис. 55*а*, при $M_c = 0$ достигается формированием в переходном процессе линейного закона изменения момента $M(t)$ и параболического изменения $\omega(t)$.

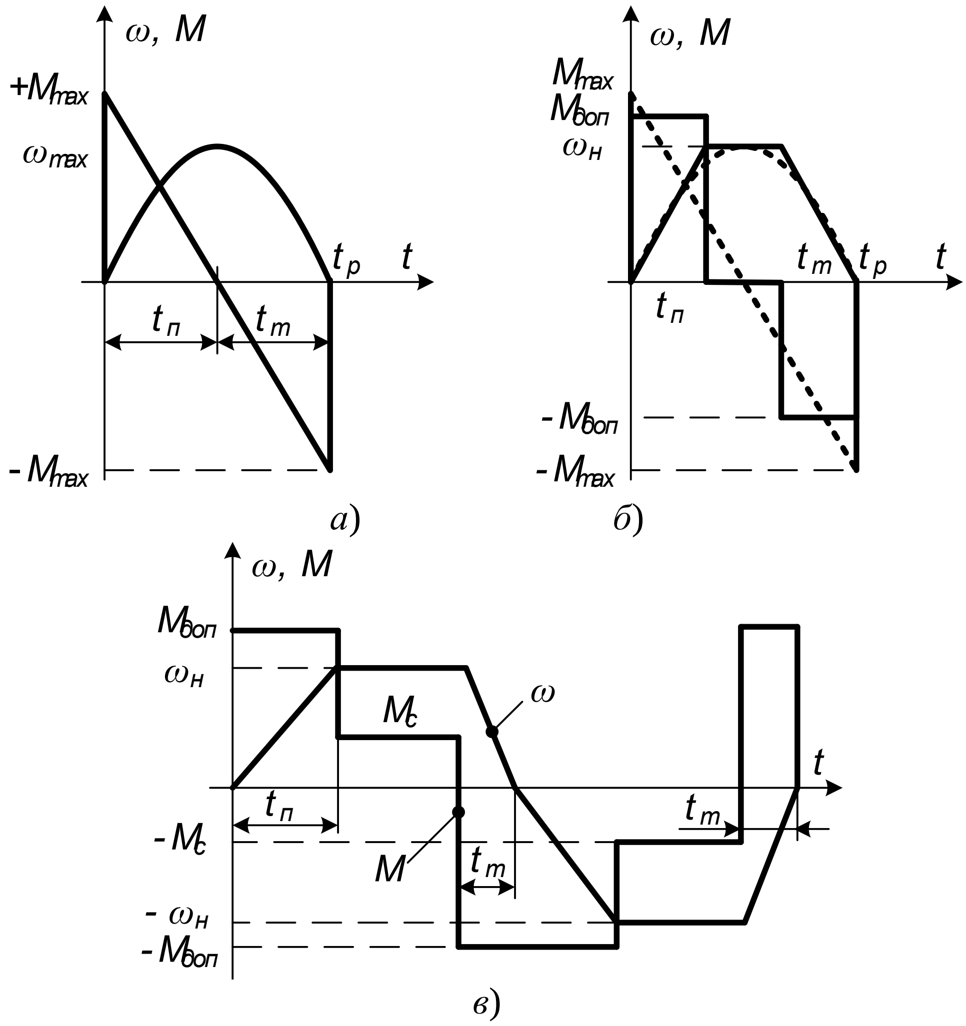


Рис. 55. Оптимальные по быстродействию процессы при минимуме потерь (*а*), при ограничении момента и скорости (*б*), при пуске, реверсе и торможении с реактивным характером нагрузки (*в*)

В варианте постановки задачи отработки заданного перемещения *за минимальное время при ограничении в переходных режимах момента и скорости* двигателя допустимыми значениями при $M_c = 0$ приходим к равномерно ускоренному характеру изменения скорости (рис. 55*б*). При наличии нагрузки в зависимости от ее величины и характера, согласно уравнению движения (3.25), ускорение системы не является постоянным (рис. 55*в*)

$$E = d\omega/dt = \frac{\pm M_{стоп} \mp M_c(\omega)}{J_\Sigma}. \qquad (6.1)$$

Здесь при реактивном характере нагрузки скорость при пуске и торможении изменяется с различным ускорением.

Сравнение двух оптимальных графиков движения (рис. 55*б*) с одинаковым временем движения $t_р$ и $\omega_{max} = \omega_н$ перемещение при линейном изменении момента несколько больше, чем при $M = M_{доп} = const$, так как перемещение за время $t_р$ пропорционально площади, ограниченной кривой $\omega(t)$. Сравнительный анализ, приведенный в [14, 46, 50], показал, что потери при одинаковом перемещении и линейном законе изменения момента в двигателе на 12% меньше, чем при $M = M_{доп} = const$. Однако такое преимущество может быть достигнуто только в том случае, если $M_{max} > M_{доп}$. При наличии ограничений $M \leq M_{доп}$ и скорости $\omega \leq \omega_н$ параболический график изменения скорости не имеет преимуществ, но формируется сложнее, чем трапецеидальный, и на практике применение не получил.

Однако и реализация трапецеидального графика изменения скорости при формировании прямоугольного графика изменения момента ограничена электромагнитной инерцией $T_э$ силовых цепей, исключающей нарастание момента двигателя скачком.

«Приложение моментов к механической части систем при наличии упругих связей и зазоров обусловливает появление колебательных нагрузок» [33], увеличивающих максимальные нагрузки передач. В подразделе 4.4.2 установлено, что при пуске динамический коэффициент может достигать значений $K_д = 2$, а при выборе зазоров в передачах $K_д > 2$. Существенного снижения динамических нагрузок можно достичь увеличением плавности нагружения за счет ограничения темпа нарастания момента значением $(dM/dt)_{доп}$. При экспоненциальном характере изменения момента с постоянной $T > \pi/\Omega_{12}$ достигается снижение динамического коэффициента до значений $K_д = 1{,}5–1{,}1$.

Следовательно, в формулировке задачи оптимального управления переходными процессами *отработки заданного перемещения за минимальное время при ограничении момента и скорости и динамических нагрузок* соответствуют зависимости изменения $M(t)$, $\omega(t)$ и dM/dt на рис. 56.

Максимальное использование электропривода по моменту обеспечивает сокращение длительности переходных процессов.

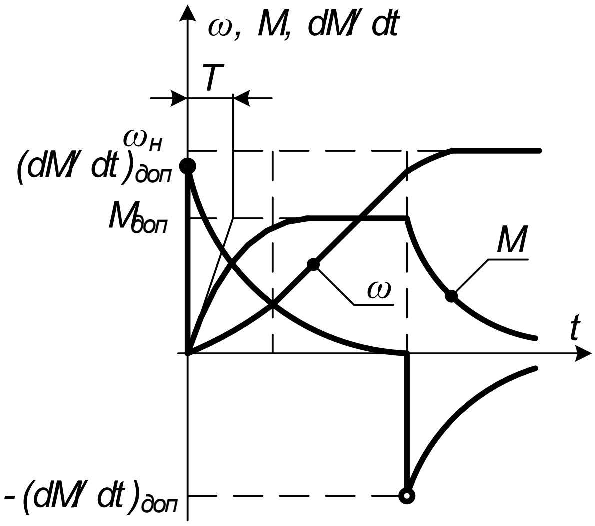
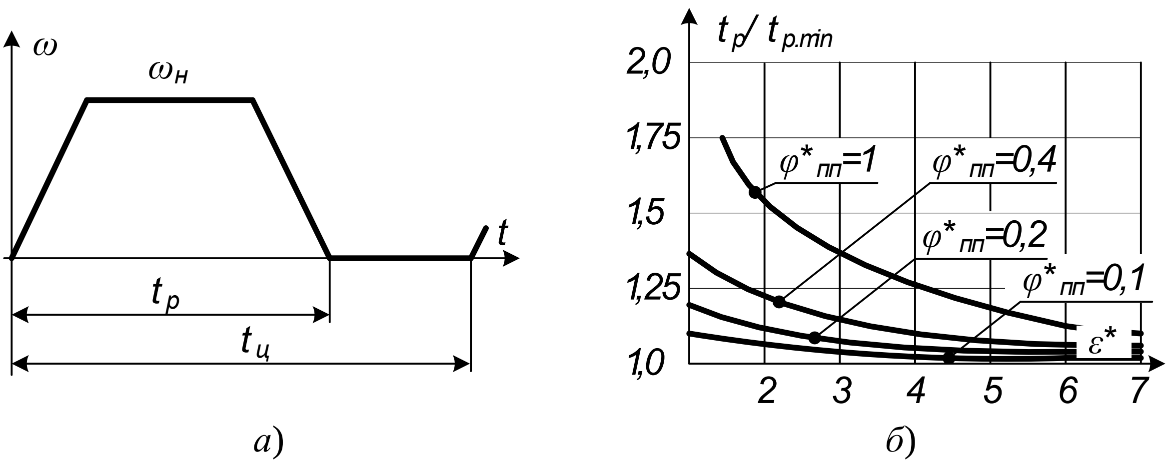


Рис. 56. Оптимальные зависимости $M(t)$ и $\omega(t)$, обеспечивающие ограничение динамических нагрузок

Оценим влияние переходных процессов на производительность механизма. Рассмотрим, как будет зависеть время отработки заданного углового перемещения φ в случае $M_c = 0$ и ограничениях, наложенных на скорость вращения вала двигателя $\omega_н$ и его ускорение ε (рис. 57).



а) *б*)

Рис. 57. Влияние ускорений на время отработки заданного углового перемещения: временная диаграмма цикла работы (*а*), зависимость $t_p / t_{p.min} = f\left(\varepsilon^*\right)$ от различных значений $\varphi^*_{пп}$ (*б*)

При равенстве ускорений при пуске и торможении $\varepsilon_п = \varepsilon_т = \varepsilon$ время $t_р$ определяется соотношением

$$t_р = \frac{\omega_н}{\varepsilon} + \frac{\varphi}{\omega_н}. \tag{6.2}$$

Время t будет минимально при $\varepsilon = \infty$ и равно $t_{p.min} = \varphi / \omega_н$. Приняв $t_{p.min}$ за базовую величину выражение (6.2), приведем к виду

$$\frac{t_p}{t_{p.\min}} = \frac{\varphi_{пп}^*}{\varepsilon^*} + 1, \tag{6.3}$$

где $\varepsilon^* = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{доп}}$; $\varphi_{пп}^* = \dfrac{\varphi_{пп.р}}{\varphi}$;

$\varphi_{пп.р} = \omega_н 2 / \varepsilon_{доп}$ – угловое перемещение в течение пуска и торможения с расчетным ускорением $\varepsilon_{доп.}$

На рис. 57*б* приведены зависимости, полученные с помощью (6.3) для различных значений $\varphi_{пп}^*$. При $\varphi_{пп}^*$=1, когда привод при расчетном ускорении работает только в переходных режимах, увеличение ускорения в 2–4 раза дает существенное уменьшение времени t_p, составляющее 25–37,5% в сравнении с графиком при расчетном ускорении. Дальнейшее уменьшение длительности переходных процессов при $\varepsilon^* > 4$ менее эффективно.

В случаях переходных процессов, когда они в рабочем цикле занимают незначительную долю, увеличение ускорения на время рабочего периода влияет незначительно, как при $\varphi_{пп}^*$ = 0,4; увеличение ускорения вдвое уменьшает t_p лишь на 10%. Эффект повышения производительности еще меньше за счет наличия пауз в рабочем цикле, время которых от ε^* не зависит.

Следовательно, для механизмов, работающих в основном в переходных режимах, необходимо стремиться к максимальному использованию привода по допустимому моменту. В том случае, когда привод работает преимущественно с установившейся скоростью и малых значениях предположительности включения (ПВ)

$$ПВ = \frac{t_p}{t_ц} \cdot 100\,\%,$$

увеличение ускорений не дает существенного выигрыша в повышении производительности. Ограничение ускорений в переходных режимах является одновременно резервом, обеспечивающим снижение динамических нагрузок, которые пропорциональны максимальному ускорению.

Ряд производственных механизмов в зависимости от протекания механических процессов требует ограничения ускорений в переходных режимах. Например, необходимость ограничения ускорений пассажирских лифтов, связанная с неблагоприятным воздействием динамических нагрузок на организм человека, превышающих величину так называемого «комфортабельного» ускорения $a_{доп}$ = 1,5 м/с^2. К механизмам, у которых заданное ускорение является предельно допустимым, относятся механизмы передвижения и поворота кранов, канатных дорог, инерционные механизмы с фрикционной связью при недопустимости пробуксовывания данной связи (лебедки с канатоведущими шкивами трения, ременными передачами, механизмы на рельсовом ходу, рольганги) и т. п. Для механизмов с ручным управлением необходимость управления ограничения ускорений диктуется удобством управления. Полное время реакции оператора около одной секунды, поэтому время пуска до основной скорости не должно быть меньше этого значения.

Поэтому здесь ускорения могут изменяться только в сторону уменьшения ($\varepsilon \leq \varepsilon_{доп}$). Следовательно, минимальное время отработки заданных перемещений при изменении нагрузки $M_c = var$ и суммарного момента инерции $J_{\sum} = var$ может быть получено при условии поддержания постоянства ускорения $\varepsilon \approx \varepsilon_{доп}$.

Такие переходные процессы *оптимальны по быстродействию при ограничении ускорений*.

Постоянство ускорения (рис. 58*а*) при изменении значений M_c от $M_{c.min}$ до $M_{c.max}$ и $J_{\sum}$ от $J_{\sum.min}$ до $J_{\sum.max}$ достигается соответствующим изменением момента двигателя в соответствии с уравнением движения

$$M = J_{\sum}\varepsilon_{доп} + M_c.$$

Если система управления не обеспечивает поддержания постоянства ускорения (отсутствие задатчика интенсивности на входе системы регулируемого электропривода), момент двигателя при пуске и торможении не будет реагировать на изменения M_c и $J_{\sum}$. В данном случае величина допустимого момента двигателя выбирается из условия

$$M_{доп} = J_{\sum.min}\varepsilon_{доп} + M_{c.max}. \qquad (6.4)$$

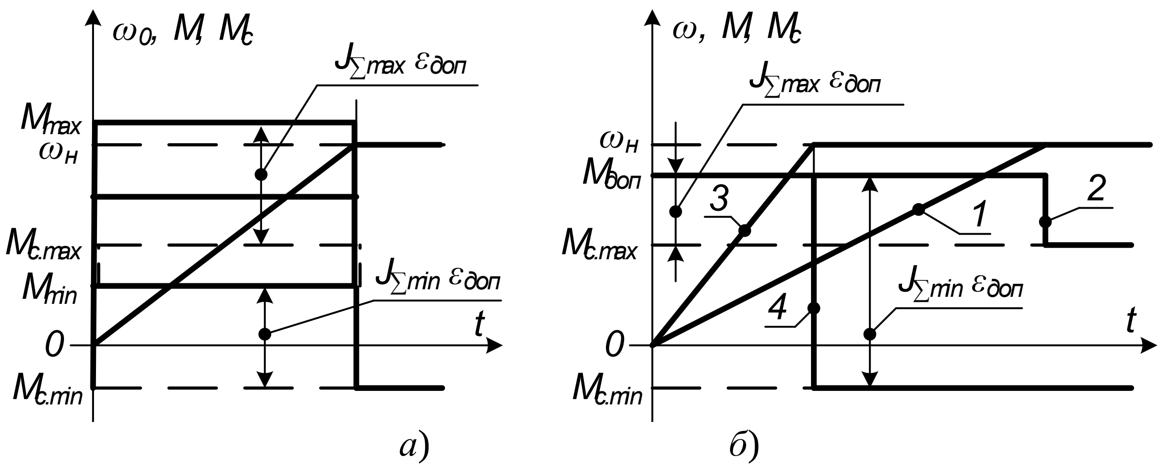


Рис. 58. Переходные процессы при ограничении ускорения с изменением (*а*) и при постоянстве момента сопротивления M_c (*б*)

С ростом нагрузки и момента инерции снижается и ускорение. Минимально значение ускорения

$$\varepsilon_{min} = \frac{M_{доп} - M_{c.max}}{J_{\sum.max}}. \tag{6.5}$$

Кривые изменения $\omega(t)$ и $M(t)$, соответствующие постоянству момента двигателя $M = M_{доп}$ в переходных режимах, соответствующих $M_c = M_{c.max}$ и $J_{\sum} = J_{\sum.max}$ (1, 2), а также $M_{c.min}$ до и $J_{\sum.min}$ (3, 4), приведены на рис. 58*б*.

Если по условиям технологического процесса снижение ускорения и увеличение времени пуска недопустимо, необходимо обеспечить способы управления пуском, обеспечивающие переходные процессы при $\varepsilon = \varepsilon_{доп} = const$.

На практике точной реализации оптимальных зависимостей переходных процесс не требуется и вполне достаточно обеспечить их характер, достаточно близкий к одному из рассмотренных оптимальных. Как отмечено в [46], оптимальной в практическом отношении следует считать ту систему управления, при помощи которой достигается приближение к тому или иному оптимальному графику движения наиболее простыми средствами.

Вследствие нелинейности реальных электромеханических систем, связанных с нелинейностью характеристик элементов систем (нелинейных кинематических связей и зазоров механической части, кривых намагничивания стал, нелинейных обратных связей и т. п.), а также нелинейностей типа произведения переменных, их движение описывается нелинейными дифференциальными уравнениями.

Получение достоверной информации о количественной и качественной сторонах явлений, протекающих в нелинейных электромеханических системах, обеспечивается «их моделированием на ЭВМ с использованием численных методов решения исходных уравнений, описывающих их движение» [33].

Для исследования линейных и линеаризованных систем широко используются аналитические и графоаналитические методы решения дифференциальных уравнений. При расчетах переходных процессов без применения ЭВМ используются методы фазовой плоскости, конечных приращений, гармонической линеаризации, кусочно-линейной аппроксимации нелинейных характеристик, линеаризация уравнений в окрестности точки статического равновесия путем разложения в ряд Тейлора.

Метод фазовой плоскости является графоаналитическим методом и пригоден для анализа систем не выше второго порядка. Метод конечных приращений (метод Эйлера) является простейшим методом численного решения дифференциальных уравнений. «Метод гармонической линеаризации целесообразно использовать для анализа колебательных процессов» [33]. Метод кусочно-линейной аппроксимации обеспечивает возможность аналитического исследования переходных процессов в электромеханических системах, уравнения которых не содержат произведений переменных, а нелинейные характеристики элементов системы линеаризуются отрезками прямых. При наличии в уравнениях произведения переменных их линеаризация производится разложением в ряд Тейлора.

6.2. Обобщенная электромеханическая система с линейной механической характеристикой привода

Из проведенного в главе 5 анализа электромеханических свойств электроприводов с двигателями постоянного и переменного тока установлено, что при определенных допущениях они имеют аналогичные механические характеристики, что создает предпосылки для обобщенного изучения динамических режимов электромеханических систем.

В обобщенной электромеханической системе привод имеет линейную механическую характеристику со статической жесткостью β и электромагнитной постоянной времени силовых цепей $T_э$.

Тогда уравнения, описывающие динамические режимы обобщенной электромеханической системы, примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
&M(T_э p+1)=\beta(\omega_0-\omega_1);\\
&M-M_{12}-M_{c1}=J_1\omega_1 p;\\
&M_{12}-M_{c2}=J_2\omega_2 p;\\
&M_{12}p=C_{12}(\omega_1-\omega_2).
\end{aligned}\right\} \quad (6.6)$$

Уравнениям (6.6) соответствует структурная схема обобщенной электромеханической системы, приведенная на рис. 59.

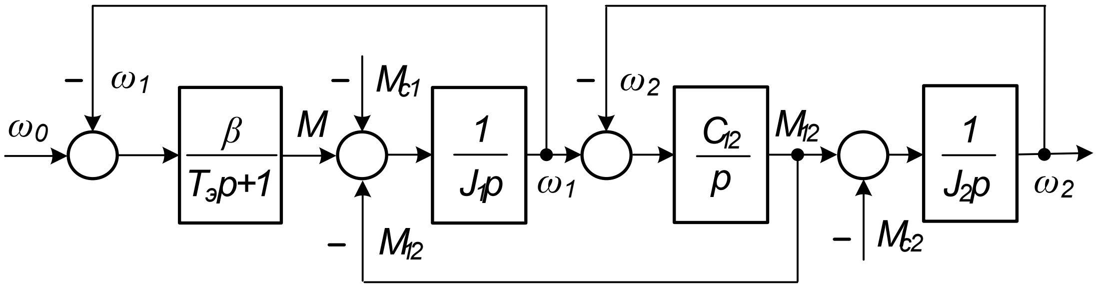


Рис. 59. Структурная схема обобщенной электромеханической системы с линейной механической характеристикой привода

6.3. Динамические режимы электромеханических систем с линейной механической характеристикой электропривода и жесткой механической связью

Уравнения движения электромеханической системы при $C_{12} = \infty$ при линейной механической характеристике двигателя имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
&M(T_э p+1)=\beta(\omega_0-\omega);\\
&M-M_c=J_\Sigma p\omega.
\end{aligned}\right\} \quad (6.7)$$

Данной системе уравнений соответствует структурная схема, приведенная на рис. 60.

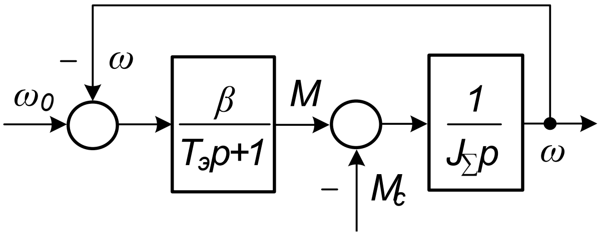


Рис. 60. Структурная схема электропривода с линейной механической характеристикой при $C_{12} = \infty$

Для анализа динамических свойств системы получим передаточную функцию по управляющему воздействию (рис. 60)

$$W_\omega(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_э T_м p^2 + T_м p + 1}, \tag{6.8}$$

где $T_м = J_\sum / \beta$ – электромеханическая постоянная времени.

Выражение для передаточной функции по возмущающему воздействию моменту сопротивления M_c

$$W'_\omega(p) = \frac{\omega(p)}{M_c(p)} = \frac{T_э p + 1}{\beta(T_э T_м p + T_м p + 1)}. \tag{6.9}$$

Характеристическое уравнение системы (6.7)

$$T_я T_м p^2 + T_м p + 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$p_{1.2} = -\frac{1}{2T_э} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_э^2} - \frac{1}{T_э T_м}} = \frac{1}{T_м}\left(-\frac{m}{2} \pm \sqrt{\frac{m^2}{4} - m}\right), \tag{6.10}$$

где $m = T_м / T_э$ – отношение постоянных времени.

Отношение постоянных времени m определяет колебательность электромеханической системы.

При $m > 4$ корни характеристического уравнения действительные отрицательные

$$p_1 = -\alpha_1;\; p_2 = -\alpha_2.$$

В данном случае передаточную функцию (6.8) можно преобразовать к виду

$$W_{\omega(p)} = \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

где $T_1 = 1/\alpha_1$; $T_2 = 1/\alpha_2$.

Поэтому при $m > 4$ электромеханическую систему можно представить в виде последовательного соединения двух инерционных звеньев с постоянными T_1 и T_2. Частотные характеристики при таком сочетании параметров имеют вид, показанный на рис. 61*а*.

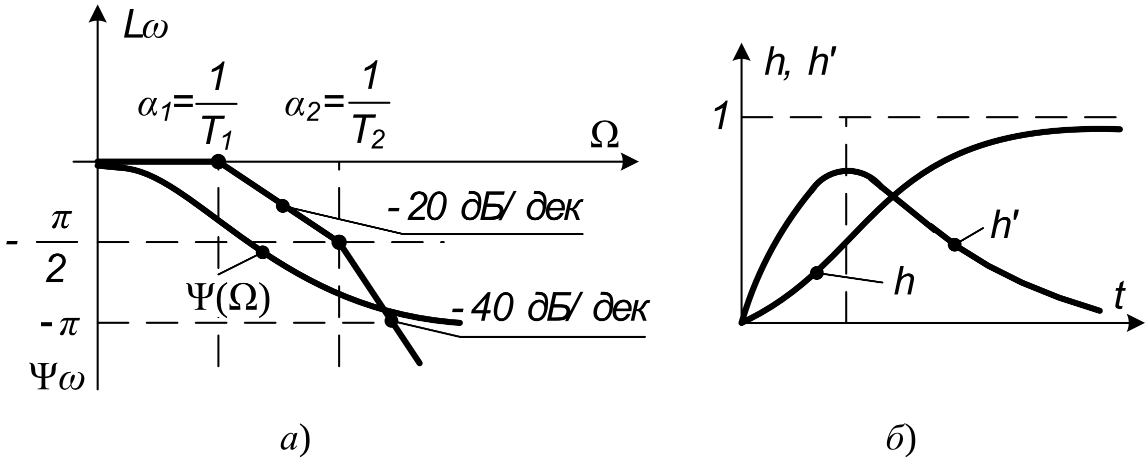


Рис. 61. Частотные (*а*) и временные (*б*) характеристики электромеханической системы при $m > 4$

Реакцию системы на скачок управляющего воздействия при нулевых начальных условиях и $M_c = 0$ характеризует соответствующая переходная функция (см. приложение)

$$h(t) = 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_2 t} - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_1 t} \qquad (6.11)$$

и весовая функция $h'(t)$

$$h'(t) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2}\left(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}\right). \qquad (6.12)$$

Зависимость $h(t)$ дает представление о законе изменения скорости электропривода при задании скачком ω_0. При $M_c = 0$, согласно уравнению движения

$$M = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt},$$

весовая функция $h'(t)$ в соответствующем масштабе определяет закон изменения электромагнитного момента $M(t)$. Максимум момента M_{max} соответствует h'_{max}.

Когда $m = 4$ характеристическое уравнение системы имеет два равных отрицательных корня

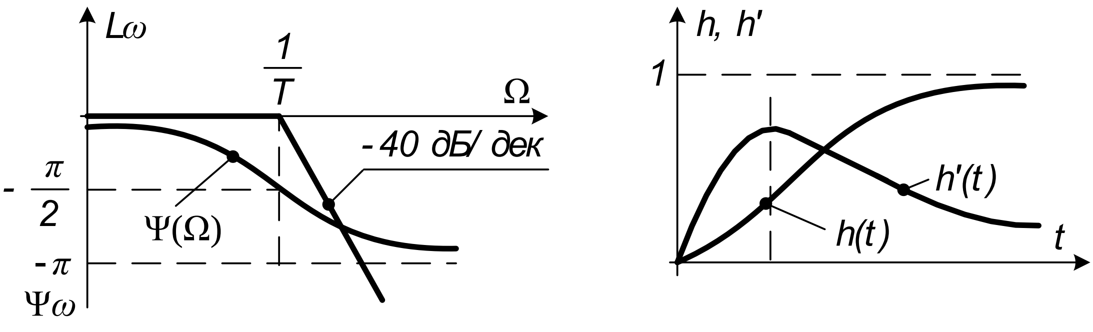
$$p_{1.2} = -\alpha = -1/2T_э .$$

В данном случае передаточная функция (6.8) преобразуется к виду

$$W_{\omega}(p)=\frac{1}{(Tp+1)^2},$$

где $T=1/\alpha$.

При этом, как можно убедиться при сравнении приведенных на рис. 62 частотных, переходных и весовых характеристик, они аналогичны характеристикам при $m > 4$.



а)   *б*)

Рис. 62. Частотные (*а*) и временные (*б*) характеристики системы при $m = 4$

Зависимости $h(t)$ и $h'(t)$ соответствуют формулам

$$h(t)=1-(1-\alpha t)e^{-\alpha t};\; h'(t)=\alpha^2 te^{-\alpha t}. \tag{6.14}$$

При $m < 4$ корни характеристического уравнения комплексные

$$p_{1,2}=\alpha \pm j\Omega_p,$$

где $\alpha=-1/2T_э$; $\Omega_p=\dfrac{\sqrt{4m-m^2}}{2T_м}$.

С учетом принятых обозначений коэффициентов передаточной функции колебательного звена в теории автоматического управления запишем

$$W_{\omega(p)}=\frac{1}{T_э T_м p^2+T_м p+1}=\frac{1}{T_1^2 p^2+2\xi T_1 p+1}. \tag{6.15}$$

Из (6.9) вытекает связь между параметрами электромеханической системы и колебательного звена

$$T_1=\sqrt{T_э T_м};\; 2\xi T_1=T_м;\; \xi=\frac{T_м}{2T_э}=\frac{\sqrt{m}}{2},$$

где ξ – параметр затухания, лежащий в пределах $0 < \xi < 1$.

Для анализа установившихся колебательных процессов, вызываемых периодическими составляющими управляющего ω_0 и возмущающего M_c воздействий, воспользуемся частотными методами (см. приложение) и получим, в соответствии с (6.15), выражения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик электромеханической системы по управляющему воздействию.

Амплитудно-частотная характеристика

$$A_\omega(\Omega)=\frac{1}{\sqrt{\left(1-T_м T_э\Omega^2\right)+\left(T_м\Omega\right)^2}}. \tag{6.16}$$

Фазо-частотная характеристика

$$\Psi(\Omega)=-arctg\left(\frac{T_м\Omega}{1-T_м T_э\Omega^2}\right).$$

Как видно из (6.16), при совпадении частоты вынужденных колебаний Ω с частотой электромеханического недемпфированного резонанса

$$\Omega_{эм}=\frac{1}{T_1}=\frac{1}{\sqrt{T_э T_м}} \tag{6.17}$$

в системе возможны резонансные явления, обусловленные обменом кинетической и электромагнитной энергиями инерционных масс и индуктивностей силовых цепей.

Частотные характеристики колебательного звена при $m = 0{,}5;\ 2;\ 4$ ($\xi = 0{,}35;\ 0{,}71;\ 1$) приведены на рис. 63.

Из рис. 63 видно, что по мере уменьшения m колебательность возрастает и при $m < 2$ ($\xi < 0{,}71$) в ЛАЧХ появляется резонансный пик, который быстро растет с уменьшением m. Переходная и весовая функции системы при $m < 4$ имеют вид (см. приложение)

$$h(t)=1-e^{-\frac{m}{2T_м}t}\left[cos\frac{\sqrt{4m-m^2}}{2T_м}\cdot t+\frac{m}{\sqrt{4m-m^2}}sin\frac{\sqrt{4m-m^2}}{2T_м}\cdot t\right]. \tag{6.18}$$

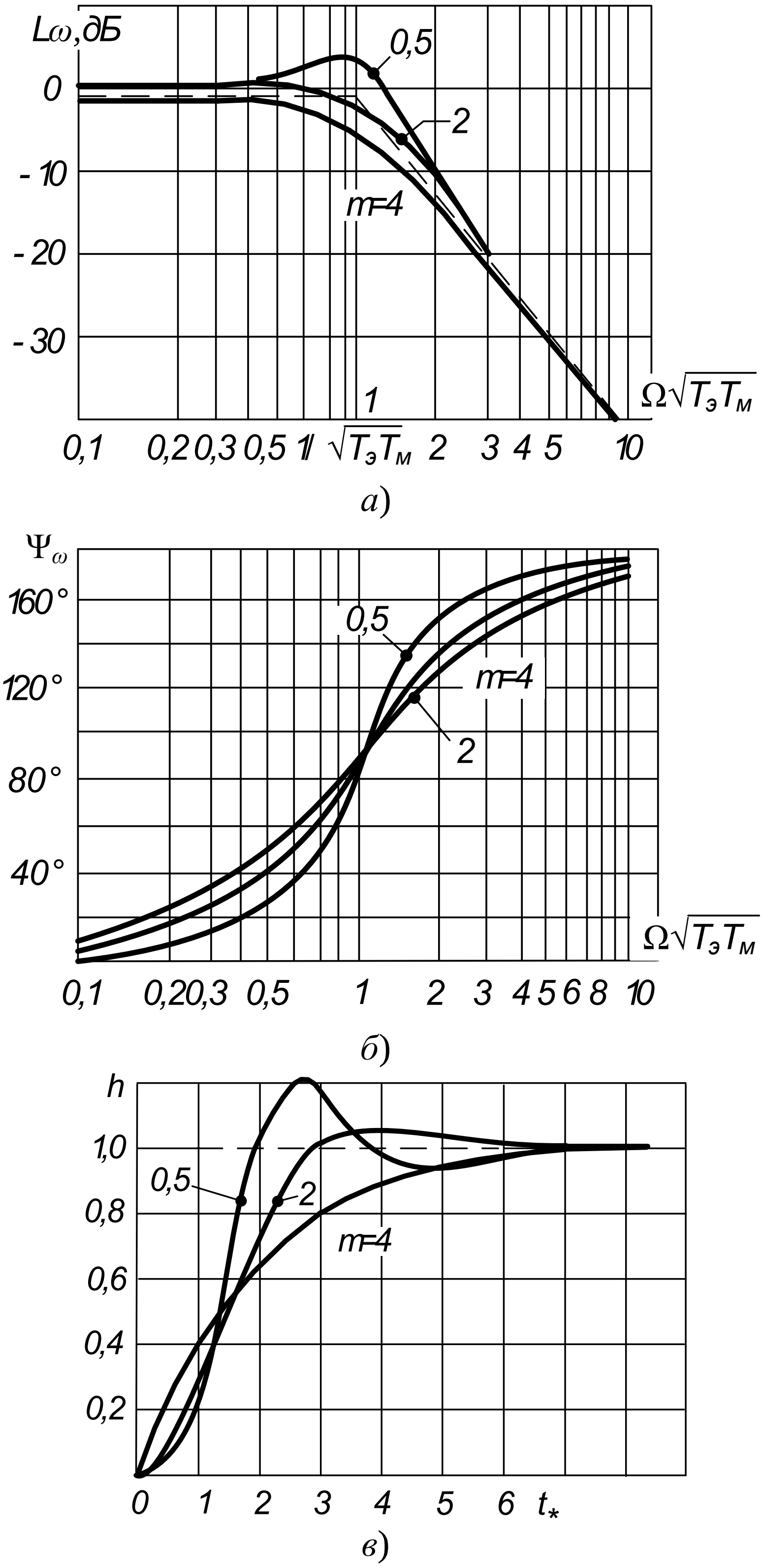


Рис. 63. Частотные (*а, б*) и временные (*в*) характеристики системы при $m < 4$

Весовая функция

$$h'(t) = \frac{2m}{T_м\sqrt{4m - m^2}} \cdot e^{-\frac{m}{2T_м}t} \cdot sin\frac{\sqrt{4m - m^2}}{2T_м}. \tag{6.19}$$

Из зависимостей $h(t^*)$, где $t^*=1/T_э$ при соответствующих значениях m, видно, что от величины m зависит частота и затухание колебаний, определяемое логарифмическим декрементом

$$\lambda = \frac{2\pi\alpha}{\Omega_p} = \frac{2\pi m}{\sqrt{4m - m^2}}. \qquad (6.20)$$

При $m = 2$, $\lambda = 6{,}28$ колебания затухают за один период при небольшом перерегулировании около 5%. Если $m < 2$, затухания колебаний уменьшаются.

При работе на естественных характеристиках двигателей $T_э$ лежит в пределах $T_э = 0{,}01–0{,}1$ с. Электромеханическую постоянную привода $T_м$ можно выразить через электромеханическую постоянную самого двигателя, и отношение моментов инерции электропривода J_Σ и двигателя $J_д$ – через соотношение инерционных масс системы

$$\gamma = \frac{J_\Sigma}{J_д}. \qquad (6.21)$$

В этом случае электромеханическая постоянная времени привода

$$T_м = T_{м.д} \cdot \gamma. \qquad (6.22)$$

Для двигателей $P_н > 10$ кВт $T_{м.д} = 0{,}01–0{,}1$ с, т. е. $T_{м.д}$ соизмерима или близка $T_э$.

В малоинерционных электроприводах с $\gamma < 1{,}5$ значения m лежат в пределах $0{,}5 < m < 2$, а в инерционных электроприводах с $\gamma > 2$, $m > 2$. Поэтому резонансное усиление колебаний невелико и ЭМС электропривода представляют собой высокодемпфированные колебательные звенья с коэффициентом демпфирования $\xi \geq 0{,}4$.

Поэтому электропривод с линейной или линеаризованной механической характеристикой можно упрощенно представить передаточной функцией

$$W_{\omega(p)} = \frac{1}{(T_1 p + 1)^2}, \qquad (6.23)$$

где $T_1 = \sqrt{T_э T_м}$.

Амплитудно-частотная характеристика (6.23) имеет вид горизонтальной прямой, идущей по оси абсцисс при $\Omega < 1/T_1$, а при

$\Omega > 1/T_1$ – штриховая линия с наклоном – 40 дБ/дек (рис. 63*а*). Сравнение аппроксимируемой ЛАЧХ с реальными при различных ξ показывает, что при $\xi > 0{,}4$ расхождения незначительны.

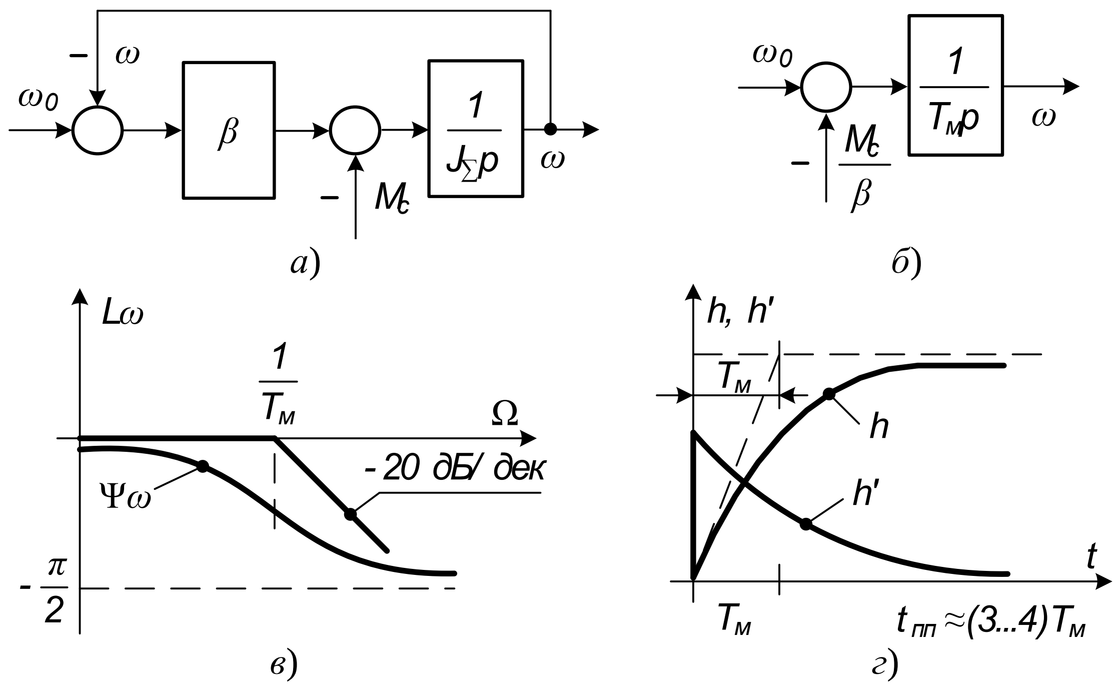


Рис. 64. Структурные схемы электромеханической системы (исходная (*а*) и преобразованная (*б*)), частотные (*в*) и временные (*г*) характеристики системы при $T_э = 0$

Для электроприводов малой мощности $m > 4$ и электромагнитной инерцией можно пренебречь $T_э = 0$. Данному случаю соответствует структурная схема электромеханической системы рис. 64*а* или преобразованная на рис. 64*б*.

При $T_э = 0$ электромеханическая система представляет собой апериодическое звено с постоянной $T_м$.

Частотные характеристики системы приведены на рис. 64*в*, а переходная и весовая функции (рис. 64*г*) определяются выражениями

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_м}}; \; h'(t) = \left(\frac{1}{T_м}\right) e^{-\frac{t}{T_м}}. \qquad (6.24)$$

Из рис. 64*г* вытекает физический смысл электромеханической постоянной времени $T_м$, которая представляет собой время, за которое система достигла бы установившейся скорости, двигаясь равномерно, ускоренно под действием постоянного динамического момента, равного его начальному значению, величина которого при $M_c = 0$ и $T_э = 0$ равна

$$M_{нач} = \omega_0 \beta = J_{\Sigma} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{нач}, \tag{6.25}$$

где $\left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{нач} = \frac{M_{нач}}{J_{\Sigma}}$.

Из сравнения кривых рис. 64 с кривыми переходных режимов на рис. 63 при учете $T_э$ можно сделать вывод о том, что без большой погрешности при $m > 4$ можно пренебречь влиянием $T_э$. При синтезе замкнутых систем регулирование электромеханических систем при $m > 4$ величину $T_э$ следует учитывать во избежание ошибок, вносимых неучетом потери запаса по фазе на частоте среза контура регулирования, обусловленной электромагнитной инерцией преобразователя [16].

Амплитудно-частотные и «фазо-частотные характеристики системы по возмущению со стороны нагрузки» [33] $M_c = M_{c\,max} \sin \Omega t$ получим с помощью (6.9)

$$A'_{\omega}(\Omega) = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{1 + (T_э \Omega)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(T_э T_м \Omega^2\right)\right)^2 + (T_м \Omega)^2}}}; \tag{6.26}$$

$$\Psi'_{\omega}(\Omega) = arctg\left[T_м \Omega - T_э \Omega \left(1 - T_э T_м \Omega^2\right)\right]. \tag{6.27}$$

Из сравнения (6.16) и (6.26) видно, что характер воздействия существенно влияет на их вид, при возмущении по нагрузке колебательность системы возрастает.

6.4. Переходные процессы в электромеханических системах с линейной механической характеристикой электропривода при скачкообразном изменении задающих и возмущающих воздействий

В нерегулируемых приводах массового применения с двигателями постоянного и переменного тока при питании от сетей с постоянным напряжением и частотой переходные процессы протекают при постоянстве скорости $\omega_0 = const$, значение которой изменяется скачком.

К таким переходным процессам относятся:

– пуск двигателя, при этом ω_0 скачком изменяется от нуля до $\omega_{0н}$;

– торможение двигателя противовключением, реверс, когда ω_0 скачком изменяется от $\omega_{0н}$ до $-\omega_{0н}$;

– отключение двигателя от сети, перевод в режим динамического торможения, при котором ω_0 скачком изменяется от $\omega_{0н}$ до нуля;

– изменение скорости привода путем изменения сопротивления силовых цепей – якорной $R_{я\Sigma}$ или роторной $R'_{2\Sigma}$ при $M_c = const$;

– при скачкообразном изменении нагрузки на валу двигателя.

При жестких механических связях $C_{12} = \infty$ движение обобщенной электромеханической системы привода (рис. 59) с линейной механической характеристикой описываются уравнениями (6.7)

$$\left.\begin{aligned} M &= \beta(\omega_0 - \omega) - T_э \frac{dM}{dt}; \\ M - M_c &= J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{6.28}$$

Решив второе уравнение системы (6.28) относительно M и подставив в первое, получим дифференциальное уравнение, решенное относительно скорости

$$T_э T_м \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_м \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_0 - \frac{M_c}{\beta} = \omega_c, \tag{6.29}$$

где $\Delta\omega = \dfrac{M_c}{\beta}$ – перепад скорости под действием момента нагрузки M_c.

Аналогично получим дифференциальное уравнение для момента:

$$T_э T_м \frac{d^2 M}{dt} + T_м \frac{dM}{dt} + M = M_c. \tag{6.30}$$

Характеристическое уравнение

$$T_э T_м p^2 + T_м p + 1 = 0. \tag{6.31}$$

При $m = T_м / T_э < 4$ корни характеристического уравнения комплексные

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_э} \pm j\sqrt{\frac{1}{T_э T_м} - \left(\frac{1}{2T_э}\right)^2} = -\alpha \pm j\Omega_p,$$

где $\alpha = \dfrac{1}{2T_э}$; $\Omega_р = \sqrt{\dfrac{1}{T_э T_м} - \left(\dfrac{1}{2T_э}\right)^2}$.

При комплексных корнях характеристического уравнения решение уравнения (6.29) запишется в виде

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t}\left(A \cdot cos\Omega_p t + B \cdot sin\Omega_p t\right). \quad (6.32)$$

Выражение для коэффициентов A и B получим из начальных условий.

При $t = 0$; $(\omega)_0 = \omega_{нач}$; $(d\omega/dt)_0 = (M_{нач} - M_c)/J_\Sigma$

$$\omega_{нач} = \omega_c - A;\ (M - M_c)/J_\Sigma = -\alpha A + B\Omega_p.$$

Тогда $A = \omega_{нач} - \omega_c$; $B = \dfrac{(M_{нач} - M_c) + \alpha J_\Sigma(\omega_{нач} - \omega_c)}{J_\Sigma \Omega_p}$.

Решение уравнения изменение скорости во времени примет вид

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t}\left[(\omega_{нач} - \omega_c)cos\Omega_p t + \frac{(M_{нач} - M_c) + \alpha J_\Sigma(\omega_{нач} - \omega_c)}{J_\Sigma \Omega_p} sin\Omega_p t\right]. \quad (6.33)$$

При $m < 4$ общее решение (6.30) для момента будем искать в виде

$$M = M_c + e^{-\alpha t}\left(C \cdot cos\Omega_p t + D \cdot sin\Omega_p t\right). \quad (6.34)$$

Из начальных условий при $t = 0$; $(M)_0 = M_{нач}$; $(dM/dt)_0$, согласно с первым уравнением (6.28) $(\omega)_0 = \omega_{нач}$, получим

$$M_{нач} = \beta(\omega_0 - \omega_{нач}) - T_э(dM/dt).$$

Величина $(dM/dt)_0 = (\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач})/T_э$, где $\Delta\omega_{нач} = \omega_0 - \omega_{нач}$.

Тогда при подстановке $(M)_0$ и $(dM/dt)_0$ в (6.34) получим:

$$M_{нач} = M_c + C;\ C = M_{нач} - M_c;$$

$$\frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э} = -\alpha C + \Omega_p D;\ D = \frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}(1 - \alpha T_э) - \alpha T_э M_c}{T_э \Omega_p}.$$

Решение уравнения (6.34) примет вид

$$M = M_c + e^{-\alpha t}\Big[\big(M_{нач} - M_c\big)\cos\Omega_p t +$$
$$+\frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}\big(1-\alpha T_э\big) - \alpha T_э M_c}{T_э\Omega_p}\sin\Omega_p t\Big]. \tag{6.35}$$

При $m > 4$ корни характеристического уравнения действительные отрицательные $p_1 = -\alpha_1$ и $p_2 = -\alpha_2$.

В этом случае общее решение уравнения для скорости запишется в виде

$$\omega = \omega_{уст} + A_1 e^{-\alpha_1 t} + B_1 e^{-\alpha_2 t}; \tag{6.36}$$

при $t = 0$

$$(\omega)_0 = \omega_{нач} = \omega_{уст} + A_1 + B_1; \tag{6.37}$$

при $t = 0$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_0 = \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma} = -\alpha_1 A_1 - \alpha_2 B_1 . \tag{6.38}$$

Определив из (6.37) коэффициент

$$B_1 = \big(\omega_{нач} - \omega_c\big) - A_1. \tag{6.39}$$

Подставив B_1 в (6.38), получим выражение для коэффициента A_1

$$A_1 = -\left[\frac{\alpha_2\big(\omega_{нач} - \omega_c\big)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma\big(\alpha_1 - \alpha_2\big)}\right]. \tag{6.40}$$

Подставив (6.40) в (6.39) для коэффициента B_1, получим следующее выражение

$$B_1 = \frac{\alpha_1\big(\omega_{нач} - \omega_c\big)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma\big(\alpha_1 - \alpha_2\big)}. \tag{6.41}$$

Подставив A_1 и B_1 в (6.36), получим

$$\omega = \omega_c - \left[\frac{\alpha_2\big(\omega_{нач} - \omega_c\big)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma\big(\alpha_1 - \alpha_2\big)}\right]e^{-\alpha_1 t} +$$
$$+\left[\frac{\alpha_1\big(\omega_{нач} - \omega_c\big)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma\big(\alpha_1 - \alpha_2\big)}\right]e^{-\alpha_2 t}. \tag{6.42}$$

Общее решение уравнения для момента двигателя

$$M = M_c + C_1 e^{-\alpha_1 t} + D_1 e^{-\alpha_2 t} \qquad (6.43)$$

при $t = 0$

$$(M)_0 = M_{нач} - M_c = C + D; \qquad (6.44)$$

при $t = 0$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_0 = \frac{\beta(\omega_0 - \omega_{нач}) - M_{нач}}{T_э} = \frac{\beta\Delta\omega_0 - M_{нач}}{T_э}\ , \qquad (6.45)$$

где $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{нач}$.

Совместное решение уравнений (6.44, 6.45)

$$\left.\begin{aligned} &M_{нач} - M_c = C + D; \\ &\frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э} = -\alpha_1 C_1 - \alpha_2 D_1, \end{aligned}\right\}$$

дает значение коэффициентов

$$C_1 = -\frac{\alpha_2(M_{нач} - M_c)}{\alpha_1 - \alpha_2} - \frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э(\alpha_1 - \alpha_2)}; \qquad (6.46)$$

$$D_1 = \frac{\alpha_1(M_{нач} - M_c)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э(\alpha_1 - \alpha_2)}. \qquad (6.47)$$

После подстановки C_1 и D_1 в (6.43) выражение для M примет вид:

$$\begin{aligned} M = M_c &- \left[\frac{\alpha_2(M_{нач} - M_c)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э(\alpha_1 - \alpha_2)}\right] e^{-\alpha_1 t} + \\ &+ \left[\frac{\alpha_1(M_{нач} - M_c)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{\beta\Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э(\alpha_1 - \alpha_2)}\right] e^{-\alpha_2 t}. \end{aligned} \qquad (6.48)$$

В случае, когда $m = 4$ корни характеристического уравнения $p_1 = p_2 = -\alpha$, решение для скорости примет вид

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t}(A_2 + B_2 t), \qquad (6.49)$$

при $t = 0$

$$(\omega)_0 = \omega_{нач},\ \omega_{нач} = \omega_c + A,\ A_2 = \omega_{нач} - \omega_c; \tag{6.50}$$

при $t = 0$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_0 = -\alpha e^{-\alpha t}\left(A_2 + B_2 t\right) + e^{-\alpha t} B_2,\ B_2 = \frac{M_{нач} - M_c}{J_\Sigma} + \alpha\left(\omega_{нач} - \omega_c\right). \tag{6.51}$$

Подставив A_2 и B_2 в (6.49), получим

$$\omega = \omega_c + e^{-\alpha t}\left[\left(\omega_{нач} - \omega_c\right) + \frac{\left(M_{нач} - M_c\right) + J_\Sigma \alpha\left(\omega_{нач} - \omega_c\right)}{J_\Sigma} \cdot t\right]. \tag{6.52}$$

Общее решение уравнения для момента

$$M = M_с + e^{-\alpha t}\left(C_2 + D_2 t\right), \tag{6.53}$$

при $t = 0$

$$(M)_0 = M_{нач} = M_c + C_2,\ C_2 = M_{нач} - M_c; \tag{6.54}$$

при $t = 0$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_0 = -\alpha e^{-\alpha t}\left(C_2 + D_2 t\right) + e^{-\alpha t} D_2;$$

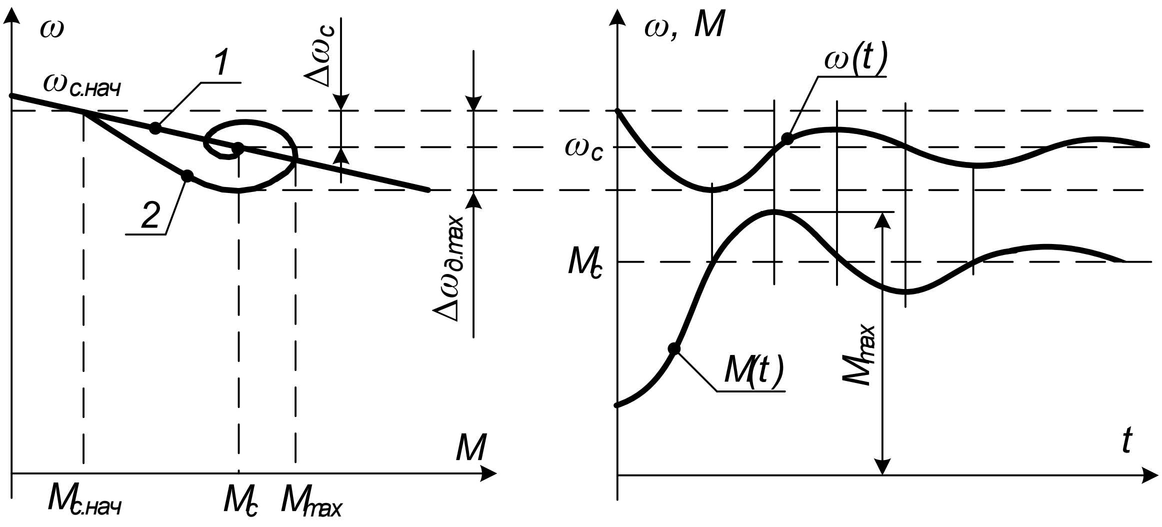
$$D_2 = \frac{\beta \Delta\omega_{нач} - M_{нач}}{T_э} + \alpha\left(M_{нач} - M_c\right). \tag{6.55}$$

Подставив C_2 и D_2 в (6.53), получим

$$M = M_c + e^{-\alpha t}\left[\left(M_{нач} - M_c\right) + \frac{\beta \Delta\omega_{нач} - M_{нач} + \alpha T_э\left(M_{нач} - M_c\right)}{T_э} \cdot t\right]. \tag{6.56}$$

Полученные соотношения для ω и M позволяют рассчитать переходные процессы пуска, реверса, торможения, перехода с одной скорости на другую при приложении и снятии нагрузки, для случая $\omega_0 = const$ и сочетаниях параметров $m < 4$, $m = 4$ и $m > 4$ при подстановке в них начальных условий.

Для конкретного случая ударного приложения нагрузки – в момент времени $t = 0$ нагрузка скачком увеличивается от $M_{с.нач}$ до $M_с$ – рассмотрим случай, когда $m < 4$, что соответствует комплексным корням характеристического уравнения. Так как предшествующий режим был установившимся (рис. 65*а*), в (6.33) и (6.35) $\omega_{нач} = \omega_{с.нач}$ и $M_{нач} = M_{с.нач}$.



а) *б*)

Рис. 65. Динамическая механическая характеристика (*а*) и переходный процесс ударного приложения нагрузки (*б*)

При учете, что

$$\frac{M_{с.нач} - M_с}{\omega_{с.нач} - \omega_с} = -\beta;\; T_м = \frac{J_\Sigma}{\beta},$$

уравнение (6.33) примет вид

$$\omega = \omega_с + (\omega_{с.нач} - \omega_с)e^{-\alpha t}\left[cos\,\Omega_p t + \frac{\alpha T_м - 1}{\Omega_p T_м} sin\,\Omega_p t\right]. \qquad (6.57)$$

При записи (6.35) и учете, что $M_{нач} = \beta\Delta\omega_{нач}$, получим

$$M = M_с + (M_{нач} - M_с)e^{-\alpha t}\left(cos\,\Omega_p t + \frac{\alpha}{\Omega_p} sin\,\Omega_p t\right). \qquad (6.58)$$

На рис. 65*б* приведены зависимости $\omega_{нач} = f(t)$ и $M = f(t)$ при $m = 1$. Сравним естественную механическую характеристику 1 (рис. 65*а*) с построенной с помощью графиков переходных процессов на рис. 65*б* динамической механической характеристикой 2 (рис. 65*а*).

При приложении скачком момента нагрузки идет процесс снижения скорости, приводящий в свою очередь к росту момента двигателя. Однако вследствие наличия индуктивности силовой цепи нарастание момента двигателя идет медленнее, и скорость снижается в большей степени, чем это определяется статической характеристикой 1. При достижении M момента M_c скорость $\omega < \omega_c$, что ведет к дальнейшему росту момента до M_{max}. Колебания затухают, и достигается установившийся режим $M = M_c$, $\omega = \omega_c$.

Максимальное динамическое падение скорости $\Delta\omega_{д.max}$ при этом превышает статическое падение $\Delta\omega_c$ тем в большей степени, чем больше жесткость статической характеристики β, и чем больше $T_э$. Отклонения скорости от требуемого значения из-за электромагнитной инерции существенно увеличиваются, что для ряда механизмов с ударной нагрузкой по условиям технологического процесса является неблагоприятным.

При работе приводов на реостатных характеристиках, когда ($R_{я.доб} \neq 0$ или $R_{2.доб} \neq 0$) значения $T_э$ в сравнении с $T_м$ невелики, $T_э$ можно пренебречь.

В этом случае система уравнений движения электромеханической системы при $C_{12} = \infty$ примет вид

$$\left.\begin{aligned} M &= \beta(\omega_0 - \omega); \\ M - M_c &= J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{6.59}$$

Решив систему (6.59) относительно скорости, получим

$$T_м \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_c. \tag{6.60}$$

Характеристическое уравнение (6.60)

$$T_м p + 1 = 0. \tag{6.61}$$

Уравнение имеет один действительный отрицательный корень

$$p = -1/T_м. \tag{6.62}$$

Решение уравнения (6.60) запишется в виде

$$\omega = \omega_c + Ae^{-t/T_м}. \qquad (6.63)$$

При $t = 0$ $\omega = \omega_{нач}$, отсюда $A = \omega_{нач} - \omega_c$.

Тогда уравнения переходного процесса изменения во времени скорости и момента двигателя примут вид

$$\omega = \omega_c + (\omega_{нач} - \omega_c)e^{-t/T_м}; \qquad (6.64)$$

$$M = M_c + (M_{нач} - M_c)e^{-t/T_м}. \qquad (6.65)$$

Продифференцировав уравнение (6.64), получим зависимость ускорения от времени

$$\varepsilon = \varepsilon_{нач} \cdot e^{-t/T_м}, \qquad (6.66)$$

где $\varepsilon_{нач} = (\omega_c - \omega_{нач})/T_м$ – начальное ускорение привода.

На рис. 66 приведены графики переходного процесса, соответствующие (6.64) и (6.65).

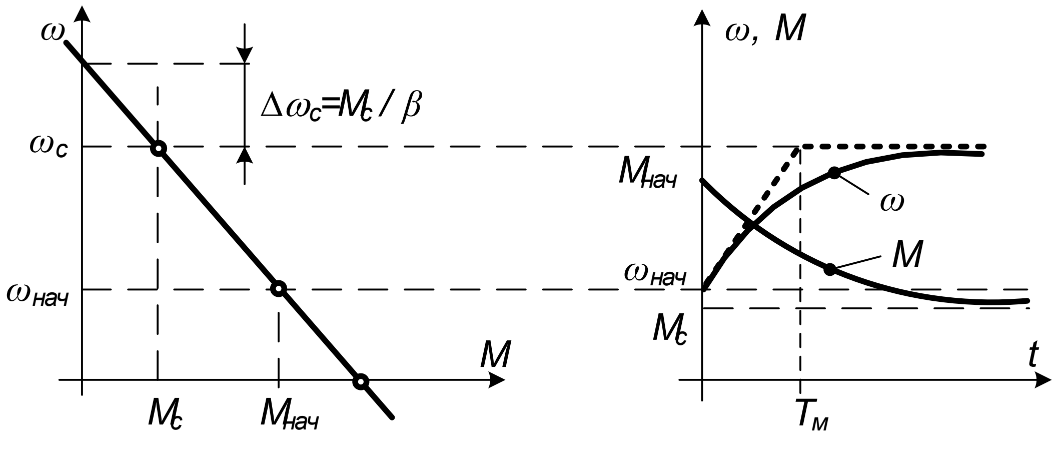


Рис. 66. Механические характеристики (*а*) и графики изменения во времени ω и M (*б*)

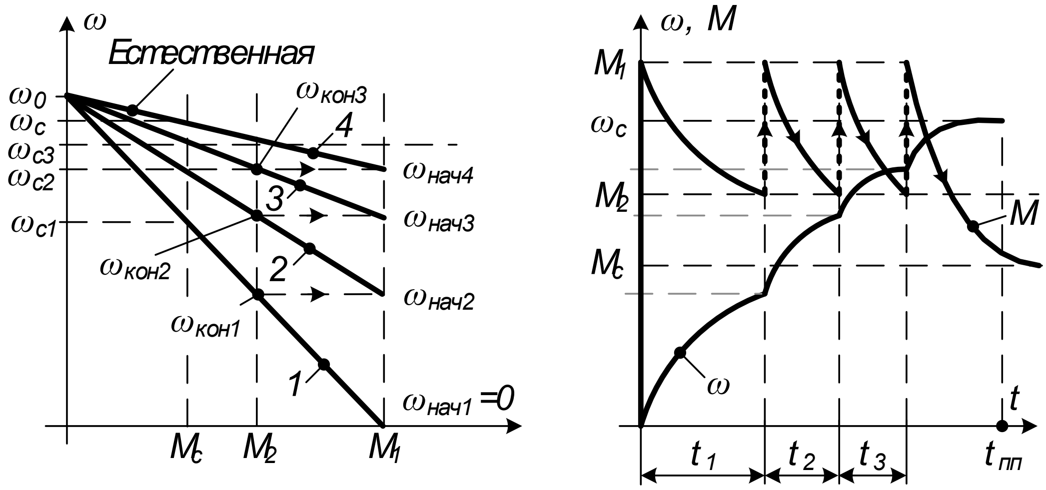
Рис. 66 показывает, что уменьшение ускорения в соответствии с (6.66) вызвано уменьшением динамического момента $M_{дин} = M - M_c$ от $M_{дин.нач} = M_{нач} - M_c$ до нуля по мере роста скорости от $\omega_{нач}$ до ω_c. В случае постоянства динамического момента при пуске и равного $M_{дин.нач} = const$, скорость ω изменялась бы по линейному закону, на рис. 66*б* показано пунктирной касательной к начальной точке кривой скорости $\omega(t)$. В этом случае время переходного процесса было бы равно $T_м$. Фактическое время переходного процесса $t_{пп} \approx (3-4)T_м$, при котором скорость достигает значений $\omega \approx (0{,}95-0{,}98)\,\omega_c$.

При реостатном пуске электропривода с линейной механической характеристикой в случае автоматического переключения системой управления ступеней пускового реостата при неизменных значениях начального и конечного значений момента (рис. 67) с учетом (6.64) движение электропривода на каждой ступени можно описать соотношениями

$$\omega_i = \omega_{ci} + (\omega_{начi} - \omega_{ci})e^{-t/T_{мi}}; \tag{6.67}$$

$$M_i = M_c + (M_1 - M_c)e^{-t/T_{мi}}, \tag{6.68}$$

где $T_{мi} = J_\Sigma/\beta_i$; β_i – модуль жесткости i-й пусковой механической характеристики.



а) *б*)

Рис. 67. Механические характеристики (*а*) и переходный процесс (*б*) при реостатном пуске электропривода с линейной механической характеристикой

В начальный момент пуска в силовую цепь введено полное сопротивление пускового реостата, ограничивающее пусковой момент значением M_1 (характеристика 1). При росте скорости до величины $\omega_{1кон}$ выводится первая ступень пускового реостата, при этом момент вновь возрастает до M_1, идет пуск по характеристике 2 и т. д.

Зависимости $\omega(t)$ и $M(t)$ при реостатном пуске приведены на рис. 67*б*. Время работы на каждой пусковой характеристике можно найти, подставив в (6.67) или (6.68) значения $\omega_{конi}$ или $M_{конi}$ и решив уравнение относительно времени

$$t_i = T_{мi} ln \frac{\omega_{ci} - \omega_{начi}}{\omega_{ci} - \omega_{конi}}; \quad (6.69)$$

$$t_i = T_{мi} ln \frac{M_1 - M_c}{M_2 - M_c}. \quad (6.70)$$

По мере разгона и перехода от ступени к ступени добавочное сопротивление $R_{доб}$ уменьшается и растет модуль жесткости β_i, что приводит к уменьшению времени работы на последующих пусковых ступенях (рис. 67*б*).

При реверсе электропривода с активным характером момента сопротивления $M_c = const$ изменение ω, $M = f(t)$ описываются уравнениями (6.64) и (6.65), при подстановке в которые начальных и установившихся значений скорости и момента они приводятся к виду

$$\omega = -\omega_c + \left(\omega_{нач} + \omega_c\right) e^{-t/T_м}; \quad (6.71)$$

$$M = M_c - \left(M_1 + M_c\right) e^{-t/T_м}. \quad (6.72)$$

Механические характеристики для данного случая реверса и графики изменения во времени ω, $M = f(t)$ приведены на рис. 68.

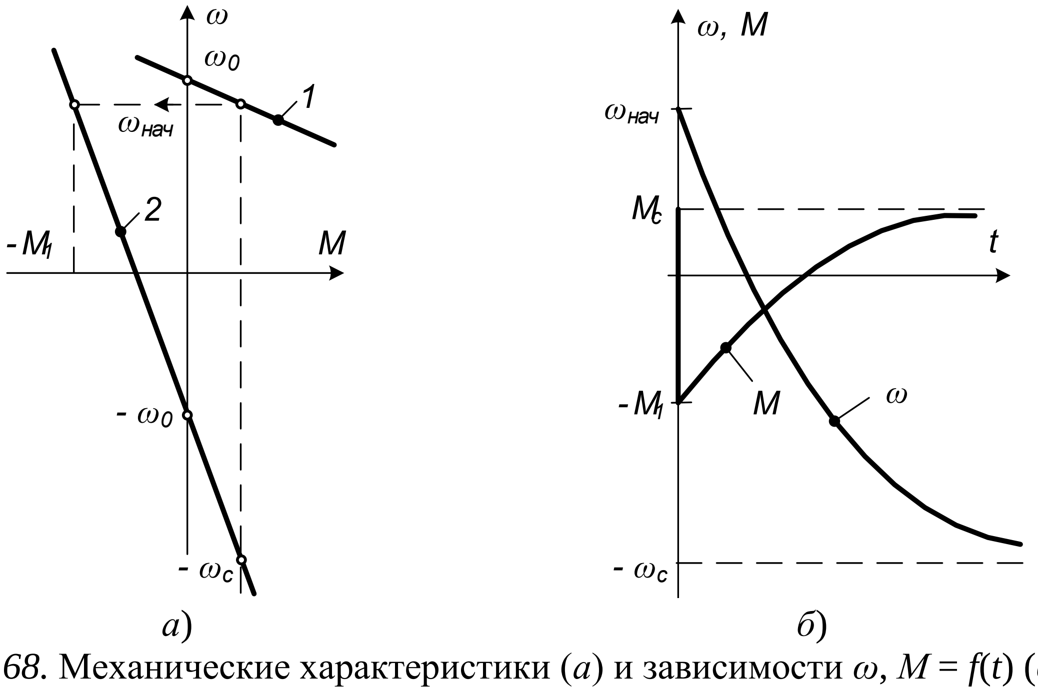


Рис. 68. Механические характеристики (*а*) и зависимости ω, $M = f(t)$ (*б*) при реверсе с активным характером нагрузки

Установившаяся скорость при реверсе $-\omega_c$ при активном характере момента сопротивления значительно превышает скорость идеального холостого хода. В случаях, когда торможение противовключением используется для остановки электропривода, двигатель при скорости $\omega = 0$ от сети отключается.

В случае реверса с реактивным характером нагрузки (рис. 69) при переходе скорости через ноль момент нагрузки изменяет свой знак на противоположный. Поэтому до $\omega = 0$ процесс торможения идет так же, как и при активном моменте. При изменении направления вращения реактивный момент изменяет свой знак, и процесс пуска в противоположном направлении описывается уравнениями (6.64) и (6.65) при других значениях начальной и установившейся скорости и момента ($\omega_{нач} = 0$; $\omega_c = -\omega_c$), ($M_{нач} = -M_0$; $M_c = -M_c$):

$$\omega = -\omega_c'\left(1 - e^{-t/T_м}\right); \tag{6.73}$$

$$M = -M_c - \left(M_0 - M_c\right)e^{-t/T_м}. \tag{6.74}$$

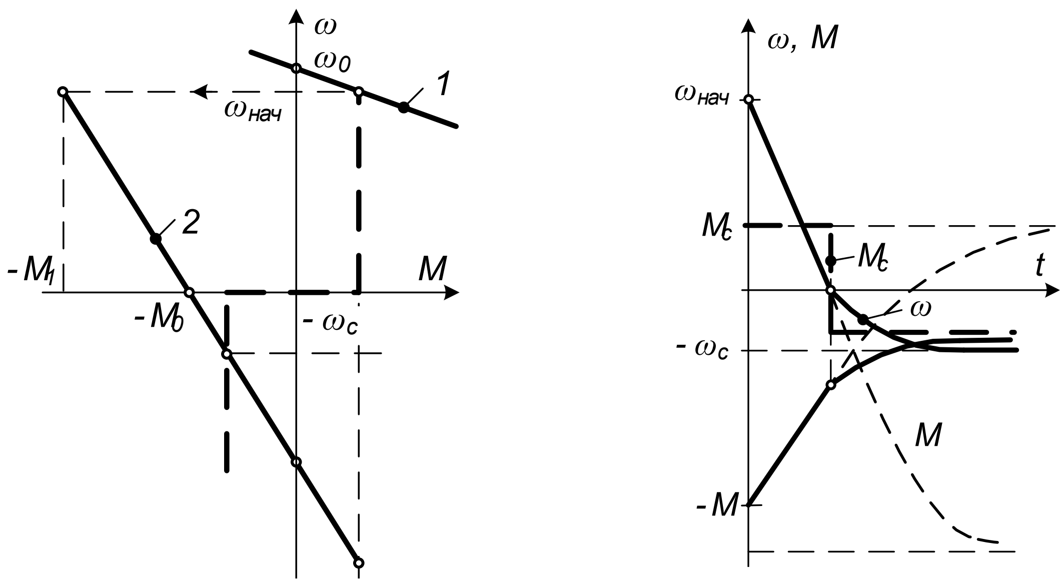


Рис. 69. Механические характеристики (*а*) и зависимости $\omega = f(t)$ и $M = f(t)$ (*б*) при реверсе с реактивным характером нагрузки

Зависимости $\omega = f(t)$ и $M = f(t)$ при реверсе с реактивным характером момента приведены на рис. 69*б*.

Следует отметить, что при переходе скорости через ноль ускорение также скачком меняет свой знак от $d\omega/dt = -\left(M_0 + M_c\right)/J_\Sigma$ до $d\omega/dt = -\left(M_0 - M_c\right)$, вследствие изменения величины динамического момента, чем и объясняется излом в зависимостях ω, $M = f(t)$ при $\omega = 0$.

Механические характеристики и зависимости $\omega = f(t)$, $M = f(t)$ при переходных режимах динамического торможения представлены на рис. 70.

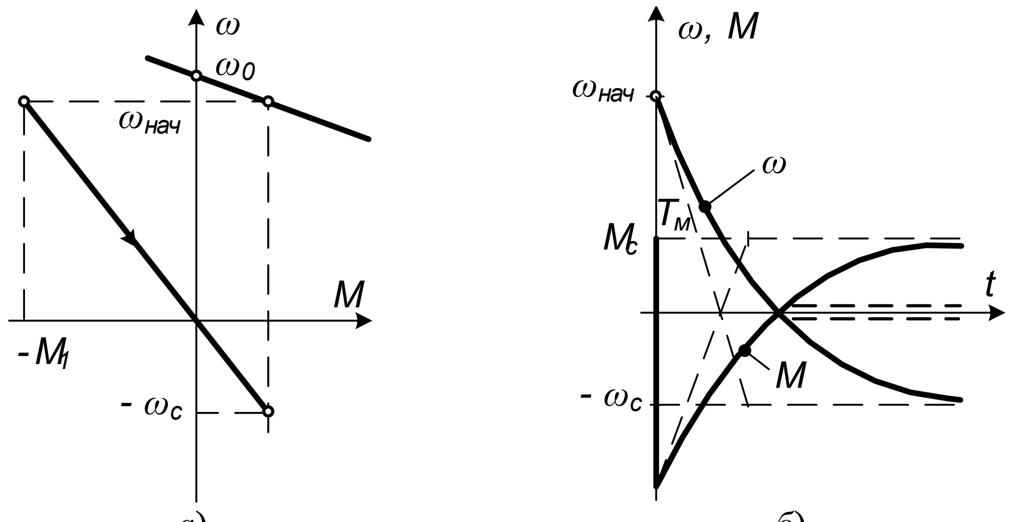


Рис. 70. Механические характеристики (*а*) и зависимости ω, $M = f(t)$ (*б*) процессов при динамическом торможении

Модуль жесткости механической характеристики при динамическом торможении $\beta = M_1 / \omega_{нач}$. После нахождения $T_м = J_\Sigma / \beta$ и подстановки установившихся и начальных значений ω и M для активного характера нагрузки (рис. 70*а*), выражения для ω и M при динамическом торможении запишутся в виде

$$\omega = -\omega_c + \left(\omega_{нач} + \omega_c\right) e^{-t/T_м}; \qquad (6.75)$$

$$M = -M_c - \left(M_1 + M_c\right) e^{-t/T_м}. \qquad (6.76)$$

Из графиков рис. 70*б* видно, что при активном характере нагрузки двигатель разгоняется в обратном направлении до скорости $-\omega_c$, а при реактивном – останавливается (пунктирные прямые).

Из изложенного выше анализа пуска и торможения электропривода при $\omega_0 = const$ зависимости ω, $M = f(t)$ отличаются от рассмотренных в подразделе 6.1 оптимальных. Близкую к оптимальной по быстродействию можно получить при реостатном пуске с большим количеством пусковых ступеней. Повышения плавности нагружения упругих электромеханических систем можно достигнуть путем введения предварительных пусковых и тормозных ступеней с меньшим начальным моментом, чем M_1. Поэтому часто такой способ используют в подъемно-транспортных машинах в целях снижения динамических нагрузок при выборе слабины канатов и выборе зазоров в передачах.

6.5. Переходные процессы при плавном изменении управляющего фактора с линейной механической характеристикой электропривода

В разомкнутых и замкнутых системах регулируемого электропривода имеется возможность формирования переходных процессов, близких к оптимальным, за счет изменения по заданному закону напряжения в электроприводе постоянного тока или частоты двигателей переменного тока, т. е. задавать закон изменения $\omega_0(t)$.

Наиболее часто при использовании задатчиков интенсивности формируется линейный закон изменения управляющего воздействия ω_0 во времени

$$\omega_0(t) = \omega_{0нач} + \varepsilon_0 t, \tag{6.77}$$

где ε_0 – ускорение, определяемое заданным темпом изменения ω_0.

При подстановке (6.77) в правую часть уравнения (6.28) получим

$$T_э T_м \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_м \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{0нач} + \varepsilon_0 t - \Delta\omega_c, \tag{6.78}$$

где $\Delta\omega_c = M_c/\beta$.

При $m > 2$ и плавном изменении ω_0 влияние электромагнитной инерции на характер переходного процесса незначительно, поэтому при $T_э = 0$ уравнение (6.77) примет вид

$$T_м \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{0нач} + \varepsilon_0 t - \Delta\omega_c. \tag{6.79}$$

Итак, необходимо решить при ненулевых начальных условиях дифференциальное уравнение с правой частью, линейно зависящей от времени. Решение будем искать в виде суммы свободной $\omega_{св}$ и принужденной $\omega_{пр}$ составляющих:

$$\omega = \omega_{св} + \omega_{пр}. \tag{6.80}$$

Свободная составляющая, т. е. решение однородного уравнения, полученного из (6.79), имеет вид:

$$\omega_{св} = Ae^{-t/T_м}. \tag{6.81}$$

Принужденную составляющую решения определим исходя из следующих соображений. В установившемся режиме скорость линейно изменяется во времени

$$\omega_{пр} = a + bt. \tag{6.82}$$

Подставив (6.82) в (6.79), получим $bT_м + a + bt = \omega_{0нач} + \varepsilon_0 t - \Delta\omega_c$, откуда

$$a = \omega_{0нач} - \Delta\omega_c - \varepsilon_0 T_м;\ b = \varepsilon_0.$$

Общее решение (6.79) будем искать в виде:

$$\omega = \omega_{0нач} - \Delta\omega_c - \varepsilon_0 T_м + \varepsilon_0 t + Ae^{-t/T_м}. \tag{6.83}$$

Постоянную A найдем, используя начальные условия при $t = 0$, $(\omega)_0 = \omega_{нач}$:

$$A = \omega_{нач} + \Delta\omega_c + \varepsilon_0 T_м - \omega_{0нач}. \tag{6.84}$$

Подставив (6.84) в (6.79), получим решение для ω в общем виде:

$$\omega = \varepsilon_0 t + \left(\omega_{0нач} - \Delta\omega_c - \varepsilon_0 T_м\right)\left(1 - e^{-t/T_м}\right) + \omega_{нач} e^{-t/T_м}. \tag{6.85}$$

Аналогично для момента двигателя:

$$M = M_c + \beta\varepsilon_0 T_м + \left(M_{нач} - M_c - \beta\varepsilon_0 T_м\right)e^{-t/T_м}. \tag{6.86}$$

Кривые ω, $M = f(t)$, соответствующие (6.85) и (6.86), когда предшествующий режим работы был неустановившимся и $M_c \neq 0$, приведены на рис. 71.

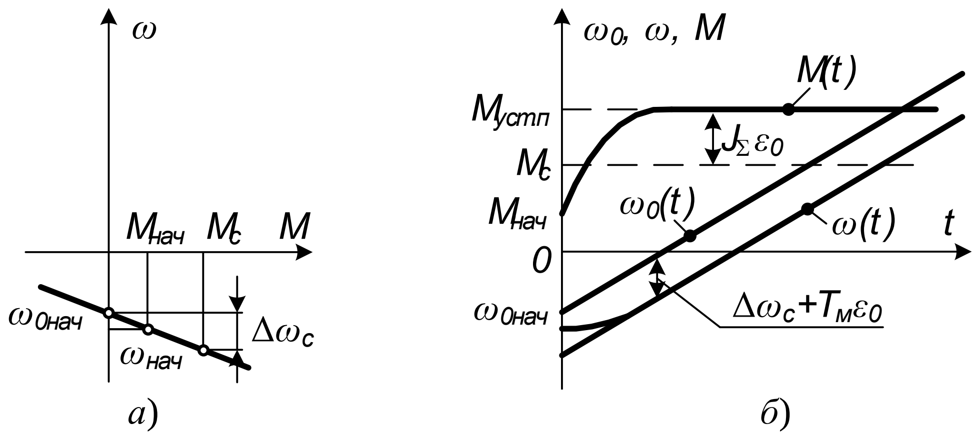


Рис. 71. Механическая характеристика (*а*) и зависимости $\omega_0(t)$, $\omega(t)$ и $M(t)$ (*б*)

Воспользуемся общими выражениями (6.85) и (6.86) зависимостей $\omega, M = f(t)$ для анализа конкретных переходных процессов электропривода с линейной механической характеристикой.

При реактивном характере нагрузки переходный процесс пуска распадается на три этапа. На первом этапе возрастание ω_0 вызывает линейное возрастание момента короткого замыкания двигателя по закону

$$M_{кз} = \beta\omega_0 = \beta\varepsilon_0 t \qquad (6.87)$$

до тех пор, пока $M_{кз} \le M_c$ скорость остается равной нулю, поскольку электропривод заторможен реактивной нагрузкой. Первый этап заканчивается при $M_{кз} = M_c$, это условие позволяет с помощью (6.87) определить время запаздывания начала пуска:

$$t_з = \frac{M_{кз}}{\beta\varepsilon_0} = \frac{M_c}{\beta\varepsilon_0}. \qquad (6.88)$$

На втором этапе при начальных условиях $M_{нач} = M_c$, $\omega_{0нач} = \Delta\omega_c$, $\omega_{нач} = 0$ и принятом новом отсчете времени, начиная с $t = t_з$, движение электропривода определяется соотношениями (6.85) и (6.86)

$$\omega = \varepsilon_0 t - T_м\varepsilon_0\left(1 - e^{-t/T_м}\right); \qquad (6.89)$$

$$M = M_c + \beta\varepsilon_0 T_м\left(1 - e^{-t/T_м}\right). \qquad (6.90)$$

Каждому текущему значению ω_0 соответствует определенная механическая характеристика двигателя. В исходном положении (рис. 72) двигатель имел характеристику 1, в конце первого этапа – $\omega_0 = \Delta\omega_c$, характеристика 2. Момент двигателя на первом этапе нарастает при $\omega = 0$ до значения M_c (рис. 72). Зависимости $\omega, M = f(t)$ для первого этапа переходного процесса показаны на рис. 72*б* на участке $0 < t \le t_з$.

На втором этапе в соответствии с (6.90) момент двигателя нарастает от $M = M_c$ до $M_{уст.п} = M_c + T_м\varepsilon_0\beta$ по экспоненте за время $3T_м$, и далее вплоть до t_0 скорость нарастает по линейному закону, отставая от ω_0 на величину $\Delta\omega_c + T_м\varepsilon_0$, а момент имеет постоянную величину $M_{уст.п}$.

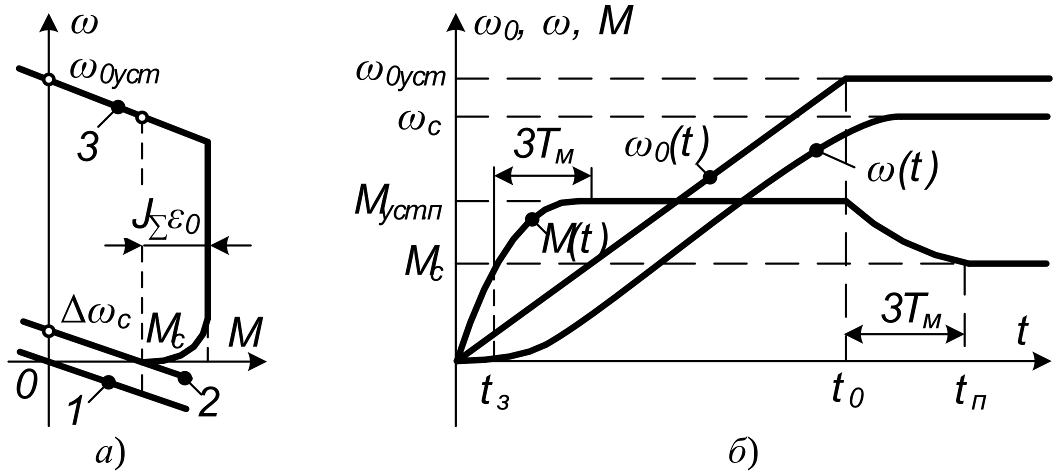


Рис. 72. Механические характеристики (*а*) и зависимости $\omega_0(t)$, $\omega(t)$ и $M(t)$ (*б*) при пуске с реактивным характером момента сопротивления

Второй этап заканчивается в момент времени t_0, когда управляющее воздействие достигает требуемого установившегося значения $\omega_{0уст}$. И, наконец, на третьем этапе двигатель выходит на естественную характеристику 3, и в дальнейшем имеет место процесс, описываемый (6.64), (6.65) при соответствующих начальных условиях.

Рассмотрим процесс реверса при активном характере нагрузки и плавном изменении скорости идеального холостого хода по закону

$$\omega_0 = \omega_{0н} - \varepsilon_0 t \tag{6.91}$$

от $\omega_{0уст}$ до $-\omega_{0уст}$. Начальные и конечные значения скорости определяются по механическим характеристикам 1 и 2 (рис. 73*а)*.

Подставляя в (6.85) и (6.86) значения $\omega_{0нач} = \omega_{0уст}$, $\omega_{нач} = \omega_c$, $M_{нач} = M_c$ и учитывая, что ускорение ε_0 в (6.91*)* отрицательно, получим:

$$\omega = \omega_c e^{-t/T_м} - \varepsilon_0 t + \left(\omega_{0нач} - \Delta\omega_c - \varepsilon_0 T_м\right)\left(1 - e^{-t/T_м}\right); \tag{6.92}$$

$$M = M_c - \beta\varepsilon_0 T_м \left(1 - e^{-t/T_м}\right). \tag{6.93}$$

Зависимости (6.92) и (6.93) определяют характер изменения скорости и момента на первом этапе реверса, который заканчивается в момент $t_{0р}$, когда ω_0 достигает установившегося значения $-\omega_{0уст}$. Графики ω, $M = f(t)$ и механические характеристики приведены на рис. 73. Поскольку в процессе реверса ускорение и динамический момент $J_\Sigma\varepsilon_0$ отрицательны, суммарный установившийся момент при реверсе $M_{уст.р}$ равен разности $M - \beta\varepsilon_0 T_м$. Поэтому ошибка, с которой скорость ω следит за изменением ω_0, уменьшается, $\Delta\omega_\Sigma = \Delta\omega_c - \varepsilon_0 T_м$.

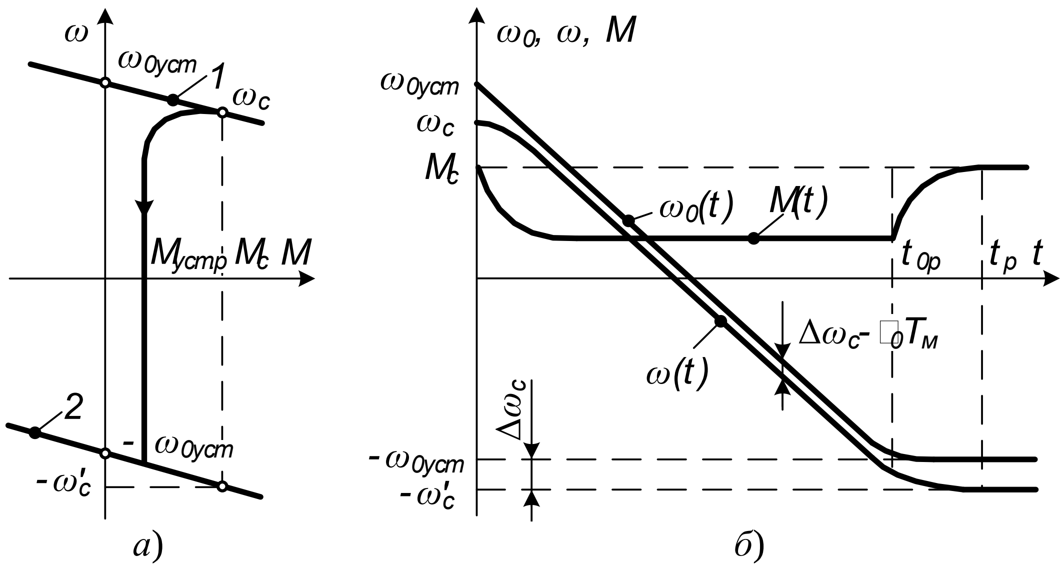


Рис. 73. Механические характеристики (*а*) и зависимости $\omega_0(t)$, $\omega(t)$ и $M(t)$ (*б*) при реверсе с активным характером нагрузки

В зависимости от M_c, ε и $T_м$ она может быть равна нулю $(\Delta\omega_c = \varepsilon_0 T_м)$ или изменить свой знак $(\Delta\omega_c < \varepsilon_0 T_м)$. При этом и момент двигателя $M_{уст.р}$ также становится равным нулю или изменяет знак.

Если $\Delta\omega_\Sigma > 0$, т. е. $\Delta\omega_c > \varepsilon_0 T_м$, двигатель при снижении скорости продолжает работать в двигательном режиме, а при изменении знака скорости переходит в тормозной режим с тем же моментом $M = M_{уст.р}$. При $\Delta\omega_\Sigma < 0$ и $M_c < \beta\varepsilon_0 T_м$ двигатель при снижении скорости работает в тормозном режиме, а при пуске в противоположном направлении переходит в двигательный режим.

Второй этап реверса протекает при $\omega_0 = \omega_{0уст} = const$, начинается в момент времени t_{0p} и определяется соотношениями (6.64), (6.65). Здесь момент двигателя нарастает по экспоненте с постоянной $T_м$ до значения $M = M_c$, а скорость – до значения $\omega = -\omega'_c$.

При реверсе с реактивным характером момента сопротивления изменение знака M_c при $\omega = 0$ приводит к весьма сложному виду зависимостей ω, $M = f(t)$. Переходный процесс в этом случае распадается на три или четыре этапа, причем граница между первым и вторым этапами подвижна и определяется достижением скоростью ω нулевого значения (механические характеристики и кривые ω, $M = f(t)$ приведены на рис. 74). На первом этапе до достижения скоростью значения $\omega = 0$ электропривод движется по тому же закону, что и при активном характере нагрузки.

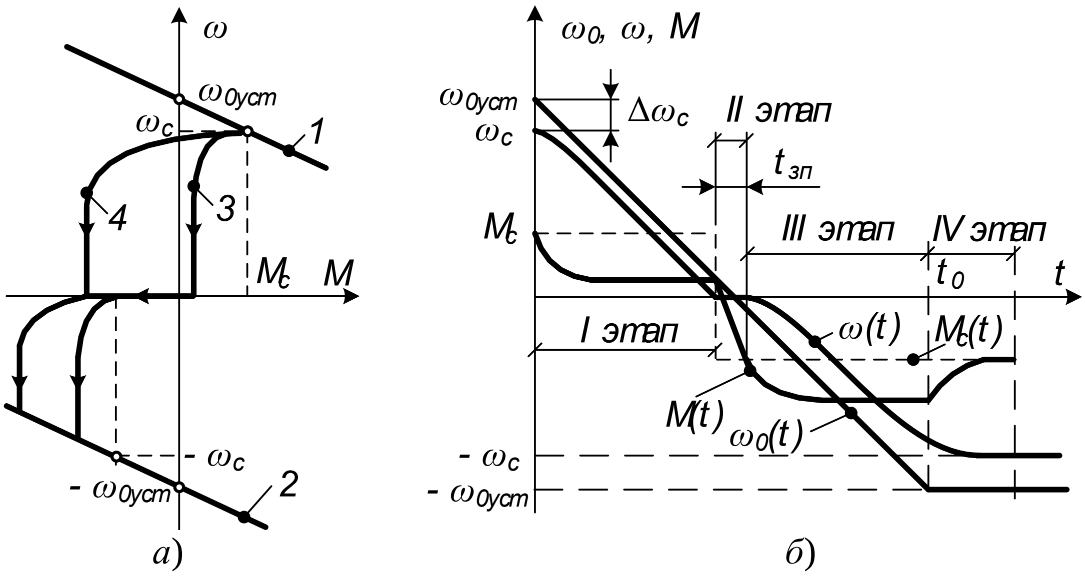


Рис. 74. Механические характеристики (*а*) и зависимости $\omega_0(t)$, $\omega(t)$ и $M(t)$ (*б*) при реверсе с реактивным характером нагрузки

При достижении скоростью нулевого значения момент сопротивления скачком изменяет свой знак от M_c до $-M_c$. Пусть в этот момент $|M| < |M_c|$. Для того чтобы начался пуск в противоположном направлении, необходимо увеличение момента двигателя по модулю (а в некоторых случаях, как показано на рис. 74, и изменение его знака) до значений, превышающих модуль M_c. При этом появляется пауза в движении, аналогичная времени запаздывания пуска (рис. 72), которую обозначим через $t_{зп}$. Во время паузы момент двигателя нарастает по линейному закону $M = M_{уст.р} - \beta\varepsilon_0 t$.

Пауза заканчивается тогда, когда момент двигателя достигает значения $M_c = -M_c$. Время запаздывания равно

$$t_{зп} = \frac{M_{уст.р} + M_c}{\beta\varepsilon_0}. \qquad (6.94)$$

На третьем и четвертом этапах идет пуск в противоположном направлении (рис. 74).

При увеличении темпа изменения ω_0 вследствие роста динамического момента при торможении момент $M_{уст.р} = M_c - M$ вначале уменьшается до нуля, т. е. при достижении скоростью нулевого значения $|M| = |M_c|$. Привод останавливается и сразу же начинает разбег в противоположную сторону. Поэтому интервал нулевой скорости, соответствующий второму этапу, вырождается здесь в одну точку.

Когда темп изменения ω_0 достаточно высок при достижении $\omega = 0$ $|M| > |M_c|$, скорость при реверсе изменяется непрерывно и влияние реактивного момента сказывается лишь на изменении скачком ускорения при переходе скорости через нуль (кривая *4* на рис. 74*а*).

Следовательно, изменение управляющего фактора ω_0 во времени определяет характер изменения скорости в переходном процессе с тем большей точностью, чем меньше электромеханическая постоянная времени привода $T_м$. При этом ускорение привода во всех режимах не превышает значение ε_0, а величина момента двигателя – значения $M = J_{\sum}\varepsilon_0 + M_c$, т. е. одновременно с формированием закона изменения скорости обеспечивается ограничение максимальной величины момента двигателя в переходных режимах.

Время переходного процесса электропривода при линейном или другом законе изменения $\omega_0(t)$ мало зависит от величины нагрузки на валу электропривода. Как видно из рис. 74*б*, несмотря на изменение реактивного момента при реверсе от $+M_c$ до $-M_c$, ускорения при торможении и пуске одинаковы. Данное обстоятельство сохранения постоянства ε_0 особенно важно для электроприводов, требующих ограничения ускорений.

Процессы при линейном нарастании ускорений получаются близкими к оптимальным по быстродействию при ограничении ускорений и рывка. Возможность получения оптимального характера переходных процессов путем формирования соответствующей зависимости $\omega_0(t)$ широко используется для управления электромеханическими системами.

6.6. Расчет переходных процессов при нелинейных механических характеристиках двигателя и момента сопротивления

Рассмотрим метод конечных приращений. При достаточной малости участка изменения скорости $\Delta\omega_i = \omega_{iкон} - \omega_{iнач}$ момент двигателя M_i и момент сопротивления M_{ci} могут быть приняты равными средним значениям $M_{срi}$ и $M_{с.срi}$ на этих участках (рис. 75). Тогда, в соответствии с уравнением движения (3.25), заменив производные приращениями, определим время Δt_i, за которое скорость изменяется на величину $\Delta\omega_i$:

$$\Delta t_i = \frac{J_\Sigma \Delta\omega_i}{M_{cpi} - M_{c.cpi}} = \frac{J_\Sigma \Delta\omega_i}{M_{\partial i}}. \qquad (6.95)$$

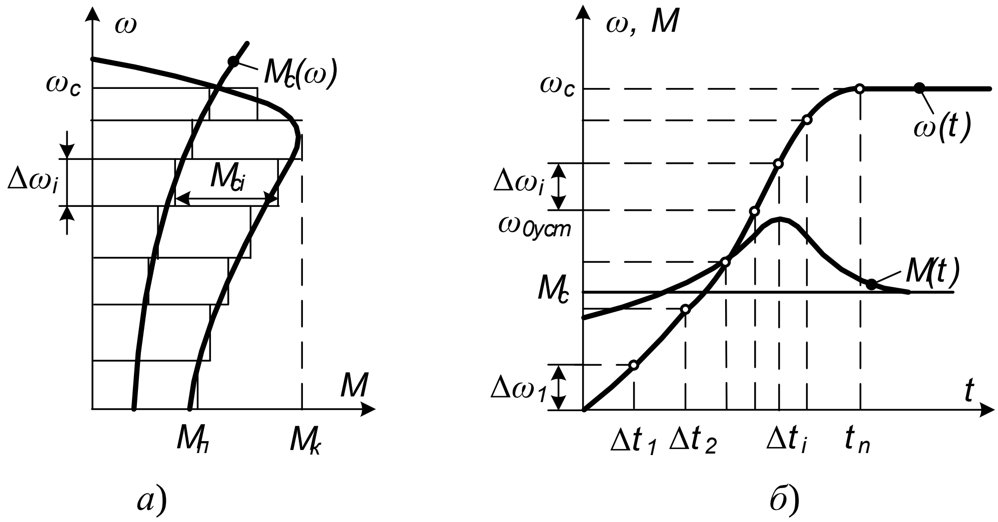


Рис. 75. Расчет переходных процессов методом конечных приращений (механические характеристики (*а*), графики переходных процессов (*б*))

Вычисляя для каждого из участков, начиная с первого, и суммируя при переходе от интервала к интервалу $\Delta\omega_i$ и Δt_i, строим кривую $\omega(t)$ (рис. 75*б*). Полное время пуска $t_n = \sum \Delta t_i$. Зависимость $M(t)$ строится с помощью статической механической характеристики двигателя по зависимости $\omega(t)$.

Точность метода зависит от количества выбранных интервалов и возрастает при уменьшении Δt_i.

7. ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ЭЛЕКТРОПРИВОДА И УПРУГОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

7.1. Демпфирование электроприводом механических колебаний

Упругие механические связи, предопределяющие возникновение механических колебаний, отрицательно влияют на работу механизмов, ухудшая их управляемость и точность регулирования, снижают надежность и долговечность их работы. Неучет упругих связей может привести к потере информации о реальном характере протекающих физических процессов электромеханического преобразования энергии, учет которых необходим для решения широкого круга практических задач. Кроме того, важной задачей анализа электромеханических систем является «оценка возможности раздельного рассмотрения процессов в электрической и механической частях, когда упругостью механической связи можно пренебречь» [33].

В качестве объекта исследования «при анализе взаимодействия электропривода с линейной механической характеристикой (5.1) и упругой механической связью» [33] примем обобщенную линеаризованную двухмассовую систему, подверженную внешним и внутренним возмущениям, движение которой описывается системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &M=\beta(\omega_0-\omega_1)-T_э\frac{dM}{dt};\\ &M-M_{c1}-\Delta M_в-M_{12}=J_1\frac{d\omega_1}{dt};\\ &M_{12}+\Delta M_в-M_{c2}=J_2\frac{d\omega_2}{dt};\\ &\frac{dM_{12}}{dt}=C_{12}(\omega_1-\omega_2), \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

где $\Delta M_в=C_{12}\Delta\varphi_{max}\sin\Omega t$ – внутренний возмущающий момент, обусловленный погрешностью передачи;

$\Delta\varphi_{max}=\dfrac{\omega_2}{\Omega}\Delta i_м$ – максимальная угловая погрешность передачи;

Ω – частота возмущающего воздействия.

Структурная схема, соответствующая (7.1), приведена на рис. 76.

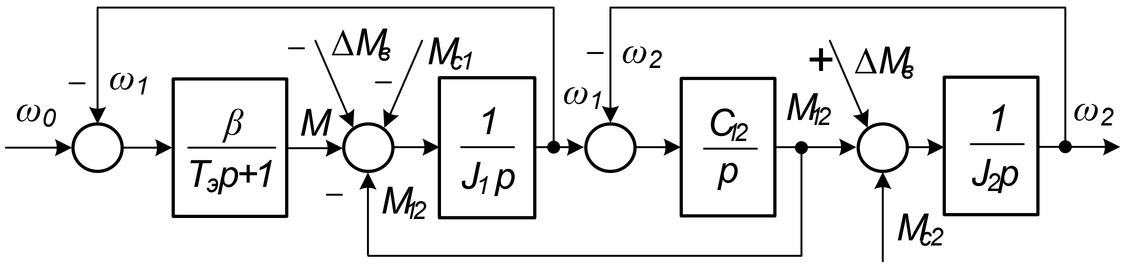


Рис. 76. Структурная схема обобщенной двухмассовой электромеханической системы с линейной механической характеристикой электропривода

Передаточные функции обобщенной двухмассовой электромеханической системы с линейной механической характеристикой электропривода (рис. 76) при внешних и внутренних возмущениях и выходной координате, моменте упругой связи M_{12}, запишутся в виде:

$$W_{M_{12}(p)}^{\omega_0(p)} = \frac{M_{12}(p)}{\omega_0(p)} = \\ = \frac{(\gamma-1)\cdot p}{\gamma T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^4 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p^3 + \gamma\left(T_э T_{м1}\Omega_{12}^2+1\right)p^2 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p + 1}; \tag{7.2}$$

$$W_{M_{12}(p)}^{M,M_{c1}(p)} = \frac{M_{12}(p)}{M,M_{c1}(p)} = \\ = \frac{(\gamma-1)\cdot T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^2 + (\gamma-1)\cdot T_{м1}\Omega_{12} p}{\gamma T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^4 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p^3 + \gamma\left(T_э T_{м1}\Omega_{12}^2+1\right)p^2 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p + 1}; \tag{7.3}$$

$$W_{M_{12}(p)}^{M_{c2}(p)} = \frac{M_{12}(p)}{M_{c2}(p)} = \\ = \frac{T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^2 + T_{м1}\Omega_{12} p + 1}{\gamma T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^4 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p^3 + \gamma\left(T_э T_{м1}\Omega_{12}^2+1\right)p^2 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p + 1}; \tag{7.4}$$

$$W_{M_{12}(p)}^{\Delta M_в(p)} = \frac{M_{12}(p)}{\Delta M_в(p)} = \\ = \frac{\gamma T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^4 + \gamma p^2 + \gamma p}{\gamma T_э T_{м1}\Omega_{12}^2 p^4 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p^3 + \gamma\left(T_э T_{м1}\Omega_{12}^2+1\right)p^2 + \gamma T_{м1}\Omega_{12} p + 1}, \tag{7.5}$$

где $T_{м1} = J_1/\beta$ – электромеханическая постоянная времени двигателя.

Механическая часть (рис. 76) при неучете механического демпфирования представляет собой консервативное колебательное звено, в котором при $M = const$ возникшие механические колебания не затухают. Однако, как видно из рис. 76, наличие внутренней обратной связи по скорости ω_1 в ЭМС вызывают колебания момента

$$M = -\frac{\beta\omega_1(p)}{T_э p + 1}. \tag{7.6}$$

При $T_э = 0$ составляющая момента двигателя

$$M = -\beta\omega_1 \tag{7.7}$$

действует как «момент вязкого трения, рассеивающий энергию механических колебаний» [33]. Следовательно, благодаря наличию электромеханической связи электропривод оказывает на колебания в механической части демпфирующее действие, аналогичное действию вязкого трения. «Демпфирующее действие электропривода обусловлено отводом энергии механических колебаний в электрическую часть системы и ее рассеяние на имеющихся здесь диссипативных элементах или рекуперации ее в питающую сеть» [23]. Энергию колебаний, отводимую за один цикл колебаний, можно определить по формуле

$$\Delta A_ц = \frac{1}{T_ц}\int_0^{T_ц} \omega_1(t)\cdot M_1(t)\cdot dt. \tag{7.8}$$

При изменении ω_1 по синусоидальному закону при механических колебаниях с частотой Ω

$$\omega_1 = \omega_{1\max}\sin\Omega t. \tag{7.9}$$

Тогда, согласно структурной схеме рис. 76, при $\omega_0 = 0$ закон изменения момента двигателя

$$M = |\beta(\Omega)|\cdot\Delta\omega_{1\max}\sin(\Omega t + \Psi) = \Delta M_{\max}\sin(\Omega t + \Psi), \tag{7.10}$$

где $|\beta(\Omega)| = \beta\Big/\sqrt{T_э^2\Omega^2 + 1}$;

$$\Delta M_{max} = \frac{\beta\Delta\omega_{1max}}{\sqrt{T_э^2\Omega^2 + 1}};$$

$\Psi = \pi - arctgT_э \Omega$.

Подставив выражения скорости и момента в (7.8), получим

$$\Delta A_ц = \frac{1}{2} T_ц \Delta\omega_{1max} \Delta M_{max} cos\,\Psi . \quad (7.11)$$

Из (7.11) следует, что демпфирование механических колебаний отсутствует либо при $\Delta\omega_{1max}$= 0 $|\beta(\Omega)| = \infty$, либо при ΔM_{max}= 0 $|\beta(\Omega)| = 0$.

Случай $|\beta(\Omega)| = \infty$ соответствует абсолютно жесткой механической характеристике (рис. 77). В данном случае энергия механических колебаний, связанная с изменением скорости второй массы ω_2, не может передаваться в электрическую часть через изменение ЭДС, поскольку скорость двигателя ω_1 остается постоянной. Здесь первая масса является жесткой заделкой и электромеханическая система представляет собой идеальное колебательное звено с частотой колебаний Ω_{02} (рис. 77*б*).

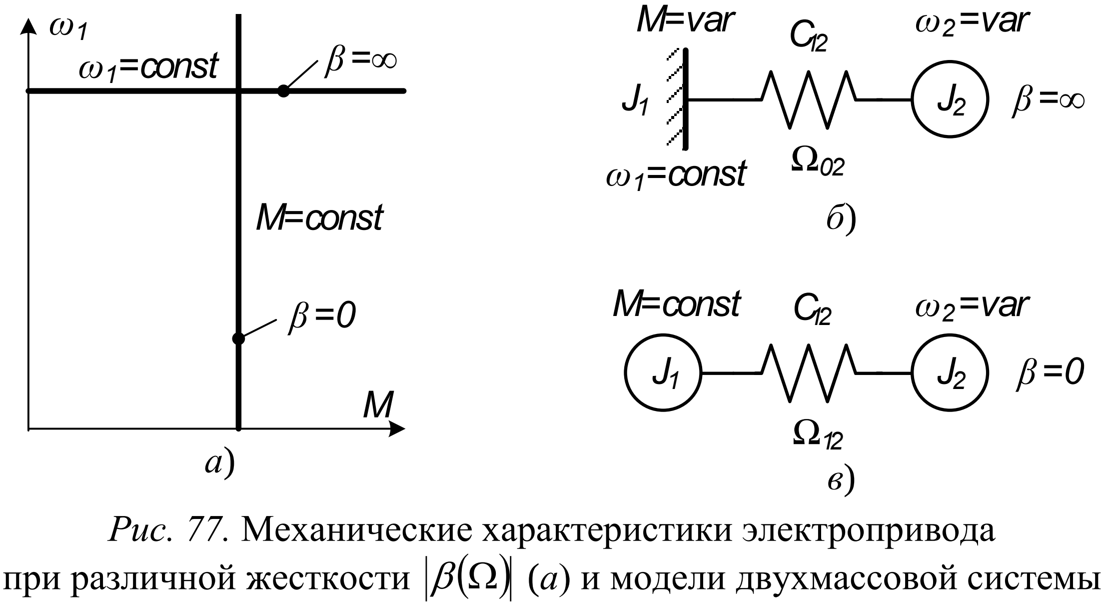


Рис. 77. Механические характеристики электропривода при различной жесткости $|\beta(\Omega)|$ (*а*) и модели двухмассовой системы при $|\beta(\Omega)| = \infty$ (*б*), $|\beta(\Omega)| = 0$ (*в*)

Случай $|\beta(\Omega)| = 0$ соответствует постоянству момента двигателя при изменении ω_1 (рис. 77*в*). При такой абсолютно мягкой характеристике энергия механических колебаний также не может передаваться в электрическую часть из-за отсутствия изменений момента двигателя. В этом случае электромеханическая система также представляет идеальное колебательное звено с собственной частотой колебаний Ω_{12} (рис. 77*в*).

Между предельными случаями $|\beta(\Omega)| = \infty$ и $|\beta(\Omega)| = 0$ имеет место множество механических характеристик с модулями жесткости $0 < |\beta(\Omega)| < \infty$. Среди них – с модулем жесткости $\beta_{опт}$, при котором демпфирование проявляется наиболее сильно.

«Определяющее влияние на демпфирующие свойства электромеханической системы оказывает соотношение инерционных масс $\gamma = (J_1 + J_2)/J_1$. Создаваемый электроприводом момент вязкого трения воздействует на первую массу, поэтому отвод энергии колебаний второй массы возможен только через упругое взаимодействие масс, реализующееся в моменте упругой связи M_{12}. Чем больше γ, т. е. момент инерции второй массы J_2, тем больше колебания первой массы J_2 и тем выше демпфирование» [23]. При $J_2 << J_1$, $\gamma \rightarrow 1$ вторая масса колеблется около большой J_1. В этом случае электромеханическая связь и демпфирование колебаний пренебрежимо мало.

Рассмотрим влияние на демпфирующие свойства электромеханических систем электромагнитной инерции силовых цепей. Индуктивность силовой цепи определяет сдвиг по фазе между колебаниями скорости ω_1 и момента двигателя M, снижая демпфирование. Поэтому при $\gamma > 5$ [30] влияние электромагнитной инерции, характеризуемое электромагнитной постоянной времени $T_э$, отрицательно сказывается на демпфировании механических колебаний. При $\gamma < 5$ и определенных сочетаниях параметров $T_э$ и $T_{м1}$ наличие индуктивности способствует повышению демпфирующих свойств электропривода. Как видно из рис. 76, электромеханическая система привода объединяет в своем составе две парциальные колебательные системы: слабо демпфированную механическую часть и электропривод, колебательность которого определяется соотношением $T_{м1}/T_э$. Рост $T_э$ вызывает увеличение колебательности двигателя, электромеханическая связь растет, увеличивая отвод энергии из механической части в электрическую.

Следовательно, определяющее влияние на демпфирование механических колебаний, вносимое электроприводом, оказывают параметры электромеханической системы $\beta(T_{м1})$, γ и $T_э$.

7.2. Прямые оценки динамических нагрузок и демпфирующих свойств электромеханических систем с упругими связями

«Для оценки динамических свойств электромеханических систем в режимах вынужденных колебаний» [33] в качестве прямой оценки динамических нагрузок и колебательности целесообразно использовать частотные характеристики.

Сокращение большого числа частных параметров, входящих в исходные уравнения (7.1), при анализе взаимосвязи демпфирующего действия электропривода с параметрами системы достигается использованием системы обобщенных параметров и относительных единиц. Тогда система уравнений (7.1) с учетом принятых обобщений параметров и относительных единиц примет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau} = T^*_{м1}\mu_{кз} - \omega_1^* - T^*_{м1}\mu;\ \nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau} = \omega_0^* - \omega_1^* - T^*_{м1}\mu;\\
&\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{d\omega_1^*}{d\tau} = \mu - \mu_{c1} - \mu_{12} - \Delta\mu_в;\ \gamma\frac{d\omega_2^*}{d\tau} = \mu_{12} - \mu_{c2} - \Delta\mu_в;\\
&\frac{d\mu_{12}}{d\tau} = \omega_1^* - \omega_2^*,
\end{aligned}\right\} \quad (7.12)$$

где $T_э^* = T_э\Omega_{12}$; $T_{М1}^* = T_{М1}\Omega_{12} = J_1\Omega_{12}/\beta$; $\gamma = \left(J_1 + J_2\right)/J_1$;
$\Omega_{12} = \sqrt{C_{12}\left(J_1 + J_2\right)/J_1 J_2}$; $\tau = t\cdot\Omega_{12}$;
$\omega^* = \omega/\Omega_{12}$; $\mu = M/C_{12}$; $p^* = p/\Omega_{12}$; $\Omega^* = \Omega/\Omega_{12}$;

$\nu_{эм} = T_э T_{М1}\Omega_{12}$ – обобщенный параметр.

Нормированная структурная схема, соответствующая (7.12), представлена на рис. 78.

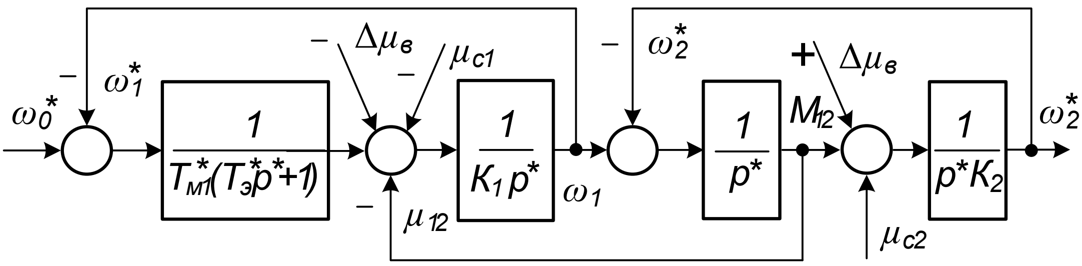


Рис. 78. Нормированная структурная схема обобщенной двухмассовой электромеханической системы с линейной механической характеристикой электропривода

Здесь

$$K_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma};\ K_2 = \frac{1}{\gamma}. \quad (7.13)$$

Передаточные функции нормированной структурной схемы (рис. 78) при внешних и внутренних возмущениях и выходной координате момента в упругой связи M_{12} запишутся в виде:

$$W_{\mu_{12}(p^*)}^{\omega_0^*(p^*)} = \frac{\mu_{12}(p^*)}{\omega_0^*(p^*)} = \\ = \frac{(\gamma - 1)\cdot p^*}{\gamma \nu_{эм} p^{*4} + \gamma T_{м1}^* p^{*3} + \gamma(\nu_{эм} + 1) p^{*2} + \gamma T_{м1}^* p^* + 1}; \tag{7.14}$$

$$W_{\mu_{12}(p^*)}^{\mu,\mu_{c1}(p^*)} = \frac{\mu_{12}(p^*)}{\mu,\mu_{c1}(p^*)} = \\ = \frac{(\gamma - 1)\cdot \nu_{эм} p^{*2} + (\gamma - 1)\cdot T_{м1}^* p^*}{\gamma \nu_{эм} p^{*4} + \gamma T_{м1}^* p^{*3} + \gamma(\nu_{эм} + 1) p^{*2} + \gamma T_{м1}^* p^* + 1}; \tag{7.15}$$

$$W_{\mu_{12}(p^*)}^{\mu_{c2}(p^*)} = \frac{\mu_{12}(p^*)}{\mu_{c2}(p^*)} = \\ = \frac{\nu_{эм} p^{*2} + T_{м1}^* p^* + 1}{\gamma \nu_{эм} p^{*4} + \gamma T_{м1}^* p^{*3} + \gamma(\nu_{эм} + 1) p^{*2} + \gamma T_{м1}^* p^* + 1}; \tag{7.16}$$

$$W_{\mu_{12}(p^*)}^{\Delta\mu_в(p^*)} = \frac{\mu_{12}(p^*)}{\Delta\mu_в(p^*)} = \\ = \frac{\gamma \nu_{эм} p^{*4} + \gamma p^{*2} + \gamma p^*}{\gamma \nu_{эм} p^{*4} + \gamma T_{м1}^* p^{*3} + \gamma(\nu_{эм} + 1) p^{*2} + \gamma T_{м1}^* p^* + 1}. \tag{7.17}$$

В качестве прямой оценки динамических нагрузок и демпфирующих свойств электропривода при исследовании электромеханических систем в режимах вынужденных колебаний используем АЧХ. Так как характеристическое уравнение системы для всех видов возмущений одинаково, при обозначении знаменателя подкоренного в АЧХ через

$$Q(\Omega^*) = \left\{\gamma \nu_{эм} \Omega^{*4} - \gamma(\nu_{эм} + 1)\Omega^{*2} + 1\right\}^2 + \left[\gamma T_{м1}^* \Omega^* - \gamma T_{м1}^* \Omega^{*3}\right]^2, \tag{7.18}$$

формулы АЧХ для различных видов возмущений примут вид:

$$A_{\mu_{12}(\Omega^*)}^{\omega_0^*} = \frac{(\gamma - 1)\Omega^*}{\sqrt{Q(\Omega^*)}}; \tag{7.19}$$

$$A_{\mu_{12}}^{\mu_1,\mu_{c1}}\left(\Omega^*\right)=\sqrt{\frac{\left[(\gamma-1)\nu_{эм}\Omega^{*2}\right]^2+\left[(\gamma-1)T_{м1}^*\Omega^*\right]^2}{Q\left(\Omega^*\right)}}\,; \qquad (7.20)$$

$$A_{\mu_{12}}^{\mu_{c2}}\left(\Omega^*\right)=\sqrt{\frac{\left(1-\nu_{эм}\Omega^{*2}\right)^2+\left(T_{м1}^*\Omega^*\right)^2}{Q\left(\Omega^*\right)}}\,; \qquad (7.21)$$

$$A_{\mu_{12}}^{\Delta\mu_в}\left(\Omega^*\right)=\sqrt{\frac{\left(\gamma\nu_{эм}\Omega^{*4}-\gamma\Omega^{*2}\right)^2+\left(\gamma\Omega^*\right)^2}{Q\left(\Omega^*\right)}}\,. \qquad (7.22)$$

В качестве показателей, характеризующих в определенной степени демпфирующие свойства электропривода, используется логарифмический декремент λ и коэффициент затухания ξ (см. подраздел 7.3).

Логарифмический декремент, используемый для характеристики рассеяния энергии в колебательных системах, представляет собой логарифм отношения двух последовательных амплитуд колебаний (рис. 79)

$$\lambda=ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right). \qquad (7.23)$$

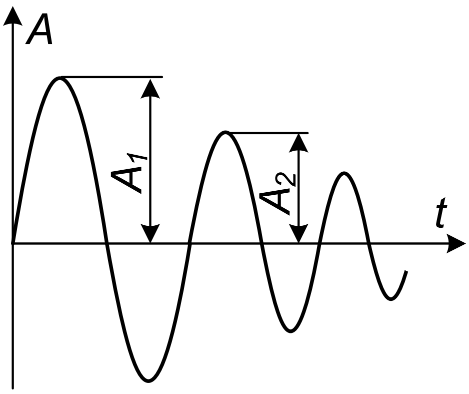


Рис. 79. Колебательный процесс при наличии демпфирования

Значение логарифмического декремента определяется корнями знаменателя передаточной функции (характеристического уравнения), который, как видно из (7.14–7.17), не зависит от вида возмущений, действующих в системе

$$\lambda=\frac{2\pi\alpha}{\Omega_p}, \qquad (7.24)$$

где α и Ω – коэффициент затухания и резонансная частота для той пары корней характеристического уравнения, которой соответствуют наименьшие значения λ.

Показатели затухания колебаний λ и ξ связаны между собой соотношением

$$\lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}. \tag{7.25}$$

Однако данные показатели не учитывают характера возмущений, действующих в электромеханической системе. Как видно из выражений АЧХ (7.19–7.22), колебательные нагрузки определяются не только корнями характеристического уравнения, но и «полюсами числителя передаточной функции, зависящими от характера возмущений» [33].

Поэтому наиболее полное представление о величине амплитуд резонансных колебаний и демпфировании их электроприводами, при различных видах возмущений в системе, можно получить на основании анализа их АЧХ.

В качестве примера, подтверждающего сказанное, проведем с использованием АЧХ анализ колебательных нагрузок M_{12} в двухмассовой механической системе с линейной механической характеристикой привода при внешних μ_{c2} и внутренних возмущениях $\Delta\,\mu_в$.

«Анализ (7.22) показывает, что с ростом Ω от 0 до ∞ амплитуды колебаний M_{12} возрастают от 0 до $A_{\mu_{12.м.р}}$ и стремятся к единице при неограниченном росте Ω. Тогда как в системе при внешнем возмущении на валу механизма μ_{c2}, амплитуды колебаний возрастают от единицы до своего минимума и далее достаточно быстро стремятся к нулю» [33].

«Сравнительные расчеты АЧХ (рис. 80) показывают, что при прочих равных условиях при внутреннем параметрическом возбуждении колебаний имеют место более значительные величины резонансных амплитуд колебаний $A_{\mu_{12.м}}$ и их проявление во всем диапазоне частот» [33].

Важное практические значение имеют методы определения сочетаний параметров привода, обеспечивающих максимум демпфирования механических колебаний.

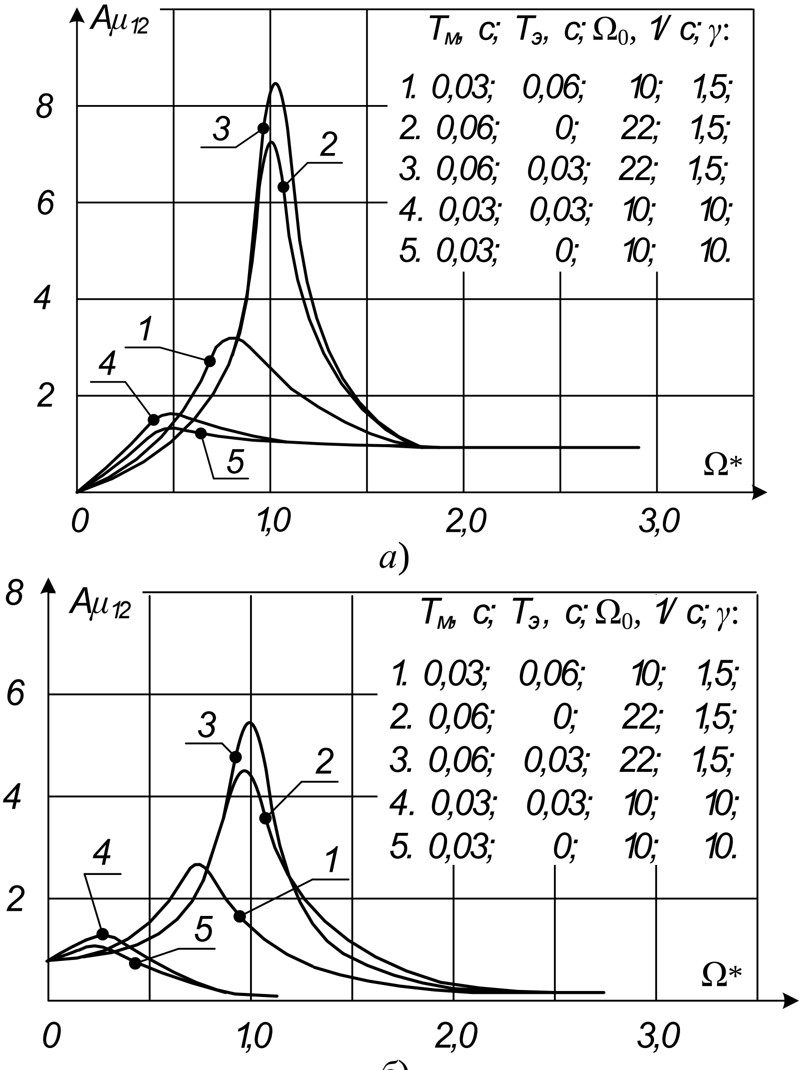


Рис. 80. АЧХ $A_{\mu_{12}} = f\left(\Omega^*\right)$ при внутренних $\Delta\mu_в$ (*а*) и внешних μ_{c2} (*б*) возмущениях

Как отмечалось, «демпфирование, вносимое электроприводом с линейной механической характеристикой (5.1), при данном γ зависит от жесткости механической характеристики β» [33], т. е. от обобщенного параметра двигателя $T^*_{м1} = J_1\Omega_{12}/\beta$. Установлено [28], что при изменении β от ∞ до 0, а варьируемого параметра $T^*_{м1}$ от 0 до ∞, выявляется минимум $A_{\mu_{12.\text{мм.оп}}}$, который при данном γ однозначно определяется величиной параметра $\nu_{эм} = T_{м1}T_э\Omega^2_{12}$. «Сказанное подтверждают зависимости $A_{\mu_{12м}} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$ (рис. 81), рассчитанные по соотношению (7.22) для случая, когда произведение $T_эT_{м1}$ остается постоянным (варьирование $R_{я\Sigma}$ в разомкнутой системе УП-Д или $K'_{от}$ в замкнутой системе УП-Д при $T_п = 0$)» [33].

На рис. 81 $T^*_{м1.0} = J_1\Omega_{12}/\beta_0$ и $T^*_{м1} = J_1\Omega_{12}/\beta$ – «значения электромагнитных постоянных времени, соответствующих исходным значениям жесткости механической характеристики β_0 и текущим β» [33].

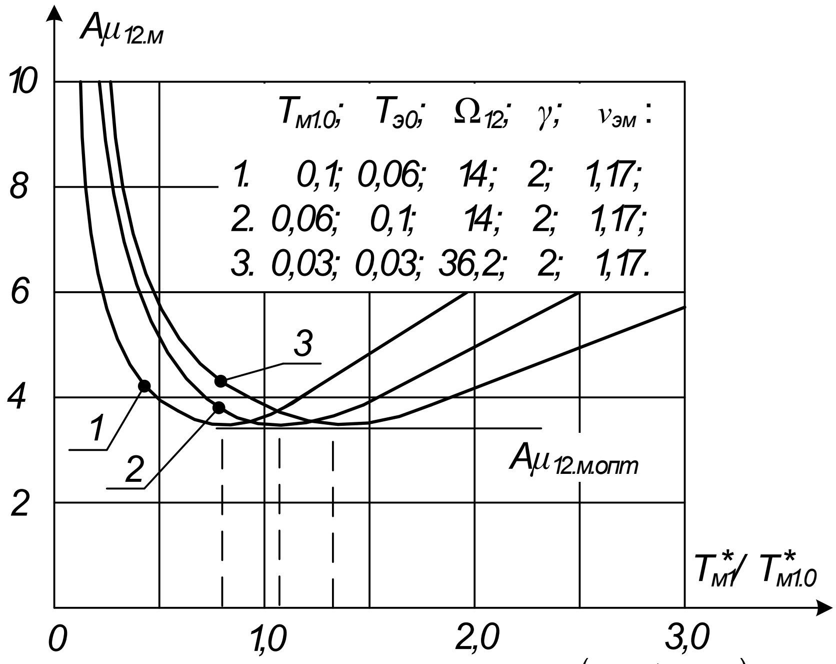


Рис. 81. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$

Наличие однозначной связи между $A_{\mu_{12.м.опт}}$ и $\nu_{эм}$ «позволяет на основании обширного материала, полученного на ЭВМ, построить семейство зависимостей $A_{\mu_{12.м.опт}} = f(\nu_{эм})$» [33] для фиксированных значений γ. На рис. 82 приведены зависимости $A_{\mu_{12.м.опт}} = f(\nu_{эм})$ для наиболее важных для практики случаев действия в ЭМС возмущений со стороны нагрузки μ_{c2} и параметрических $\Delta\mu_{в}$, позволяющие оценить возможный «максимум резонансного коэффициента усиления» [33], который можно получить при данном $\nu_{эм}$ и фиксированной величине γ при выборе оптимальной величины варьируемого параметра $T^*_{м1.опт} = T_{м1.опт}\Omega_{12опт}$.

Использование в качестве прямой оценки АЧХ позволяет решать как задачи анализа, так и задачи оптимизации по критерию минимума колебательных процессов в ЭМС.

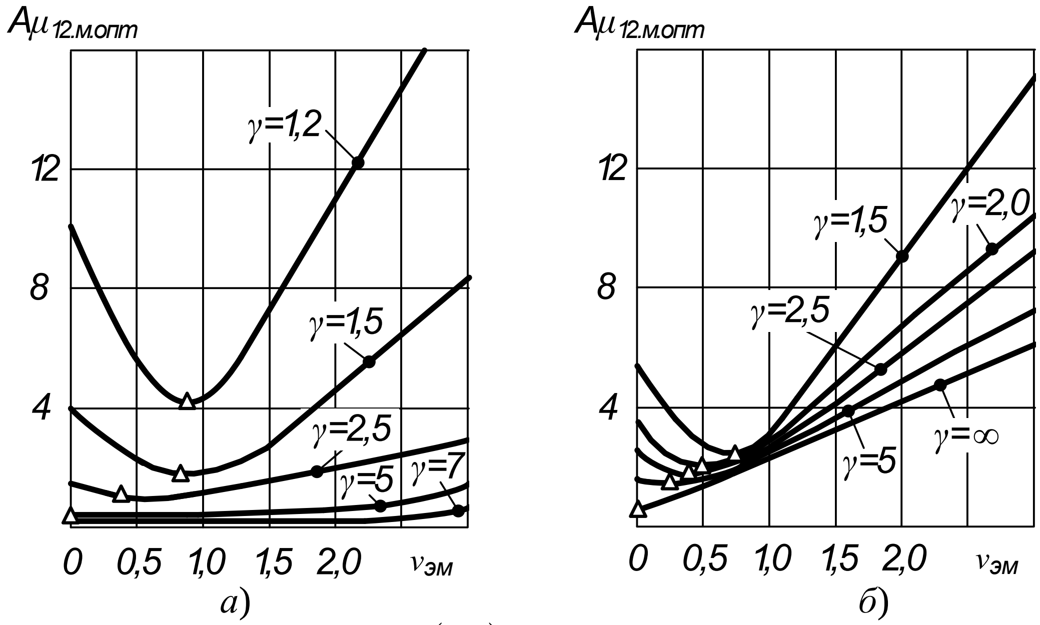


Рис. 82. Зависимости $A_{\mu_{12.м.опт}} = f(\nu_{эм})$ при действии возмущений по нагрузке μ_{c2} (*а*) и параметрических $\Delta\mu_в$ (*б*)

Для целей анализа используются выражения АЧХ (7.19–7.22), полученные для различных видов возмущений, действующих в системе, на основании которых при подстановке заданных параметров $\nu_{эм}$, $T_{м1}$ и γ при изменении Ω^* от 0 до ∞ рассчитывается АЧХ. АЧХ позволяет определить значения резонансного коэффициента усиления системы $A_{\mu_{12.м.р}}$ и резонансной частоты Ω_p^*, а также значения $A_{\mu_{12.м}}$, соответствующих данной частоте возмущений Ω^*.

При определенных условиях АЧХ можно использовать и для оптимизации системы по минимуму колебательности. Таким условием является постоянство $\nu_{эм} = T_э^* T_м^*$ при изменении варьируемого параметра $T_{м1}^*$. Проведение оптимизации в рассматриваемом случае идет в такой последовательности. Согласно (7.19–7.22), для данных γ и $\nu_{эм}$ и фиксированных значений параметра $T_{м1}^*$ при изменении частоты Ω^* от 0 до ∞ определяются значения резонансных коэффициентов усиления $A_{\mu_{12.м}}$. Далее, используя полученную зависимость $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T_{м1}^*\right)$, определяют оптимальное значение $T_{м1.опт}^*$, при котором $A_{\mu_{12.м}}$ имеет минимальное значение.

7.3. Энергетический метод синтеза параметров электромеханических систем с упругой механической связью

«Использование прямых оценок логарифмического декремента и АЧХ [15, 16, 28] для оптимизации ЭМС по минимуму колебательных нагрузок сопряжено со значительным объемом вычислительных операций, связанных с нахождением корней характеристического уравнения или с построением АЧХ. Поэтому, наряду с прямыми оценками, используются косвенные оценки. Подавляющее большинство косвенных оценок [5, 21, 24] ставит своей целью выявление возможности раздельного рассмотрения процессов в электрической и механической частях ЭМС или совместного их рассмотрения, когда электромеханическим взаимодействием пренебречь нельзя. Среди косвенных оценок наиболее широкое распространение получил предложенный профессором В. И. Ключевым (МЭИ) коэффициент электромеханической связи» [33].

«Коэффициент электромеханической связи характеризует электромеханическую связь в ЭМС на частоте собственных колебаний механической части – Ω_{12}. Так как демпфирование, вносимое электроприводом, зависит от электромеханической связи, то коэффициент электромеханической связи является косвенной характеристикой демпфирования» [33].

«Степень электромеханической связи в ЭМС характеризуется операторным коэффициентом электромеханической связи или, в конечном итоге, его АЧХ» [33]:

$$K_{эс}(p)=\frac{M(p)}{M_{12}(p)};\; K_{эс}(\Omega)=\frac{A_{м}(\Omega)}{A_{м_{12}}(\Omega)}.$$

«Коэффициенты электромеханической связи для ЭМС с механической характеристикой привода (5.1) с учетом принятой системы обобщенных параметров и относительных единиц примут вид» [33]:

$$K_{эс}=\frac{\mu_{м}(\Omega_{12})}{\mu_{12.м}(\Omega_{12})}=\sqrt{\frac{1}{(1-\nu_{эм})^2+\left(T^*_{м1}\right)^2}}. \qquad (7.26)$$

«Как показывает анализ выражения (7.26), величина $K_{эс}$ может принимать значения, лежащие в пределах $0 < K_{эс} < \infty$, в зависимости от сочетания параметров ЭМС» [33].

Анализ зависимостей $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$ и $K_{эс} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$, отраженных на рис. 83, показывает, что «при данном γ и равных значениях $\nu_{эм}$, равным значениям $A_{\mu_{12.м}}$, соответствуют равные значения коэффициентов $K_{эс}$. Следовательно, $K_{эс}$ можно использовать для косвенной оценки при решении задач анализа колебательных нагрузок, если установлена взаимосвязь с прямыми оценками демпфирования» [33].

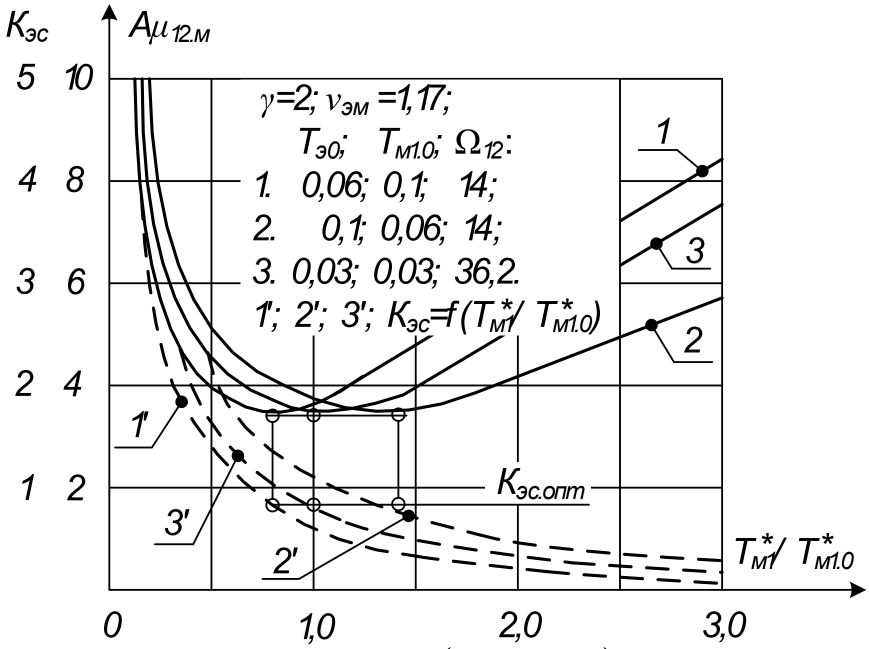


Рис. 83. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$ и $K_{эс} = f\left(T^*_{м1}/T^*_{м1.0}\right)$

«С ростом β от 0 до ∞ электромеханическая связь в системе монотонно возрастает, в то время как демпфирующая способность имеет максимум, положение которого зависит от сдвига по фазе между колебаниями момента и скорости двигателя, а также от величины колебаний скорости ω_1 в области максимума демпфирования» [33], которые коэффициент $K_{эс}$ не отражает.

Для получения обобщенного анализа свойств, синтеза параметров и оптимизации ЭМС с упругими связями на кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок ВятГУ под руководством автора разработан энергетический метод. «Физическая сущность энергетического метода состоит в том, что скорость затухания динамической составляющей переходных процессов определяется скоростью рассеяния запасенной в ЭМС энергии» [33].

В двухмассовой ЭМС при принятой системе обобщенных параметров и относительных единиц уравнение движения (7.1) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau}=\omega_0^*-\omega_1^*-T_э^*\frac{d\mu}{d\tau};\\
&\frac{d\omega_1^*}{d\tau}=\mu-\mu_{c1}-\mu_{12}-\Delta\mu_в;\\
&(\gamma-1)\frac{d\omega_2^*}{d\tau}=\mu_{12}-\mu_{c2}+\Delta\mu_в;\\
&\frac{d\mu_{12}}{d\tau}=\omega_1^*-\omega_2^*,
\end{aligned}\right\} \tag{7.27}$$

где $T_{м1}^*=T_{м1}\cdot\Omega_0$; $\Omega_0=\sqrt{C_{12}/J_1}$; $\Omega_{12}=\Omega_0\sqrt{\gamma/(\gamma-1)}$;
$\gamma=(J_1+J_2)/J_1$; $\omega^*=\omega/\Omega_0$; $\mu=M/C_{12}$; $\nu_{эм}=T_эT_{м1}\Omega_0^2$.

Здесь $\nu_{эм}=T_эT_{м1}\Omega_0^2$ – обобщенный параметр, представляющий собой отношение квадратов частот недемпфируемого механического Ω_0 и электромеханического $\Omega_{эм}=\sqrt{T_эT_{м1}}$ резонансов в системе.

Суммарный относительный «запас энергии в механической и электрической частях системы» [33] равен

$$E^*=\frac{\omega_1^{*2}}{2}+(\gamma-1)\frac{\omega_2^{*2}}{2}+\frac{\mu_{12}^2}{2}+\nu_{эм}\frac{\mu^2}{2}, \tag{7.28}$$

где $\frac{\omega_1^{*2}}{2}$; $(\gamma-1)\frac{\omega_2^{*2}}{2}$ – «относительный запас кинетической энергии первой и второй масс привода» [33];

$\frac{\mu_{12}^2}{2}$ – «относительный запас потенциальной энергии в упругой части системы» [33];

$\nu_{эм}\frac{\mu^2}{2}$ – «относительный запас электромагнитной энергии в индуктивностях силовой цепи» [33].

«Базовая величина энергии $E_б=J_1\Omega_0^2$» [33].

«Скорость затухания динамической составляющей переходных процессов определяется скоростью запасенной в системе энергии. Для определения факторов, влияющих на быстроту рассеяния энергии, найдем производную от E^*» [33]:

$$\frac{dE^*}{d\tau} = \omega_1^* \frac{d\omega_1^*}{d\tau} + (\gamma - 1)\omega_2^* \frac{d\omega_2^*}{d\tau} + \mu_{12} \frac{d\mu_{12}}{d\tau} + \nu_{эм} \frac{d\mu}{d\tau}. \qquad (7.29)$$

«При подстановке в (7.29) значений производных из (7.27) выражение (7.29) приводится к виду» [33]

$$\frac{dE^*}{d\tau} = -T_{м1}^* \mu_{12}^2, \qquad (7.30)$$

где $T_{м1}^*$ – «относительная электромеханическая постоянная времени» [33].

«Так как функция E^* является положительно определенной функцией переменных системы, а ее производная по времени – отрицательно определенной, то система (7.27) является устойчивой. Устойчивость обусловлена демпфирующим действием электропривода» [33].

«Соотношение (7.30) подтверждает сделанный ранее вывод, что быстрота рассеяния запасенной энергии, а следовательно, и быстрота затухания динамической составляющей переходных процессов при условии неизменности параметров механической части ЭМС» [33] определяется величиной $T_{м1}$, т. е. β. Очевидно, что привод с жесткостью механической характеристики β_1 «будет лучше рассеивать энергию, чем двигатель с жесткостью β_2, если для любого момента времени выполняется условие» [33]

$$E_1^*(\tau) \le E_2^*(\tau). \qquad (7.31)$$

«Интегрируя это неравенство по времени от 0 до ∞, получим соотношение» [33]

$$\int_0^\infty E_1^*(\tau) d\tau \le \int_0^\infty E_2^*(\tau) d\tau, \qquad (7.32)$$

«из которого и вытекает энергетический принцип оптимальности – оптимальной величиной β следует считать ту, которая дает минимум интегралу» [33]

$$J_0 = \int_0^\infty E^*(\tau) d\tau. \qquad (7.33)$$

«В замкнутых системах электропривода параметры $T_э$, $T_{м1}$, а следовательно, и $\nu_{эм}$ могут варьироваться в широких пределах за счет применения и соответствующего выбора коэффициентов жестких и гибких обратных связей, в отличие от параметров механической части привода, определяющих значения γ и Ω_{12}, которые при проектировании являются заданными. Следовательно, для обеспечения максимальной быстроты затухания динамической составляющей переходных процессов функционал качества (7.33) необходимо минимизировать по двум зависимым между собой параметрам $\nu_{эм}$ и $T_{м1}$. То есть задача выбора оптимальных параметров электропривода, когда есть возможность варьировать значением $\nu_{эм}$, должна решаться в два этапа» [33].

«На первом этапе определяется оптимальное значение $\nu_{эм}$ и далее при фиксированном значении $\nu_{эм.опт}$ находится необходимое значение $T_{м1.опт}$, соответствующее оптимальной жесткости механической характеристики привода» [33].

«Сформулированный энергетический принцип позволяет решать задачу оптимизации, сводящуюся к нахождению $\nu_{эм.опт}$ и $T_{м1.опт}$, как задачу вариационного исчисления, где в качестве функционала выступает интеграл (7.33). Для минимизации функционала (7.33), в соответствии с методикой [48], используется аппарат линейной алгебры. Система уравнений (7.27) в матричной форме записи примет вид» [33]:

$$\dot{X} = A \cdot X,$$

где A – матрица связи,

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T_э^*} & -\dfrac{1}{\nu_{эм}} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{\gamma - 1} \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

X – вектор состояния системы,

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \\ \omega_1^* \\ \omega_2^* \\ \mu_{12} \end{bmatrix}.$$

«Для определения значения функционала (7.32) используется соотношение» [33]

$$\int_0^\infty E^*(\tau)d\tau = X_{(0)}^{\mathrm{T}} W_{X(0)}, \tag{7.35}$$

где $X_{(0)}$ – вектор начальных условий системы (7.12);

Т – символ транспонирования.

Значение матрицы W определяется согласно [30, 48].

«Конкретизируя задачу, рассмотрим три случая синтеза параметров, обеспечивающих минимальную колебательность привода при действии возмущений на валу двигателя M_{c1}, на валу механизма M_{c2} и внутренних возмущениях $\Delta M_{в}$» [33].

«Вектор состояния системы X определяется на основании начальных условий, зависящих от характера возмущения. В качестве возмущений, воздействующих на систему электропривода, принимаются возмущения в виде единичных импульсных функций» [33]

$$\mu_{c1} = \delta(\tau);\ \mu_{c2} = \delta(\tau);\ \Delta\mu_{в} = \delta(\tau).$$

«При импульсном воздействии на вал двигателя $\mu_{c1} = \delta(\tau)$ система будет характеризоваться следующими начальными условиями» [33]:

$$X_1(0) = 0;\ X_2(0) = 1;\ X_3(0) = 0;\ X_4(0) = 0.$$

«Минимизация функционала (7.32), для рассматриваемого случая, дает для $\nu_{эм.опт}$ и $T_{м.опт}$ соотношения» [33]

$$\nu_{эм.опт1} = 0, \tag{7.36}$$

$$T_{м1.опт.1} = \frac{1}{\Omega_{12}}\sqrt{\frac{2}{3}T_э T_м \Omega_{12}^2\left(T_э T_м \Omega_{12}^2 + 1\right)}. \tag{7.37}$$

«Соотношение (7.36) показывает, что при приложении возмущения к валу двигателя электромагнитная инерция силовой цепи снижает демпфирующую способность электропривода за счет появления сдвига по фазе между моментом и скоростью двигателя, уменьшающего составляющую момента, находящуюся в противофазе со скоростью» [33].

«Подстановка $\nu_{эм.опт}$ в (7.37) дает значение $T_{м1.опт} = 0$, то есть для обеспечения минимального значения момента в упругой связи при действии возмущений на валу двигателя одновременно с $T_э = 0$ необходимо иметь абсолютно жесткую механическую характеристику с $\beta = \infty$. В этом случае первая масса представляет собой жесткую заделку, поэтому приложение к ней момента M_{c1} не вызывает изменения ω_1. В практических случаях наличие электромагнитной инерции силовых цепей не позволяет обеспечить $\nu_{эм.опт} = 0$, поэтому выбором $T_{м1.опт}$, в соответствии с (7.37), можно обеспечить минимум колебательности системы» [33].

«На рис. 84 приведены рассчитанные с помощью ЭВМ зависимости резонансного коэффициента усиления $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T_м \Omega_{12}\right)$ при воздействии возмущения M_{c1} для фиксированных значений $\nu_{эм}$ и γ. Анализ зависимостей (рис. 84) показывает, что с уменьшением $\nu_{эм}$ колебательность уменьшается» [33].

«Выбор $T_{м1}$ в соответствии с (7.37) дает минимальное значение динамических нагрузок. Однако в силу того что область минимальных нагрузок не имеет ярко выраженного оптимума, выбор параметров электропривода, строго соответствующих оптимальным, особенно для систем, имеющих низкую частоту свободных колебаний, может привести к значительному снижению жесткости рабочего участка механической характеристики привода и, как следствие, к снижению производительности. Поэтому величину β целесообразно выбирать больше оптимальной, но так, чтобы ее увеличение не привело к существенному росту колебательности. Следовательно, необходимо штрафовать систему за малую величину β. С учетом штрафа при оптимизации используется функционал качества вида» [33]

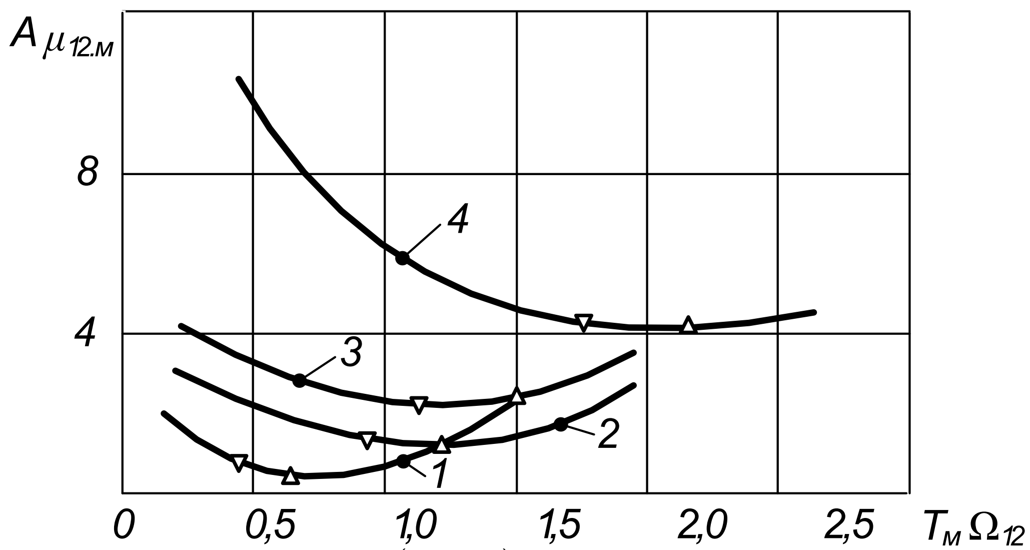


Рис. 84. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T_м \Omega_{12}\right)$ (Δ – выбор $T_{м.опт.1}$, ∇ – выбор $T_{м.опт.ш}$) при возмущении, действующем на валу двигателя: 1– $\nu_{эм} = 0{,}1$; $\gamma = 1{,}5$; 2 – $\nu_{эм} = 0{,}5$; $\gamma = 2$; 3 – $\nu_{эм} = 0{,}25$; $\gamma = 1{,}2$; 4 – $\nu_{эм} = 1{,}7$; $\gamma = 5{,}0$

$$J = J_0 + kT_м^* E^*(0), \tag{7.38}$$

где $E^*(0)$ – «относительная энергия системы в момент времени $\tau = 0$» [33];

k – «коэффициент штрафа за малые значения жесткости механической характеристики двигателя» [33].

«В рассматриваемом случае действия возмущения M_{c1} величину коэффициента штрафа целесообразно выбрать равной $k = 1$, тогда выражение для определения $T_{м1.опт.1.ш}$ в соответствии с (7.38) примет вид» [33]

$$T_{м1.опт.1.ш} = \frac{1}{\Omega_{12}} \sqrt{\frac{2}{5} T_э T_м \Omega_{12}^2 \left(T_э T_м \Omega_{12}^2 + 1\right)}. \tag{7.39}$$

«Из рис. 84 видно, что выбор жесткости β в соответствии с (7.39) приводит во всех случаях к незначительному увеличению колебательности» [33].

«Импульсное воздействие момента на вал механизма $\mu_{c2} = \delta(\tau)$ характеризуется начальными условиями» [33]

$$X_1(0) = 0;\ X_2(0) = 0;\ X_3(0) = 1;\ X_4(0) = 0.$$

«Отыскание функционала (7.33) дает следующие выражения для $\nu_{эм.опт}$ и $T_{м1.опт}$» [33]

$$\nu_{эм.опт.2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{(\gamma - 1)^2}{2\gamma}; \tag{7.40}$$

$$T_{м1.опт.2} = \frac{1}{\Omega_{12}} \sqrt{\frac{2\gamma\left[\left(1 - \frac{\nu_{эм.опт.2}}{\gamma - 1}\right)^2 + \nu_{эм.опт.2}\left(1 + \frac{\nu_{эм.опт.2}}{\gamma - 1}\right)\right]}{\gamma^2 + 2\gamma + 3}}. \tag{7.41}$$

«Учитывая, что $\nu_{эм} \geq 0$, иначе система (7.27) становится неустойчивой, получим» [33]:

при $1 < \gamma < 3$

$$T_э T_{м1} \Omega_{12\,опт.\,2}^2 = 1 - \frac{\gamma - 1}{2}, \tag{7.42}$$

при $\gamma \geq 3$

$$T_э T_{м1} \Omega^2_{12\,\text{опт.}2} = 0. \qquad (7.43)$$

«На рис. 85*а* на основании анализа материала, полученного при расчетах на ЭВМ, приведено семейство кривых $A_{\mu_{12\,м.опт}} = f\left(T_э T_{м1} \Omega^2_{12}\right)$, представляющих собой зависимости минимальных значений резонансного коэффициента усиления от параметра $T_э T_{м1} \Omega^2_{12}$ для фиксированных значений γ» [33].

«Из рис. 85 видно, что выбор $\nu_{эм.опт}$ в соответствии с соотношением (7.40) обеспечивает при данном γ колебательность, близкую к минимальной. Соотношение (7.40) показывает также, что при $\gamma < 3$ при определенных сочетаниях параметров $T_э$ и $T_{м1}$ индуктивность силовых цепей снижает колебательность в сравнении со случаем $T_э = 0$. Двухмассовая ЭМС объединяет в своем взаимодействии две парциальные колебательные системы: весьма слабо демпфированную механическую часть и двигатель, колебательность которого определяется соотношением $T_{м1}$ и $T_э$. Поэтому в АЧХ ЭМС имеют место два резонансных пика. Рост $T_э$ вызывает увеличение колебательности двигателя и снижает колебательность механической части, причем оптимум наступает при их равенстве. Рост индуктивности ведет к увеличению колебательности двигателя, электромеханическая связь растет, увеличивая отвод энергии из механической части в электрическую» [33].

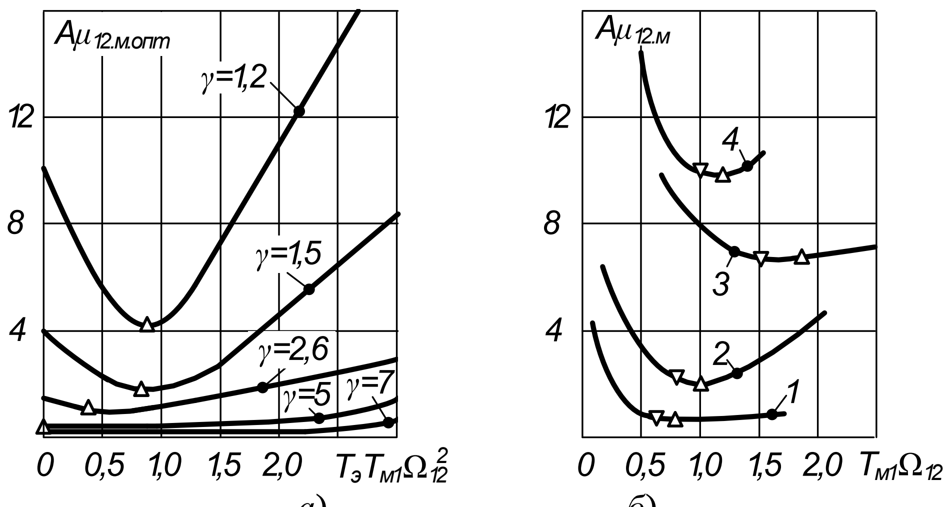


Рис. 85. Зависимости $A_{\mu_{12\text{м.опт}}} = f\left(T_э T_{м1} \Omega^2_{12}\right)$ (*а*) (Δ – выбор $T_э T_{м1} \Omega^2_{12опт.2}$) и $A_{\mu_{12\,м}} = f\left(T_{м1} \Omega_{12}\right)$ (*б*) (Δ – выбор $T_{м1опт.\,2}$, ∇ – выбор $T_{м1.опт.2.ш}$) при возмущении, действующем на вал механизма. 1– $\nu_{эм} = 1{,}0$; $\gamma = 10$; 2 – $\nu_{эм} = 0{,}25$; $\gamma = 1{,}5$; 3 – $\nu_{эм} = 0{,}8$; $\gamma = 1{,}5$; 4 – $\nu_{эм} = 0$; $\gamma = 1{,}2$

«Оптимальная величина электромагнитной постоянной силовых цепей $T_{э.опт}$ может быть получена согласно выражению» [33]:

$$T_{э.опт.2} = \frac{3-\gamma}{2\Omega_{12}\sqrt{\dfrac{2\gamma\left[\left(1-\dfrac{\nu_{э.опт.2}}{\gamma-1}\right)+\nu_{эм.опт\ 2}\left(1+\dfrac{\nu_{э.опт.2}}{\gamma-1}\right)\right]}{\gamma^2+2\gamma+3}}}. \quad (7.44)$$

«Анализ зависимостей $A_{\mu_{12м}} = f\left(T_{м1}\Omega_{12}\right)$, приведенных на рис. 85*б*, полученных для случая действия возмущения M_{c2}, показывает, что значения $T_{м1.опт}$, рассчитанные по соотношению (7.40), обеспечивают минимальную колебательность» [33].

«С учетом штрафа за малые значения жесткости минимизация функционала (7.37) приводит к выражению для $T_{м1.опт.2}$» [33]

$$T_{м.1.опт2ш} = \frac{1}{\Omega_{12}}\sqrt{\frac{2\gamma\left[\left(1-\dfrac{\nu_{эм.опт.2}}{\gamma-1}\right)^2+\nu_{эм.опт.2}\left(1+\dfrac{\nu_{эм.опт.2}}{\gamma-1}\right)\right]}{6\gamma^2-4\gamma+3}}. \quad (7.45)$$

«Коэффициенты штрафа при минимизации функционала (7.37) приняты равными $k = \gamma$, это связано с тем, что с ростом γ оптимум становится все менее выраженным. Выбор жесткости, согласно (7.45), как видно на рис. 85*б*, приводит к незначительному увеличению колебательности» [33].

«Случай действия внутренних возмущений при приложении импульсных воздействий $\Delta\mu_в = \delta(\tau)$ характеризуется начальными условиями» [33]:

$$X_1(0) = 0;\ X_2(0) = 0;\ X_3(0) = 0;\ X_4(0) = 1.$$

«Минимизация функционала (7.32) дает следующие выражения для $T_э T_{м1}\Omega^2_{12.опт.в}$ и $T_{м1.опт.в}$» [33]

$$T_э T_{м1}\Omega^2_{12овт.в} = 1/\gamma; \quad (7.46)$$

$$T_{м1.опт.в} = \frac{1}{\Omega_{12}}\sqrt{1+T_э T_{м1}\Omega^2_{12опт.в}\left(T_Э T_{М1}\Omega^2_{12опт.в}-\frac{2}{\gamma}\right)}. \quad (7.47)$$

Зависимости $A_{\mu_{12.м.опт}} = f\left(T_э T_{м1} \Omega_{12}^2\right)$, для данного случая рассчитанные на ЭВМ и «приведенные на рис. 86*а*, дают основание говорить о том, что выбор $T_э T_{м1} \Omega_{12.опт.в}^2$ по выражению (7.45) обеспечивает минимальную колебательность» [33].

«Как и в рассмотренном выше случае, действие возмущений на вал двигателя, индуктивность силовых цепей способствует увеличению демпфирующих свойств электропривода, особенно при малых γ, тогда как при действии возмущений на вал механизма это влияние имеет место лишь при $\gamma < 3$. Оптимальное значение электромагнитной постоянной в рассматриваемом случае рассчитывается на основании соотношения» [33]

$$T_{э.опт.в} = \frac{1}{\gamma \Omega_{12} \sqrt{1 + T_э T_{м1} \Omega_{12\ опт.в}^2 \left(T_э T_{м1} \Omega_{12\ опт.в}^2 - \frac{2}{\gamma} \right)}}. \qquad (7.48)$$

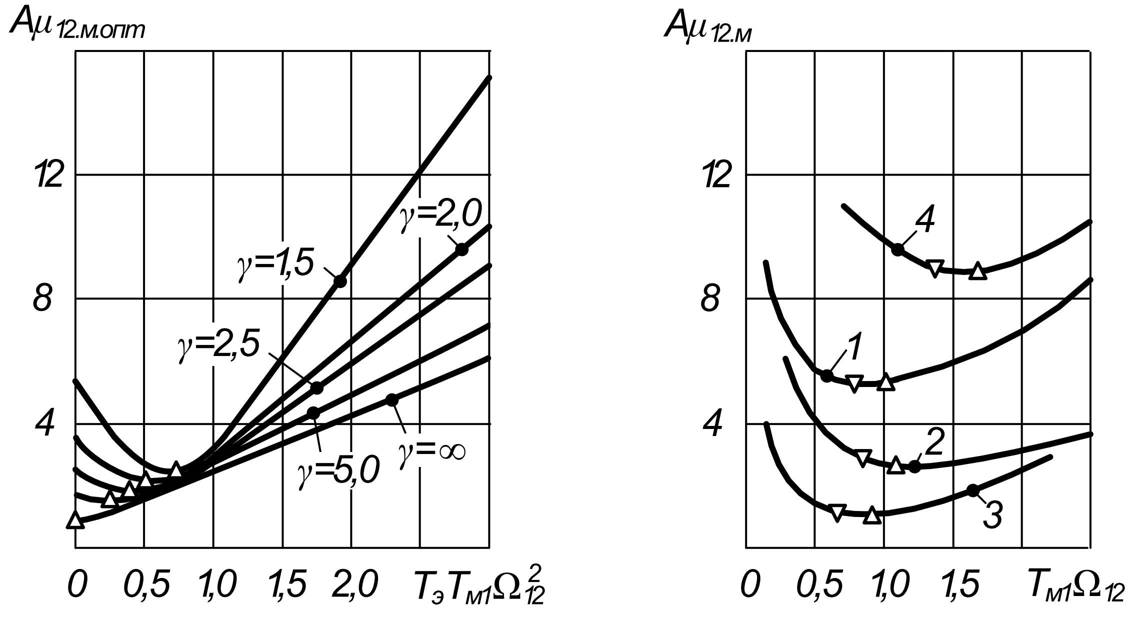


Рис. 86. Зависимости $A_{\mu_{12.м.опт}} = f\left(T_э T_{м1} \Omega_{12}^2\right)$ (*а*) (Δ – выбор $T_э T_{м1} \Omega_{12опт.в}^2$)
и $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T_{м1} \Omega_{12}\right)$ (*б*) (Δ – выбор $T_{м1опт.в}$, ∇ – выбор $T_{м1.опт.в.ш}$)
при внутренних возмущениях: 1– $\nu_{эм} = 0$; $\gamma = 1{,}5$; 2 – $\nu_{эм} = 0{,}5$; $\gamma = 10$;
3 – $\nu_{эм} = 0{,}15$; $\gamma = 7$; 4 – $\nu_{эм} = 0{,}6$; $\gamma = 1{,}5$

Анализ зависимостей $A_{\mu_{12м}} = f\left(T_{м1} \Omega_{12}\right)$ (рис. 86*б*), «построенных для фиксированных значений γ и $\nu_{эм}$, показывает, что выбор оптимального значения $T_{м1.опт}$ согласно (7.47) обеспечивает колебательность, близкую к минимальной» [33].

«Минимизация функционала (7.38), дающая повышение жесткости за счет некоторого увеличения колебательности при $k = 1$, приводит к следующему соотношению для определения $T_{м1.опт.в.ш}$» [33]:

$$T_{м1.опт.в.ш} = \frac{1}{\Omega_{12}} \sqrt{\frac{\gamma - 2T_э T_{м1} \Omega^2_{12\,опт.в} + \gamma \left(T_э T_{м1} \Omega^2_{12\,опт.в}\right)^2}{2\gamma - 1}}. \quad (7.49)$$

Выбор $T_{м1.опт.в.ш}$ в соответствии с соотношением (7.49), как видно по рис. 86*б*, «позволяет повысить жесткость характеристики привода по сравнению с оптимальной, не приводя к существенному увеличению колебательности» [33]. Предлагаемый энергетический метод позволяет «успешно решать поставленные задачи оптимизации параметров двухмассовой системы электропривода с линейной механической характеристикой двигателя. Разработанная на его основе методика поэтапной оптимизации дает возможность отыскать такие сочетания параметров, которые обеспечивают минимальную колебательность в динамических режимах работы электропривода. Получены простые аналитические выражения, удобные для применения в инженерной практике» [33].

8. ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ

8.1. Возможности линеаризации электромеханических систем при параметрических возмущениях

При исследовании параметрических колебаний с учетом нелинейностей ЭМС, связанных с постоянством передаточного числа и зазоров в кинематической цепи, система уравнений, описывающих движение двухмассовой ЭМС при принятой системе обобщенных параметров и относительных единиц, примет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau}=\omega_0^*-\omega_1^*-T_{м1}^*\mu;\\
&\frac{\gamma}{\Delta i_м(\gamma-1)}\frac{d\omega_1^*}{d\tau}=\mu-\mu_{c1}-\mu_{12}-\mu_{вт};\\
&\frac{\gamma}{\Delta i_м}\frac{d\omega_2^*}{d\tau}=\mu_{12}'-\mu_{c2}+\Delta\mu_{вт};\\
&\mu_{12}'=\mu_{12}\left[1+\Delta i_м\left(\varphi_2^*\right)\right];\ \omega_2'=\omega_2^*\left(1+\Delta i_м\left(\varphi_2^*\right)\right);\\
&\mu_{12}=\left(\varphi_1^*-\varphi_2'^*\right)\ \text{при}\ \left|\varphi_1^*-\varphi_2'^*\right|>\frac{\Delta\varphi_3^*}{2};\\
&\mu_{12}=0\ \text{при}\ \left|\varphi_1^*-\varphi_2'^*\right|\le\frac{\Delta\varphi_3^*}{2};\\
&\mu_{вт}=\frac{\beta_{вт}\Omega_{12}}{\Delta i_м C_{12}}\left(\omega_1^*-\omega_2^*\right),
\end{aligned}\right\}\qquad(8.1)$$

где $T_э^*=T_э\Omega_{12}$; $T_{м1}^*=J_1\Omega_{12}/\beta$; $\nu_{эм}=T_эT_м\Omega_{12}^2$; $\gamma=\left(J_1+J_2\right)/J_1$;
$\mu=M/\Delta i_мC_{12}$; $\omega^*=\omega/\Omega_{12}$; $\varphi^*=\varphi/\Delta i_м$; $\tau=t\Omega_{12}$; $p^*=p/\Omega_{12}$;
$K_1=\Delta i_м(\gamma-1)/\gamma$; $K_2=\Delta i_м/\gamma$; $K_3=1/\Delta i_м$; $K_4=\beta_{вт}\Omega_{12}/\Delta i_мC_{12}$.

Структурная схема нелинейной модели, соответствующая (8.1), приведена на рис. 87.

Для случая, нередко имеющего место на практике, при наличии упругой вставки между кривошипом и рабочим органом при переходе от схемы рис. 43*а* к схеме рис. 43*в* при $C_1=\infty$, передаточном числе $i=1$ и неучете $\beta_{вт.1}$ система уравнений, описывающих движение двухмассовой системы с переменным радиусом приведения, примет вид:

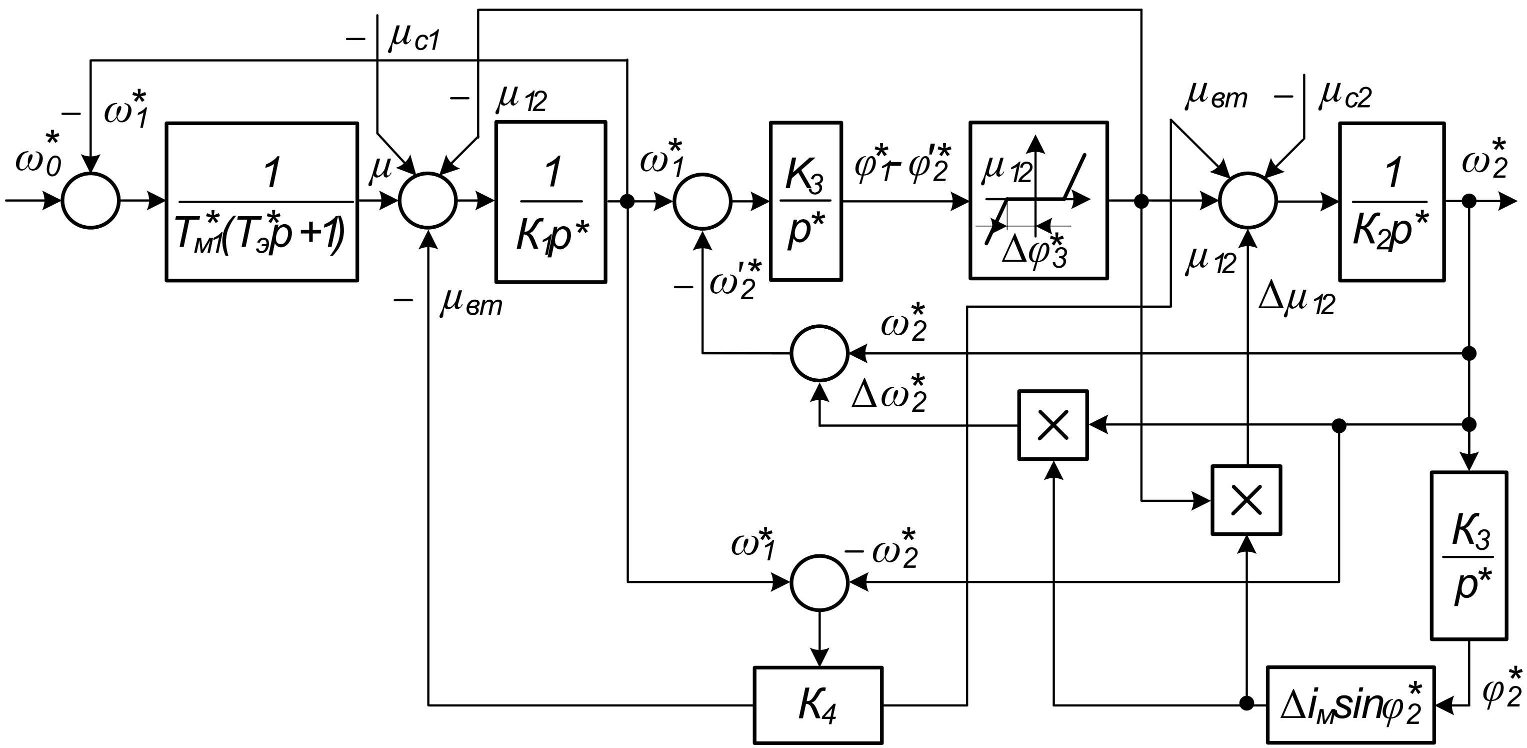


Рис. 87. Структурная схема нелинейной модели ЭМС при непостоянстве передаточного числа и зазоров в кинематической цепи

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau}=\omega_0^*-\omega_1^*-T_{м1}^*\mu;\\
&\frac{d\omega_1^*}{d\tau}=\mu-\mu_{c1}-\mu_{12}-\mu_{вт};\\
&J_2^*\frac{d\omega_2^*}{d\tau}=\mu_{12}-\mu_{c2}+\mu_{вт}-\Delta\mu_{в1}-\Delta\mu_{в2};\\
&\mu_{12}=\pi\,sin^2\,\omega_2^*\tau\left(\varphi_1^*-\varphi_2^*\right)\ \text{при}\ \left|\varphi_1^*-\varphi_2^*\right|>\frac{\Delta\varphi_3^*}{2};\\
&\mu_{12}=0\ \text{при}\ \left|\varphi_1^*-\varphi_2^*\right|\le\frac{\Delta\varphi_3^*}{2},
\end{aligned}\right\}\qquad(8.2)$$

где $\mu_{вт}=\dfrac{\beta_{вт.2}\Omega_{01}^2}{C_2}sin^2\,\omega_2^*\tau$; $\mu_{c2}=F_c^*\,sin\,\omega_2^*\tau$; $\mu_{в1}=\dfrac{\Omega_{01}^2}{2\Omega_{02}^2}sin\,2\omega_2^*\tau$;

$\mu_{в2}=\dfrac{\pi^2}{2}sin\,2\omega_2^*\tau$; $\Omega_{01}=\sqrt{\dfrac{C_2R^2}{J_1}}$; $\Omega_{02}=\sqrt{\dfrac{C_2}{m}}$; $\mu=\dfrac{M}{C_2R^2}$;

$J_2^*=\dfrac{\left(J_0+mR^2\,sin^2\,\omega_2^*\tau\right)\Omega_{01}^2}{C_2R^2}$; $\omega^*=\dfrac{\omega}{\Omega_{01}}$; $\tau=t\Omega_{01}$; $\varphi^*=\dfrac{\varphi}{\pi}$; $F^*=\dfrac{F}{C_2R}$.

Движение линеаризованной расчетной схемы при непостоянстве передаточного числа описывается системой уравнений (7.12), а структурная схема приведена на рис. 78. А система уравнений (8.3) отражает движение линеаризованной расчетной схемы при непостоянстве радиуса приведения

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{эм}\frac{d\mu}{d\tau}=\omega_0^*-\omega_1^*-T_{м1}^*\mu;\\
&\frac{d\omega_1^*}{d\tau}=\mu-\mu_{12};\\
&(\gamma-1)\frac{d\omega_2^*}{d\tau}=\mu_{12}-\mu_{c2}-\Delta\mu_{в};\\
&\frac{d\mu_{12}}{d\tau}=\omega_1^*-\omega_2^*,
\end{aligned}\right\}\qquad(8.3)$$

где $\gamma=\dfrac{J_1+J_{2.ср}}{J_1}$; $J_{2.ср}=J_0+\dfrac{1}{T}\int\limits_0^{T_ц}mR^2\sin^2\omega_2 t=\dfrac{2J_0+mR^2}{2}$;

$$\nu_{эм} = T_э^* T_{м1} \Omega_0^2; \ \Omega_0 = \sqrt{C_2 / J_1}; \ \mu_{c2} = F_c^* \sin \omega_2^* \tau; \ \Delta\mu_в = \frac{\omega_2^* m R^2}{2 J_1} \sin 2\omega_2^* \tau;$$

$$\mu = \frac{M}{C_2}; \ \omega^* = \frac{\omega}{\Omega_0}; \ \tau = t\Omega_0; \ \varphi^* = \frac{\varphi}{\pi}; \ F_c^* = \frac{F_c}{C_2 / R}; \ p^* = p / \Omega_0 .$$

Системе уравнений (8.3) соответствует нормированная структура ЭМС, приведенная на рис. 88.

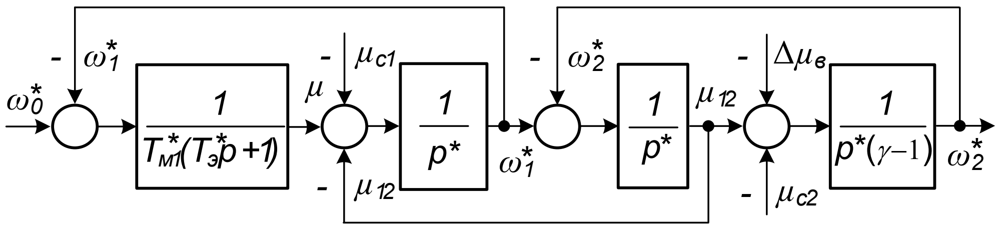
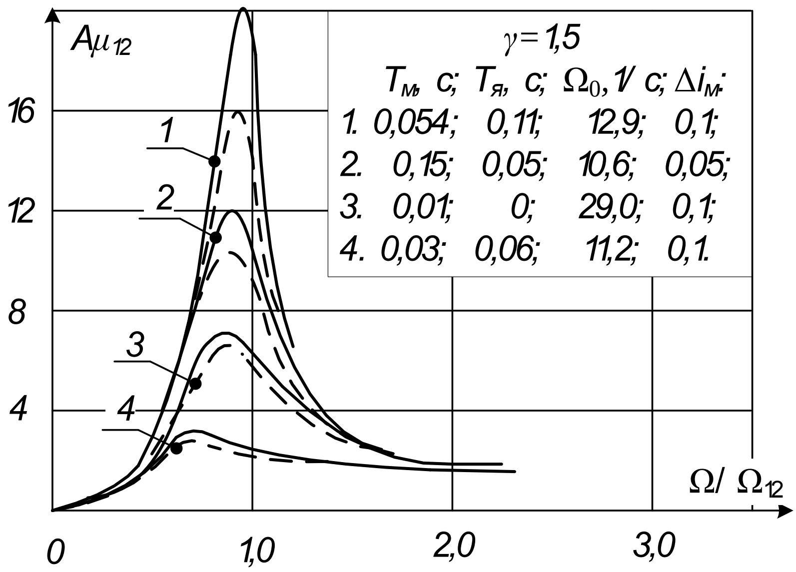


Рис. 88. Нормированная линеаризованная структурная схема двухмассовой ЭМС при непостоянстве радиуса приведения

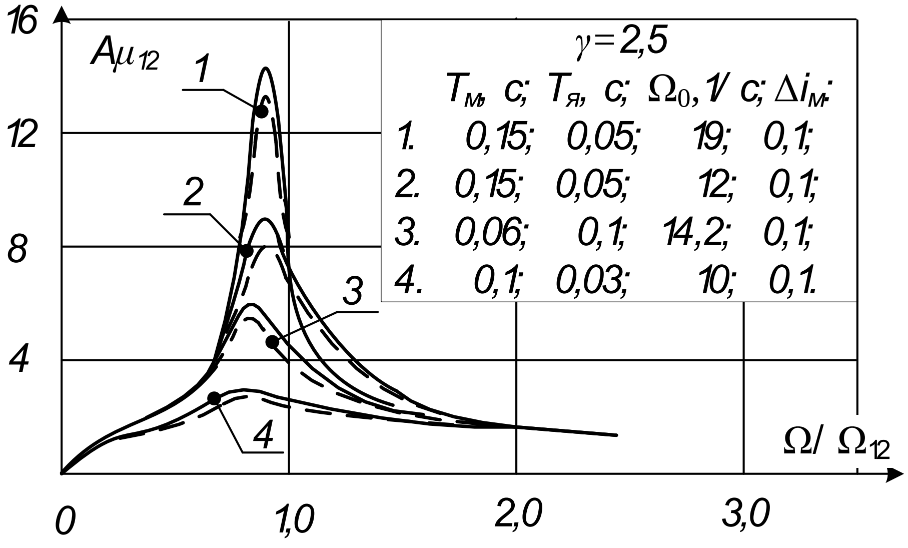
При исследованиях расчеты АЧХ при параметрических возмущениях, связанных с погрешностями передач, проводились на основании уравнений (8.1), а в линеаризованной системе по (7.22).

«Сравнительные расчеты АЧХ на основании линеаризованной и исходной системы уравнений показывают, что расхождения в определении величины резонансных коэффициентов усиления $A_{\mu_{12.м}}$ зависят от демпфирующих свойств электропривода и соотношения инерционных масс γ. Причем во всех случаях величина $A_{\mu_{12.м}}$, рассчитанная по уравнениям линеаризованной системы, имеет большие значения по сравнению с аналогичной, рассчитанной на основании исходных уравнений. Указанные особенности подтверждаются расчетными кривыми $A_{\mu_{12}} = f\left(\omega^*\right)$» (рис. 89) [33].

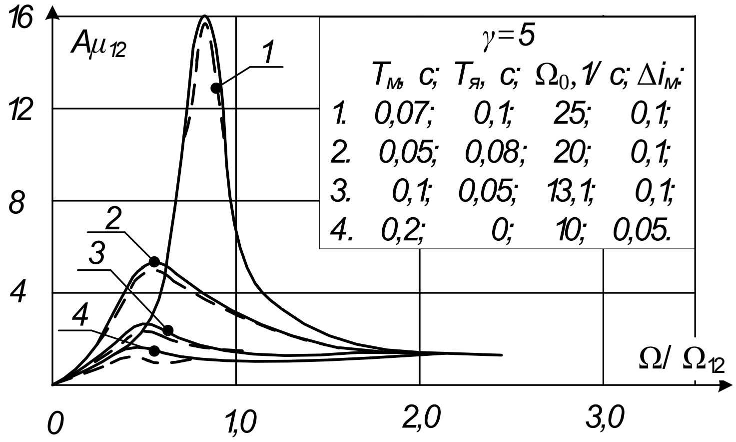
«Полученные результаты хорошо согласуются и с физическими соображениями. Так как линеаризация полагает постоянство скорости связанным зацеплением валов, а следовательно, и момента возмущения $\Delta\mu_в$, рассчитанные по уравнениям линеаризованной системы, величины $A_{\mu_{12.м}}$ имеют наибольшее значение. При малых γ, т. е. J_2, жестко связанной со скоростью передачи, возникают условия, способствующие колебаниям скорости связанных зацеплением валов и приводящие к уменьшению момента возмущения $\Delta\mu_в$ и $A_{\mu_{12.м}}$» [33].



а)



б)



в)

Рис. 89. АЧХ нелинейной (– – –) и линеаризованной (——) систем при параметрических возмущениях, обусловленных погрешностью передач: при γ = 1,5 (*а*); при γ = 2,0 (*б*); при γ = 5,0 (*в*)

«Проведенный анализ сравнительных расчетов показывает, что расхождение в определении $A_{\mu_{12.м}}$ при $\gamma \geq 5$ во всех случаях не превышает 2%. Дальнейшее уменьшение γ приводит к быстрому росту указанных расхождений, которые при $\gamma = 1{,}5$ и демпфирующем действии электропривода, обеспечивающем декремент затухания $\lambda \leq 0{,}1$, превышают 15%. Так как нижняя граница естественного демпфирования соответствует $\lambda = 0{,}1$, в области $\gamma > 1{,}5$ можно пользоваться при определении $A_{\mu_{12.м}}$ линеаризованной системой при учете погрешностей передач. При $\gamma \leq 5$ и слабом демпфировании $\lambda < 0{,}2$ расчеты $A_{\mu_{12.м}}$ линеаризованной системы можно использовать в качестве оценочных, поскольку расхождения могут достигать значительной величины» [33].

«Рассмотрим возможности линеаризации при исследовании динамических режимов ЭМС с переменным радиусом приведения с более существенными значениями параметрических возмущений в сравнении с возмущениями, обусловленными погрешностями передач» [33].

«В соответствии с (8.3), описывающей движение электропривода с эксцентриковыми и кривошипными механизмами в кинематической цепи, выражение АЧХ» [33]

$$A_{м_{12}}(\Omega) = \frac{M_{12.max}}{\Delta M_{в.max}} = \omega_2^* \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\left(1 - T_м T_э \Omega^2\right)^2 + \left(T_м \Omega\right)^2}{\left[1 + \frac{(\gamma - 1)}{\Omega_0^2} T_м T_э \Omega^4 - \frac{(\gamma - 1)}{\Omega_0^2}\Omega^2\right]^2 + \left[T_м \Omega - \frac{(\gamma - 1)}{\Omega_0^2} T_м \Omega^3\right]^2}}, \tag{8.4}$$

где $\Delta M_{в.max} = \dfrac{\Omega_0 m R^2}{2}$ – «амплитудное значение параметрического возмущения» [33]; $\omega_2^* = \dfrac{\omega_2}{\Omega_{12}}$ – «относительная частота вращения вала эксцентрикового (кривошипного) механизма» [33];

$$\Omega_{12} = \sqrt{\left[C_{12}\left(J_1 + J_{2.ср}\right)\right] / J_1 J_{2.ср}}\,.$$

На рис. 90 приведены «АЧХ нелинейных и линеаризованных систем, отражающие количественные расхождения и влияния параметров механической части и электропривода на колебательные нагрузки при параметрических возмущениях» [33].

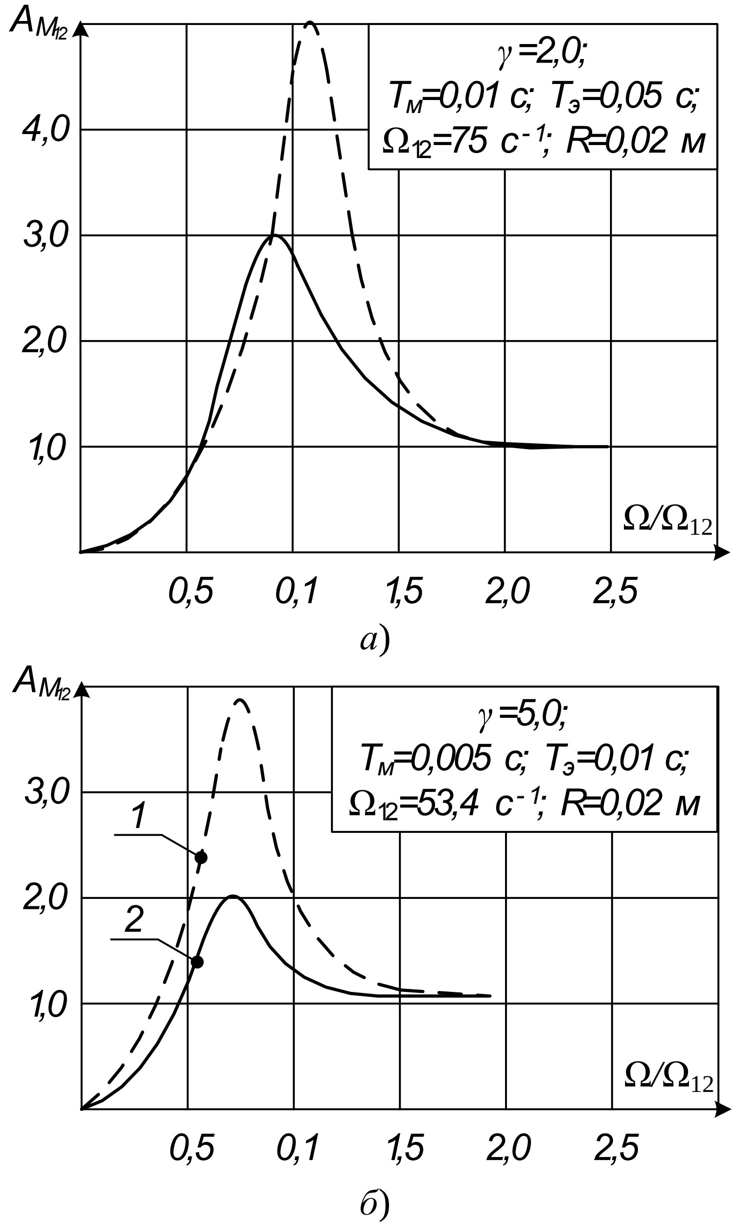


Рис. 90. АЧХ нелинейной (– – –) и линеаризованной (——) систем ЭП при наличии в кинематической цепи эксцентриковых (кривошипных) механизмов: при γ = 2,0 (*а*); при γ = 5,0 (*б*)

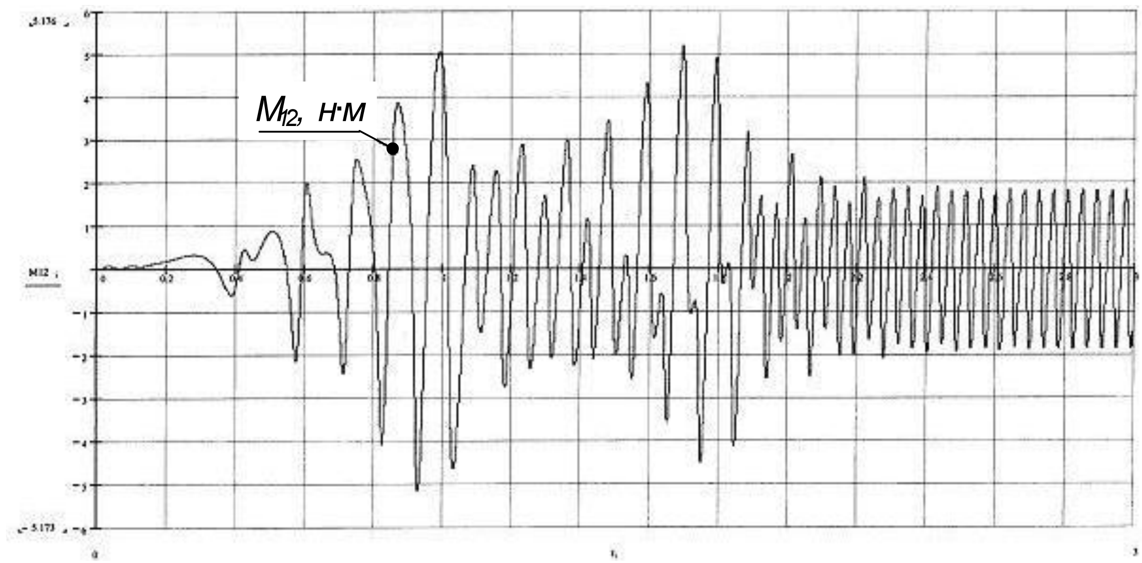
«Анализ АЧХ рис. 90 показывает, что в рассматриваемых системах со значительными переменными параметрическими возмущениями указанные выше рекомендации по линеаризации систем при учете погрешностей передаточного числа неприемлемы. Количественные расхождения в определении резонансных амплитуд колебаний превышают 60%, а резонансных частот колебаний более чем на

30%. При линеаризации, как видно из рис. 91, отражающего частотный пуск на установившуюся скорость при расчетах на основании исходной системы уравнений (8.2), теряется информация о наличии в системе субгармонического резонанса, когда при вдвое большей частоте возмущений $\Omega \equiv \omega_2$ частота колебаний в системе равна частоте колебаний на главном резонансе. В ЭМС с упругим элементом в составе эксцентрикового (кривошипно-шатунного) механизмов $C_2 \neq \infty$ появляются дополнительные параметрические возмущения, обусловленные кажущимся изменением приведенной жесткости $C_2(\varphi_2)$, наряду с возмущениями, обусловленными кажущимися изменениями момента инерции $J_2(\varphi_2)$ и $M_{c2}(\varphi_2)$, еще больше ограничивая возможности линеаризации» [33].

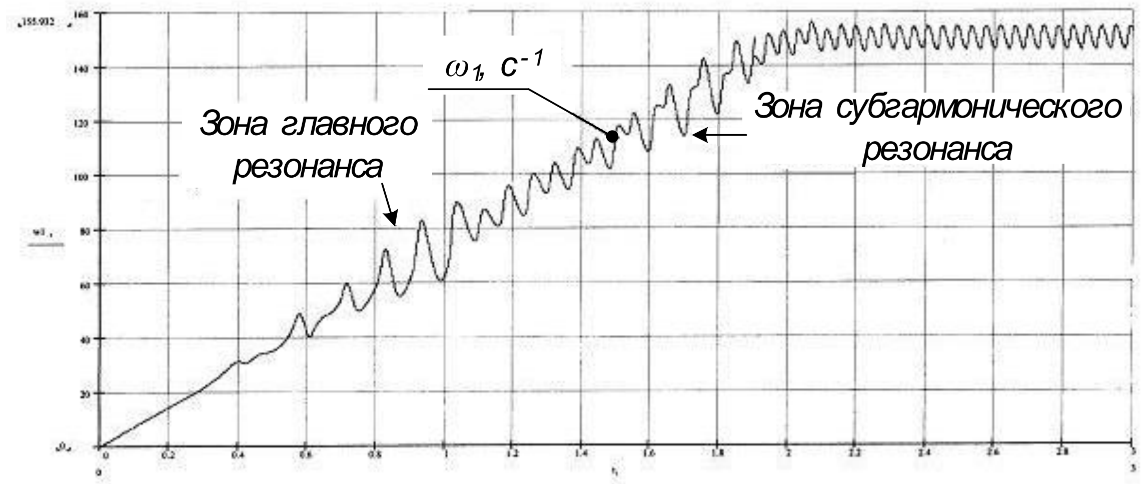
Следовательно, «использование для анализа колебательных нагрузок ЭМС с эксцентриковыми (кривошипными) механизмами линеаризованных моделей приводит не только к существенным количественным расхождениям при определении резонансных амплитуд и частот, но и к потере информации о важных динамических свойствах исследуемых объектов (субгармонический резонанс). Поэтому получение достоверной информации о количественной и качественной стороне протекающих явлений в таких системах обеспечивается при их моделировании на ЭВМ с использованием численных методов решения исходных нелинейных уравнений, описывающих их движение» [33].

В ЭМС при внутренних параметрических возмущениях, связанных с непостоянством передаточного числа, когда при изменении варьируемого параметра $\Psi = T^*_{м1}$ сохраняется постоянство $\nu_{эм}$, кроме зависимости $A_{\mu_{12.м.опт}} = f(\nu_{эм})$ (рис. 82*б*) существует однозначная связь между $\Psi_{опт} = f(\nu_{эм})$ которая для фиксированных значений γ представлена на рис. 92.

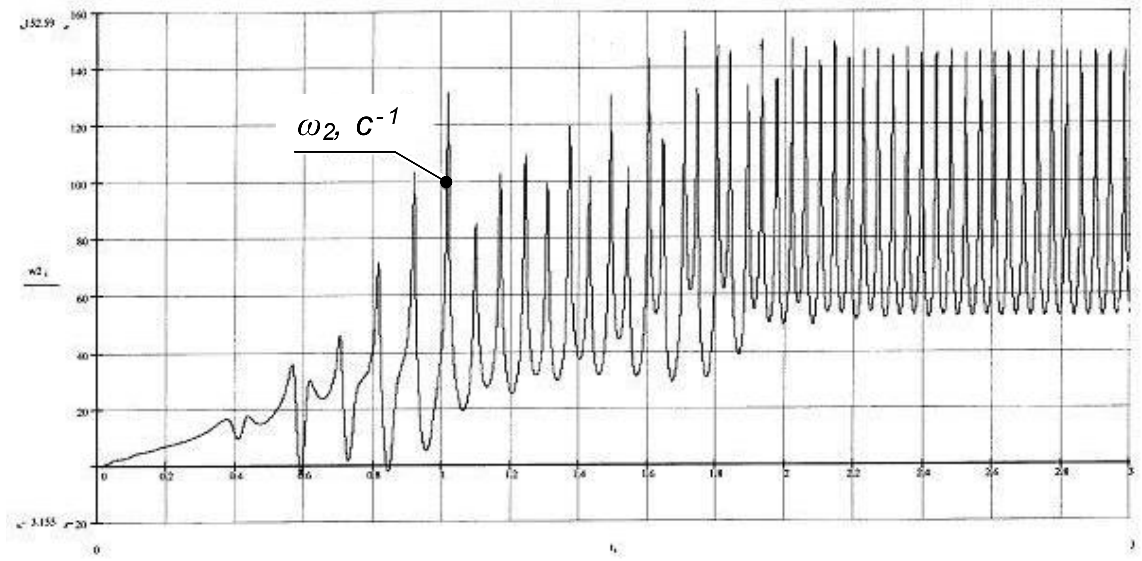
Использование зависимостей $A_{\mu_{12.м.опт}} = f(\nu_{эм})$ и $\Psi_{опт} = f(\nu_{эм})$ позволит достаточно просто решать задачи «оптимизации ЭМС с параметрическими возмущениями, обусловленными погрешностями передач по критерию минимума колебательных нагрузок, при представлении механической характеристики (5.1). На основании исходных данных рассчитывается параметр $\nu_{эм}$» [33]. Далее, используя зависимости $\Psi_{опт} = f(\nu_{эм})$ (рис. 92), определяем значения варьируемого параметра $\Psi_{опт}$, соответствующего данному γ и $\nu_{эм}$.



а)



б)



в)

Рис. 91. Пуск электропривода с кривошипным механизмом в кинематической цепи на установившуюся скорость (зависимости $M_{12} = f(t)$ (*а*), $\omega_1 = f(t)$ (*б*), $\omega_2 = f(t)$ (*в*))

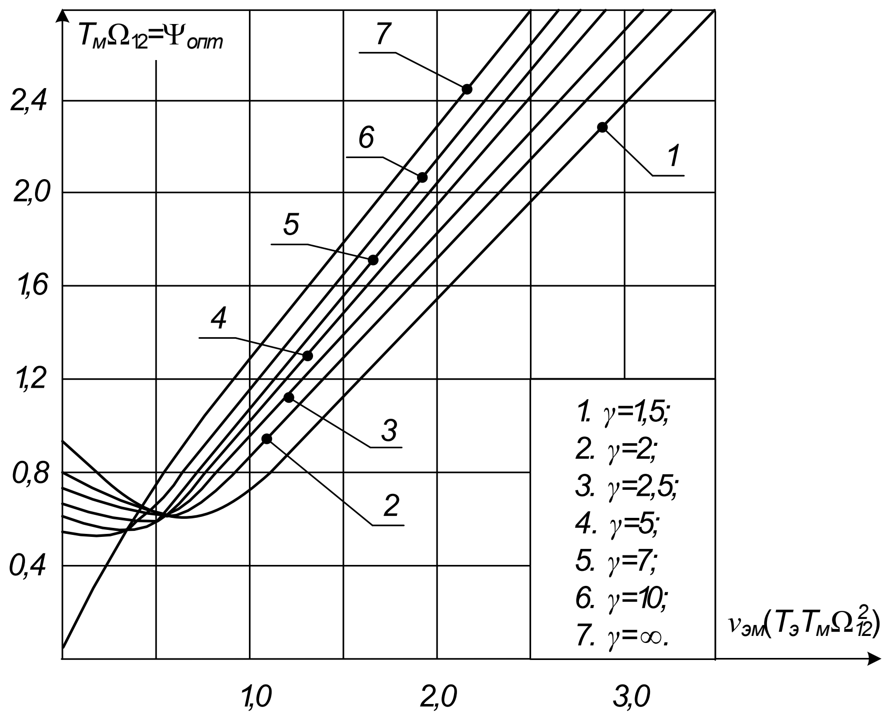


Рис. 92. Зависимость $\Psi_{опт} = f(\nu_{эм})$

И, наконец, «на основании полученной зависимости $\Psi_{опт} = f(\nu_{эм})$ определяются $T^*_{м1}$ и β, позволяющие реализовать оптимальную жесткость механической характеристики привода» [33].

8.2. Влияние зазоров кинематической цепи на установившиеся режимы параметрических колебаний

«Проведенный выше анализ влияния демпфирования, вносимого приводом, на динамические нагрузки в установившихся режимах параметрических колебаний исходил из предположения отсутствия зазоров, неизбежно присутствующих в кинематической цепи ЭМС. В режимах параметрических колебаний, при которых величина упругого момента превосходит среднюю нагрузку передач, зазоры периодически открываются и механическая часть ЭМС приобретает свойства, присущие нелинейным механическим системам [3, 13, 39]. Данное обстоятельство вносит существенные особенности в динамику ЭМС как количественного, так и качественного характера, неучет которых может привести к значительным погрешностям в определении динамических нагрузок элементов ЭМС» [33].

8.2.1. Особенности развития параметрических колебаний в различных резонансных зонах

«Выявление основных особенностей, вносимых в систему люфтами в кинематической цепи, проводилось на основании математического моделирования на ЭВМ по уравнениям (8.1), описывающим движение МЧ ЭП при двигателе с линейной механической характеристикой при учете $T_э$» [33].

Структурная схема модели ЭМС с вращательным движением РО с учетом зазоров в кинематической цепи приведена на рис. 87.

«Наличие зазоров в кинематической цепи значительно изменяет характер развития параметрических колебаний в сравнении со случаем, когда они отсутствуют [14, 15, 29]. Причем изменения как количественного, так и качественного характера зависят в значительной мере от величины средней нагрузки передач $\mu_{ср}$, а также величины возмущения. На рис. 93 приведены АЧХ системы с зазором и ЭП с линейной механической характеристикой при учете $T_э$. Из рис. 93 видно, что при увеличении Ω от нуля до точки A изменение амплитуд колебаний μ_{12} определяется кривой 6 – АЧХ линейной системы вплоть до точки A. В точке A амплитуды колебаний становятся достаточными для возникновения зазорообразования, приводящего к их росту до значений $A'_{\mu_{12.м}}$, определяемых точкой C. Далее имеет место устойчивое зазорообразование с амплитудами, соответствующими кривой *1*. В тех случаях, когда при данных значениях $\mu_{ср}$ и $\Delta\mu_в$ в зоне субгармонического резонанса колебания с зазорообразованиями сохраняются в точке A', амплитуды колебаний возрастают до значений $A_{\mu 12_{.м.в'}}$ с реализацией гораздо больших амплитуд по сравнению с амплитудами на главном резонансе. При дальнейшем росте частоты амплитуды колебаний изменяются в соответствии с кривой *1'*, переходящей в кривую *6* – линейной системы. Если величины $\mu_{ср}$ и $\Delta\mu_в$ таковы, что зазорообразование в зоне субгармонического резонанса не возникает, развитие субгармонического резонанса исключается и амплитуды колебаний изменяются в соответствии с кривой *6* – линейной системы» [33].

«При уменьшении частоты колебаний как в области главного, так и в области субгармонического резонанса колебания “затягиваются” в область меньших частот с реализацией гораздо больших амплитуд, чем те, которые возможны при движении в сторону увеличения частоты» [33].

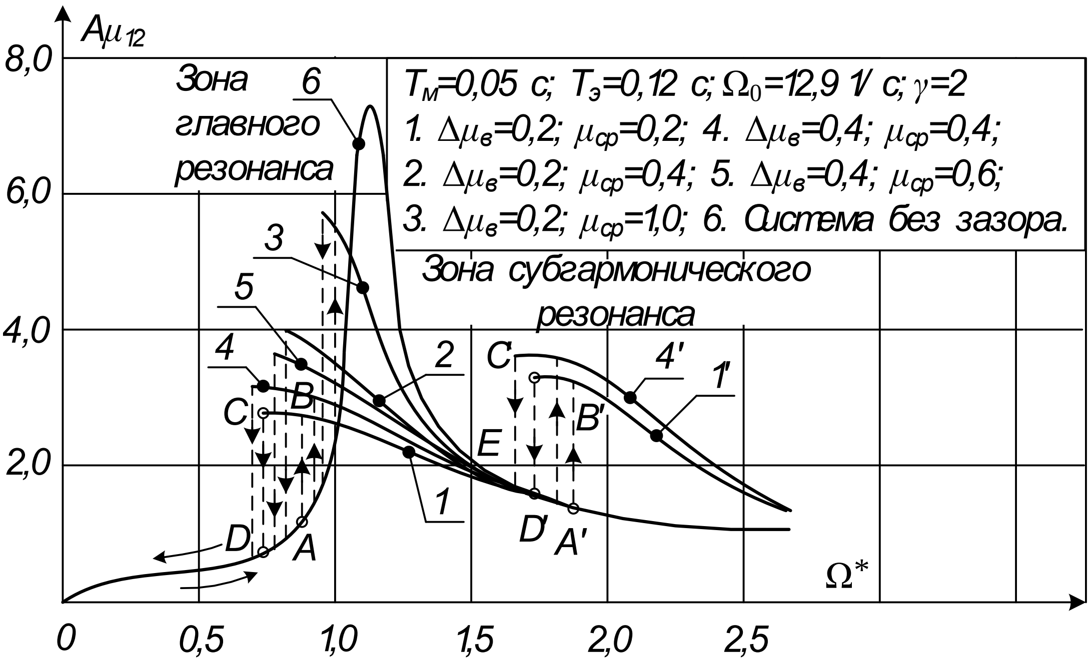


Рис. 93. Амлитудно-частотные характеристики ЭМС редукторного ЭП с зазором

«Иллюстрацией качественной картины параметрических колебаний являются осциллограммы установившихся параметрических колебаний (рис. 94), снятые на модели (рис. 87) при различной средней нагрузке передач. При большой средней нагрузке передач (рис. 94*а*) зазоры в зоне субгармонического резонанса не открываются, колебания μ_{12} имеют частоту, равную частоте возмущения $\Delta\mu_в$. При малой средней нагрузке передач, когда колебания μ_{12} имеют достаточную величину для появления зазорообразования (рис. 94*б*), в системе развиваются устойчивые колебания субгармонического характера, которые при вдвое большей частоте возмущения $\Omega \equiv \omega_2$ имеют частоту, равную частоте на главном резонансе» [33].

«Значительное влияние на колебания с зазорообразованиями оказывает средняя нагрузка передач $\mu_{ср}$. Уменьшение $\mu_{ср}$ вызывает, с одной стороны, уменьшение амплитуд нелинейных колебаний, а с другой – затягивает их в сторону меньших частот. При малых значениях $\mu_{ср}$ наличие зазорообразования способствует развитию субгармонического резонанса, который при $\lambda \geq 0{,}1$, в системах, не имеющих зазоров, исключается» [33].

«С ростом $\Delta\mu_в$ пропорционально увеличивается и значение $\mu_{ср}$, при котором возможно развитие субгармонического резонанса» [33].

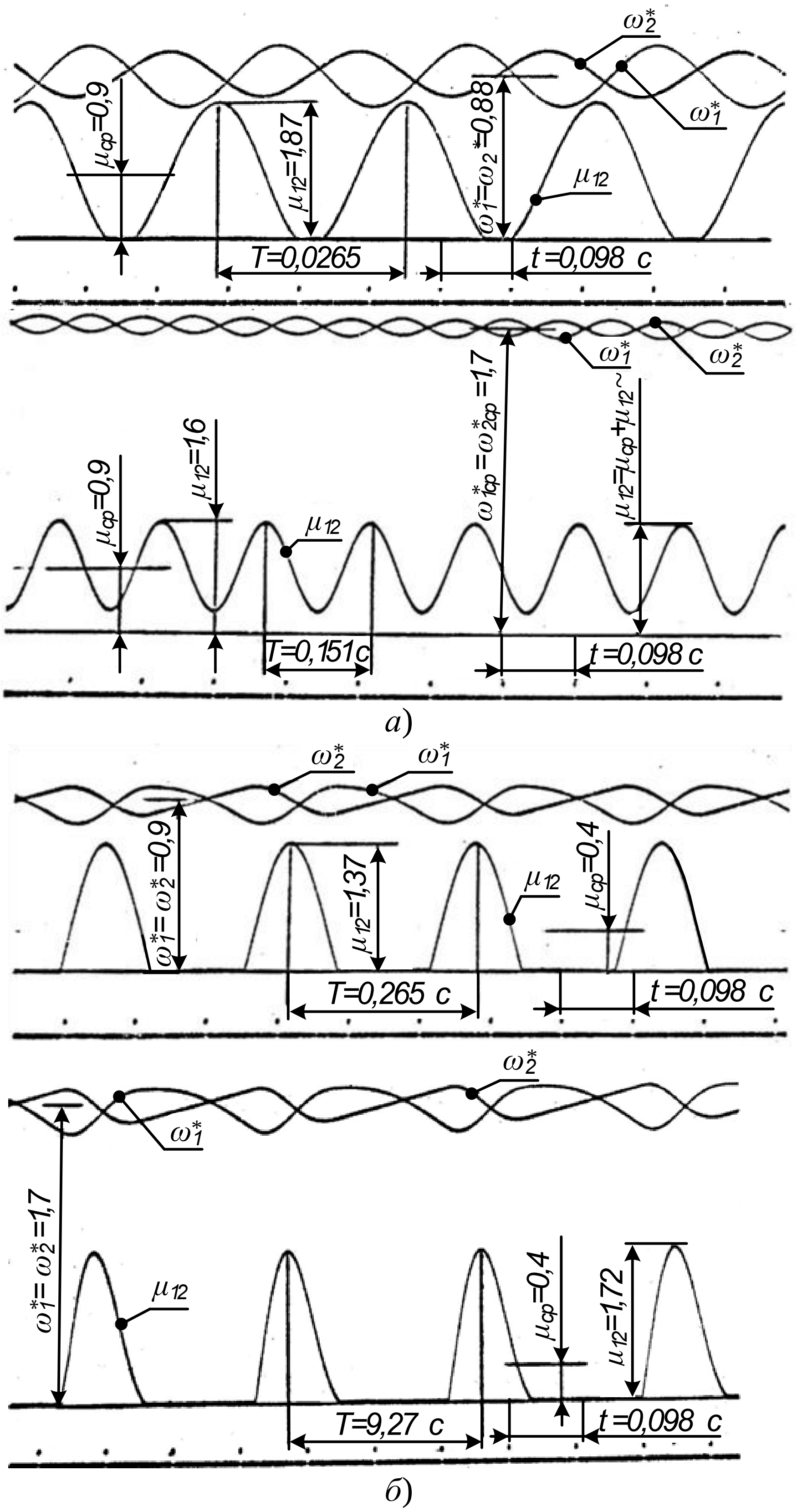


Рис. 94. Установившиеся режимы параметрических колебаний в зонах главного и субгармонического резонанса при большой средней (*а*) и при малой средней (*б*) нагрузке передач

«Несомненный интерес представляет выявление влияния демпфирования, вносимого двигателем, на развитие субгармонического резонанса. С этой целью, на основании данных, полученных при моделировании систем с различной демпфирующей способностью электропривода, на рис. 95 построены зависимости $\mu_{ср.гр} = f(\Delta\mu_в)$. Они представляют собой зависимость средней нагрузки, начиная с которой, при данном значении $\Delta\mu_в$, получает развитие субгармонический резонанс» [33].

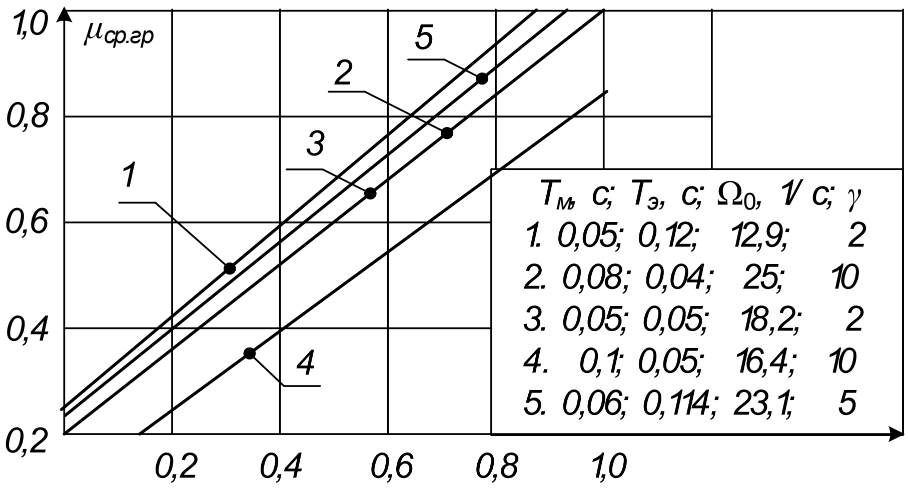


Рис. 95. Зависимость $\mu_{ср.гр} = f(\Delta\mu_в)$

«Анализ зависимостей $\mu_{ср.гр} = f(\Delta\mu_в)$ показывает, что с ростом демпфирования, при данном $\Delta\mu_в$, субгармонический резонанс начинает проявляться при меньших средних нагрузках. Полученный результат является несколько неожиданным, но легко объясняется на основании анализа зависимостей рис. 96» [33].

Приведенные на рис. 96 АЧХ показывают, что «в зоне субгармонического резонанса $\Omega_р \approx 2\Omega_{р.л}$ наиболее значительные амплитуды μ_{12} имеют место в системах ЭП с лучшими демпфирующими свойствами. В силу сказанного, колебания с зазорообразованиями начинают возникать при данном $\Delta\mu_в$ и $\Delta\mu_{ср}$ гораздо раньше в хорошо, а не слабо демпфируемых системах. В остальных случаях это влияние незначительно и при изменении $A_{\mu_{12.м}}$ в пределах 5–20 [29] величина $\Delta\mu_{ср.гр}$ изменяется мало» [33].

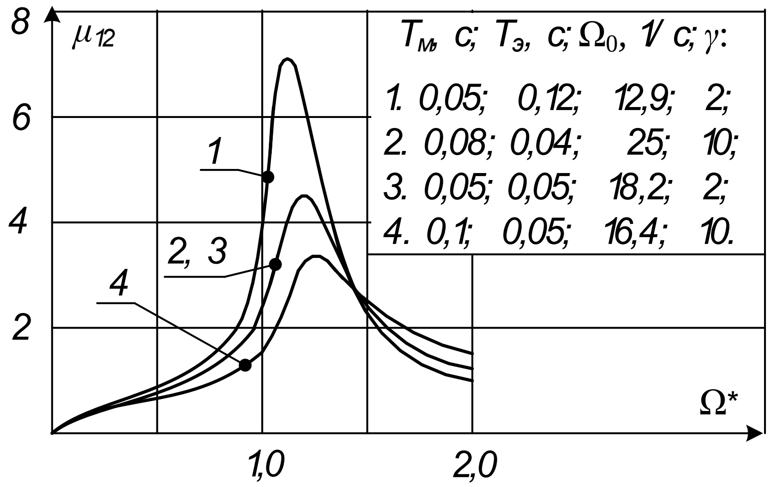


Рис. 96. АЧХ при параметрических возмущениях, обусловленных погрешностью передач, при $\Delta\varphi_3 = 0$

«В большинстве практических случаев величина $\Delta\mu_в \le 0{,}2$ и поэтому проведенный анализ позволяет сделать вывод: в установившихся режимах колебаний при $\Delta\mu_в \le 0{,}2$, в зависимости от структуры механической части, субгармонический резонанс возможен лишь при средних нагрузках передач $\Delta\mu_{ср} \le 0{,}3$» [33].

8.2.2. Метод гармонической линеаризации и его возможности при исследовании параметрических колебаний

«Дополнительное снижение колебательных нагрузок достигается рациональным конструированием механической части, исключающей ее работу в резонансных зонах при установившихся режимах работы. Когда установившаяся скорость выше скорости, при которой имеет место субгармонический резонанс, ЭМС должна проходить резонансные зоны достаточно быстро, с тем чтобы резонансные колебания не успели развиться. Моделирование и практика показывают [14, 29], что при переходном резонансе колебания при субгармоническом резонансе развиваются значительно слабее, чем на главном» [33].

«Поэтому, в большинстве практических случаев, исследование колебательных нагрузок в ЭП можно ограничить зоной главного резонанса» [33].

«Осциллограммы установившихся режимов (рис. 94) подтверждают высокие фильтрующие свойства в ЭМС. Синусоидальный характер μ_{12} обусловлен фильтрующими свойствами МЧ, являющейся узкополосным фильтром, подавляющим высшие гармоники» [33].

«Данные обстоятельства для анализа колебательных нагрузок позволяют использовать приближенный метод гармонической линеаризации [3, 39]. Данный метод с использованием графо-аналитического способа решения уравнений предложен в [14] для анализа нагрузок в одномассовой системе. Автором метод использован для анализа колебательных нагрузок в двухмассовой системе с решением уравнений на ЭВМ. В режимах работы ЭП с зазорообразованиями упругий момент является нелинейной функцией $F(\Delta\varphi)$ разности углов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2'$ (рис. 97). Движение двухмассовой системы с зазором, с учетом принятой линеаризации (ω_2 = *const*), описывается следующими уравнениями» [33]:

$$\left.\begin{aligned} M_{кз} - \beta\omega_1 - T_э\frac{dM}{dt} - F(\Delta\varphi) = J_1\frac{d\omega_1}{dt}; \\ F(\Delta\varphi) = M_{ср} + J_2\frac{d\omega_2}{dt};\ \Delta\varphi = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2, \end{aligned}\right\} \qquad (8.5)$$

где $M_{ср} = M_{кз} - \beta\omega_2$.

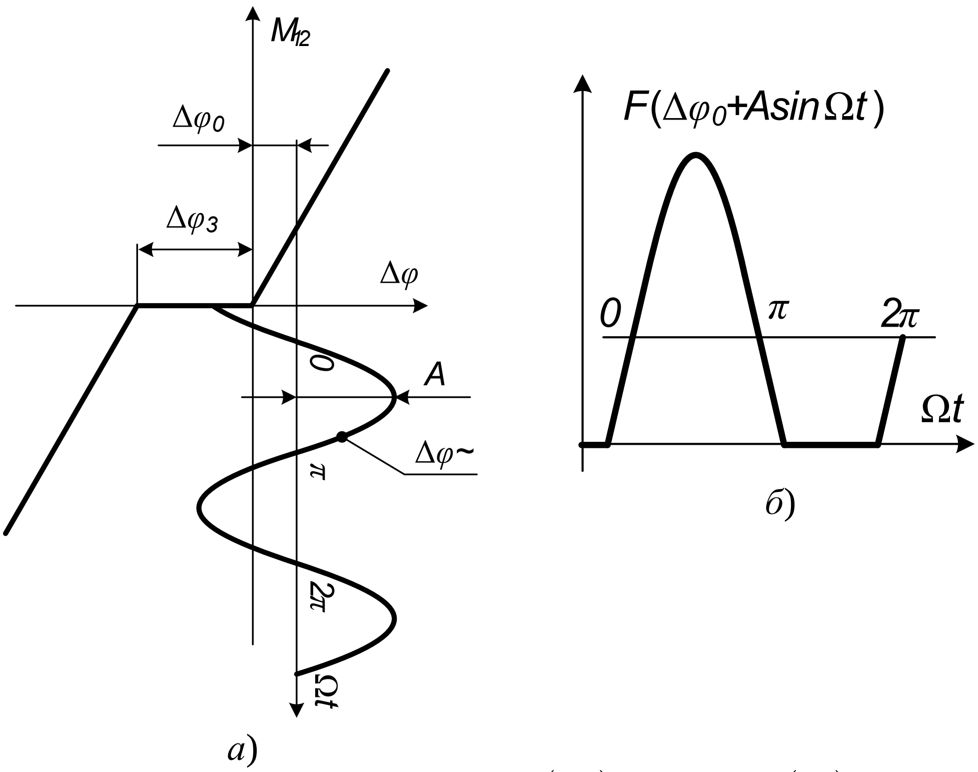


Рис. 97. Зависимости $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ (*а*) и $F = f(\Omega t)$ (*б*)

«Перейдя к операторной форме и решив (8.5) относительно $\Delta\varphi$, получим уравнение» [33]:

$$\left(J_1J_2T_э p^5+J_1J_2p^4+J_2\beta p^3\right)\Delta\varphi(p)+\left[(J_1+J_2)T_э p^3+(J_1+J_2)p^2+\right.$$
$$\left.+\beta p\right]F(\Delta\varphi)=M_{ср}-\left(J_1J_2T_Э p^5+J_1J_2p^4+J_2\beta p^3\right)\Delta\varphi_2(p). \tag{8.6}$$

«Нелинейная функция $F(\Delta\varphi)$ при замене приближенными уравнениями гармонической линеаризации» [33]

$$F(\Delta\varphi)=q_0(A,\Omega,\Delta\varphi_0)+q_1(A,\Omega,\Delta\varphi_0)\Delta\varphi\sim, \tag{8.7}$$

где $q_0(A,\Omega,\Delta\varphi_0)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}F(\Delta\varphi_0,A sin\,\Omega t)\cdot d(\Omega t);$

$$q_1(A,\Omega,\Delta\varphi_0)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}F(\Delta\varphi_0,A sin\,\Omega t)sin\,\Omega t\cdot d(\Omega t).$$

«Учитывая, что при наличии постоянной составляющей нагрузки зазоры в противоположную сторону не выбираются, выражения для коэффициентов гармонической линеаризации имеют вид» [33]:

$$q_0=\frac{\Delta\varphi_0 C_{12}}{2}+\frac{\Delta\varphi_0 C_{12}}{\pi}arcsin\frac{\Delta\varphi_0}{A}+\frac{C_{12}A}{\pi}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta\varphi_0}{A}\right)^2};$$
$$q_1=\frac{C_{12}}{2}+\frac{C_{12}}{\pi}arcsin\frac{\Delta\varphi_0}{A}+\frac{C_{12}A}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta\varphi_0}{A}\right)^2}. \tag{8.8}$$

При подстановке $F(\Delta\varphi)$ в (8.6) уравнение «распадается на два, отражающих баланс постоянной и переменной составляющих решения. Тогда, при использовании относительных единиц, получим» [33]:

$$\frac{\delta_0}{2}+\frac{\delta_0}{\pi}arcsin\frac{\delta_0}{2}+\frac{a}{\pi}\sqrt{1-\left(\frac{\delta_0}{a}\right)^2}=\mu_{ср}; \tag{8.9}$$

$$\left[\left(T_э T_{м1}p^5+T_{м1}p^4+\left(qT_э T_{м1}\Omega_{12}^2+1\right)p^3+qT_{м1}\Omega_{12}^2p^2+q\Omega_{02}^2p\right)\right]\mu_{12}\sim(p)=$$
$$=-\left(T_э T_{м1}p^5+T_{м1}p^4+p^3\right)\Delta\mu_в(p), \tag{8.10}$$

где $q=\frac{q_1}{C_{12}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}arcsin\frac{\delta_0}{a}+\frac{\delta_0}{\pi a}\sqrt{1-\left(\frac{\delta_0}{a}\right)^2}$; (8.11)

$a = \dfrac{C_{12}A}{C_{12}\Delta i_м} = \dfrac{A}{\Delta i_м} = \mu_{12} \sim$ – «амплитуда периодической составляющей решения» [33];

$\delta_0 = \dfrac{\Delta\varphi_0}{\Delta i_м}$ – «постоянная составляющая решения» [33].

«Совместное решение (8.9) и (8.10) позволяет построить обобщенные зависимости $q = f(a)$ при $\mu_{ср} = const$, приведенные на рис. 98» [33].

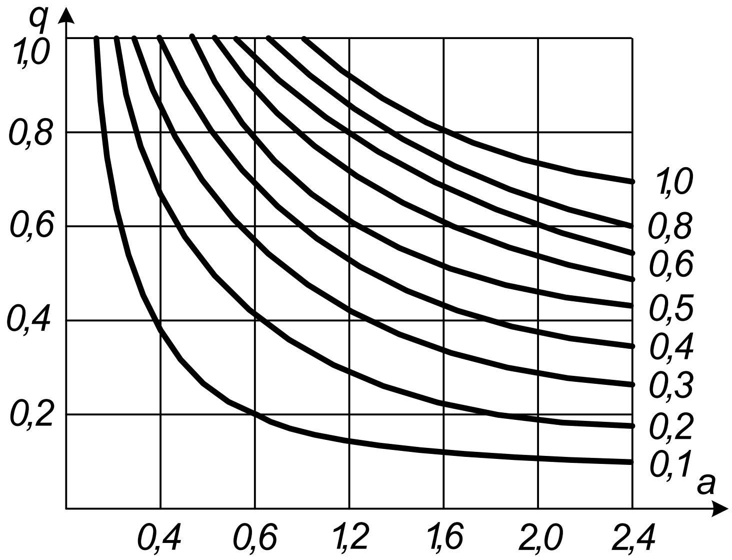


Рис. 98. Зависимости $q = f(a)$ при $\mu_{ср} = const$

«Из рассмотрения зависимостей (рис. 98) можно сделать вывод, что при $\mu_{ср} = const$ колебания с зазорообразованием при росте их амплитуд сопровождаются уменьшением коэффициента гармонической линеаризации q» [33].

«Согласно (8.10) выражение АЧХ линеаризованной системы запишется в виде» [33]:

$$A_{\mu_{12}} = \frac{\mu_{12} \sim}{\Delta\mu_в} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(T_э T_{м1}\Omega^4 - \Omega^2\right)^2 + \left(T_{м1}\Omega^3\right)^2}{\left[T_э T_{м1}\Omega^4 - \Omega^2(qT_э T_{м1}\Omega_{12}^2 + 1) + q\Omega_{02}^2\right]^2 + \left[qT_{м1}\Omega_{12}^2\Omega - T_{м1}\Omega^3\right]^2}}. \quad (8.12)$$

«При $q(a, \mu_{ср}) = 1$ зазоры не открываются и система является линейной. Совместное решение уравнений $q = f(a)$ и зависимостей $a = A_{\mu_{12}} \cdot \Delta\mu_в = f(q)$, рассчитанных при фиксированных Ω, позволяет найти точки устойчивого решения. Автором разработана программа расчета на ЭВМ АЧХ системы с зазором, с использованием метода гармонической линеаризации» [33].

«На рис. 99 приведены АЧХ, полученные на основании расчетов по исходным уравнениям и методу гармонической линеаризации. Из рис. 99 видно, что с ростом демпфирования происходит не только снижение амплитуд нелинейного резонанса, но и сужение его области. Сопоставление АЧХ, полученных с помощью гармонической линеаризации, с аналогичными зависимостями, полученными путем решения на ЭВМ, при учете реальных условий движения системы с переменным передаточным числом и зазором, свидетельствует о том, что гармоническая линеаризация дает правильные представления о характере процессов и физических свойствах нелинейного объекта» [33].

«Однако метод гармонической линеаризации не обеспечивает высокой точности расчетов. Точность расчетов в значительной степени зависит от величины $A_{\mu_{12.м.л}}$, с ростом которой она снижается. Установлено, что в хорошо демпфированных системах $A_{\mu_{12.м.л}} \leq 6$ расхождения в определении максимальных амплитуд не превышают 30%, при $A_{\mu_{12.м.л}} = 10$ достигают 50%, а в слабо демпфированных системах с $A_{\mu_{12.м.л}} > 12$ превышают 60%. Следует заметить, что более значительные расхождения при равенстве $A_{\mu_{12.м.л}}$ имеют место в ЭМС с малыми значениями γ» [33].

В области значений $A_{\mu_{12.м.л}} \leq 10$, «где неточности расчета не превышают 50% в сторону завышения, метод гармонической линеаризации можно использовать для количественных оценок. Столь значительные количественные расхождения объясняются спецификой действия внутреннего возмущения, обусловленного пульсациями передаточного числа. Гармоническая линеаризация предполагает, что возмущающий момент $\Delta\mu_в$ действует постоянно, а в действительности при размыкании зазора его действие прекращается. Несмотря на эту особенность, снижающую точность количественных оценок, использование метода гармонической линеаризации обеспечивает аналитическое изучение особенностей работы нелинейной ЭМС» [33].

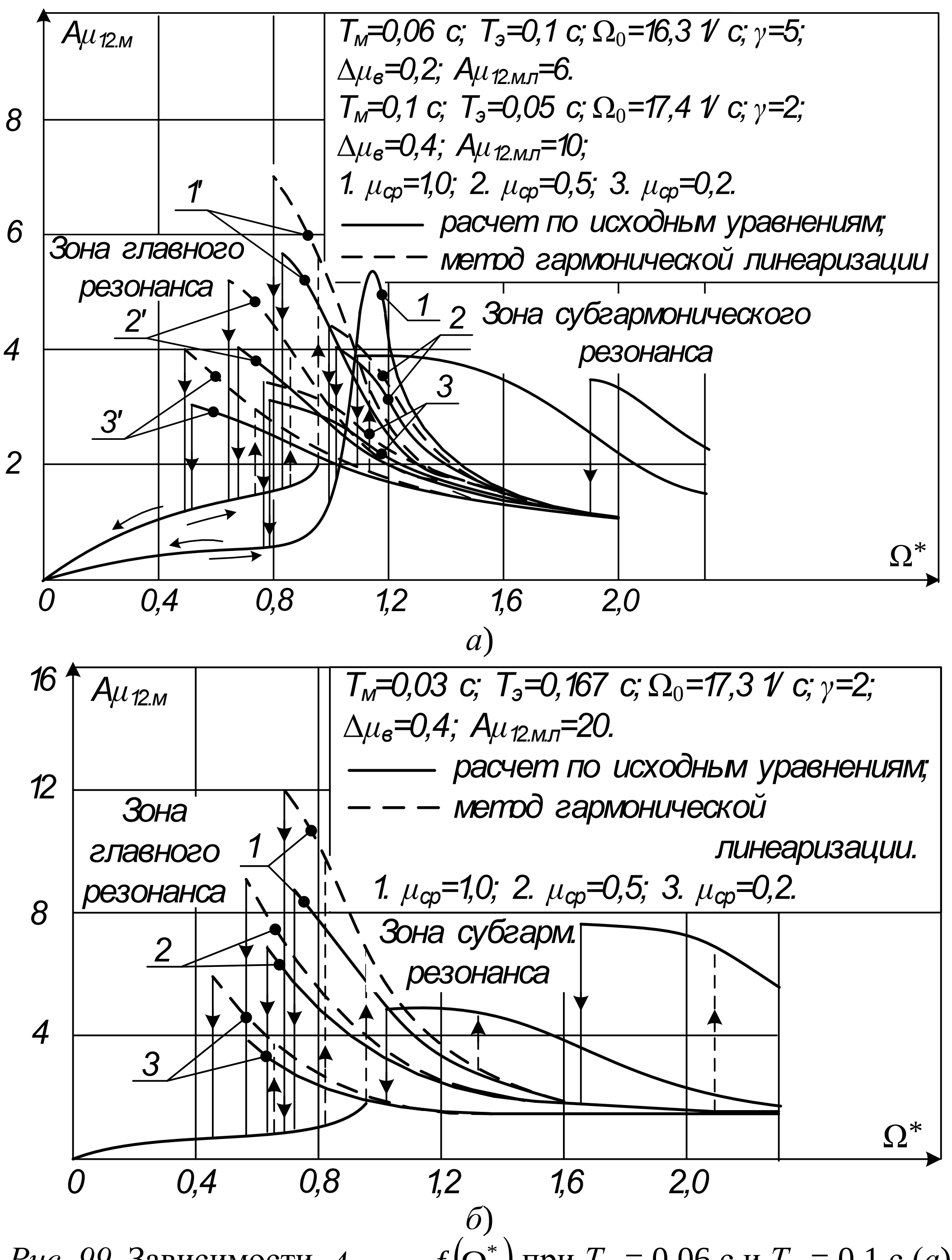


Рис. 99. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(\Omega^*)$ при $T_м$ = 0,06 с и $T_м$ = 0,1 с (*а*) и при Тм = 0,03 с (*б*)

«Оценить возможность возникновения колебаний с зазорообразованиями при данном значении $A_{\mu_{12.м.л}}$ и $\mu_{ср}$ позволяют зависимости граничных амплитуд упругого момента, соответствующих возникновению колебаний с зазорообразованиями $A_{\mu_{12.м.гр}} = f(\Delta\mu_в)$ при $\mu_{ср} = const$ (рис. 100)» [33]. Данные зависимости построены на основании графиков функций $a = f(q)$ (рис. 100). Если полученная «в результате расчета линейной системы величина $A_{\mu_{12.м.л}}$, при данном $\Delta\mu_в$, превосходит величину $A_{\mu_{12.м.гр}}$, определяемую для данного значения $\mu_{ср}$ и $\Delta\mu_в$, соответствующей граничной кривой, зазоры в системе открываются, и расчет $A_{\mu_{12.м}}$ необходимо проводить численным методом решения исходных уравнений» [33].

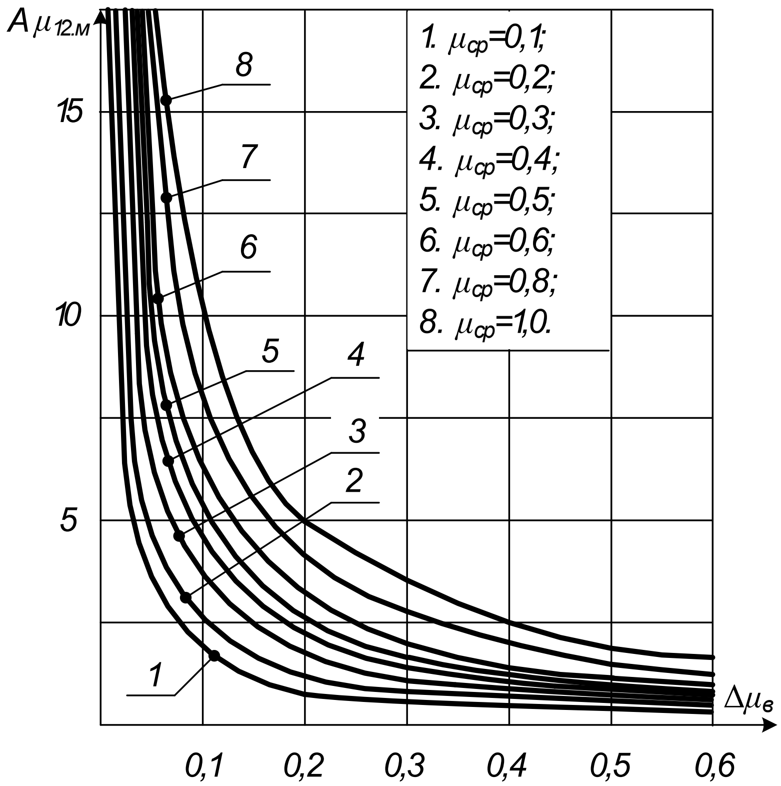


Рис. 100. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(\Delta\mu_в)$

8.2.3. Оптимизация систем электропривода с зазорами в кинематической цепи по критерию минимальной колебательности

«Несомненный интерес представляет выявление возможности применения методов оптимизации, используемых для ЭМС с линейной зависимостью $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ и для систем, имеющих зазоры в кинематической цепи. Для этого необходимо установить, будут ли колебательные нагрузки в нелинейной системе, оптимизированной на основе системы с линейной зависимостью $M_{12} = f(\Delta\varphi)$, иметь оптимальную величину. С этой целью проводились сравнительные расчеты колебательных нагрузок ряда систем с различной демпфирующей способностью и параметрами ЭМС» [33].

«В качестве иллюстрации на рис. 101 приведены зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(1/\beta_{отн})$, полученные при сравнительных расчетах в системах с линейной и нелинейной зависимостью $M_{12} = f(\Delta\varphi)$ при варьировании β. Значения, приведенные на графиках, соответствуют максимальным амплитудам, которые имеют место в зоне как главного, так и субгармонического резонанса» [33].

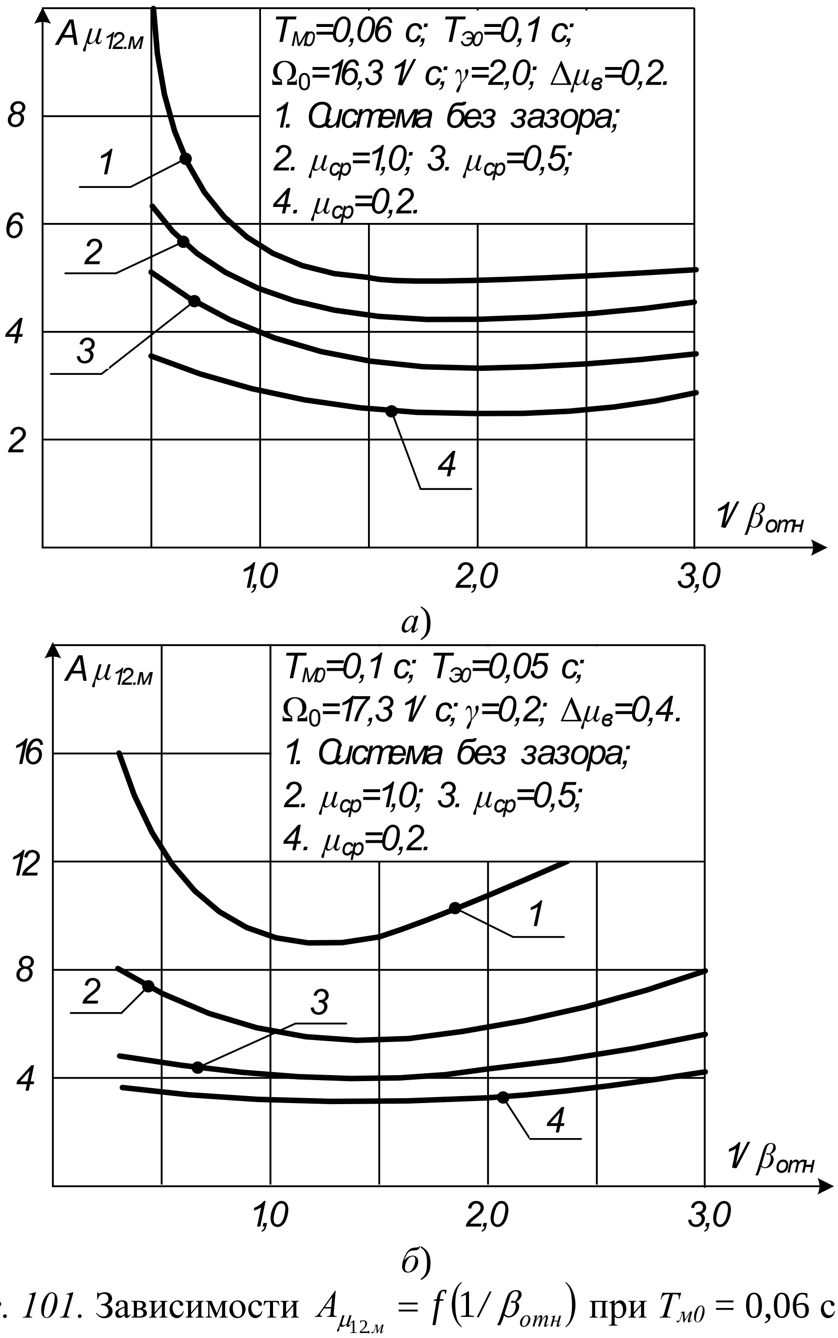


Рис. 101. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(1/\beta_{отн})$ при $T_{м0}$ = 0,06 с (*а*) и при $T_{м0}$ = 0,1 с (*б*)

«Анализ зависимостей (рис. 101) показывает, что в нелинейных системах минимальные нагрузки имеют место при той же оптимальной жесткости $\beta_{опт}$, что и в линейной системе. В нелинейных системах вследствие наличия зазорообразования, уменьшающего амплитуды колебаний, оптимум становится еще менее выраженным, чем в системах с линейной зависимостью $M_{12} = f(\Delta\varphi)$. Поэтому для систем с устойчивыми режимами параметрических колебаний с зазорообразованиями с учетом формирования требуемых статических и динамических характеристик жесткость может быть выбрана больше, чем $\beta_{опт}$. При этом колебательные нагрузки будут незначительно отличаться от $A_{\mu_{12.м.опт}}$. Чем выше демпфирование и средняя нагрузка передач, тем ближе должна выбираться жесткость к $\beta_{опт}$, так как при данных условиях влияние нелинейности становится незначительным» [33].

«Следовательно, выбор параметров линейной системы обеспечивает минимум ее колебательности и при колебаниях с зазорообразованиями. Это обстоятельство позволяет в случаях, когда целью оптимизации является снижение нагрузок передач, ограничиваться подбором параметров, обеспечивающих максимум демпфирующей способности линейной системы, и использовать методы оптимизации, разработанные для линейных систем» [33].

8.3. Динамические режимы замкнутых обратными связями электромеханических систем при параметрическом возбуждении колебаний

В настоящее время наиболее ответственные приводы технологических установок реализуются по системе УП-Д с различными обратными связями с целью формирования заданных статических и динамических характеристик. Поэтому большой практический интерес представляет анализ влияния различных обратных связей на колебательные нагрузки ЭМС при параметрическом возбуждении колебаний. При анализе динамических свойств ЭМС ограничимся рассмотрением систем, замкнутых обратными связями по координатам первой массы: по моменту (току) и по скорости двигателя.

8.3.1. Система управляемый преобразователь – двигатель с отрицательной обратной связью по моменту (току)

В ЭМС повторно-кратковременного режима, когда установившаяся скорость ЭМС больше скорости, на которой имеет место переходный параметрический резонанс, при пуске и торможении, когда работает система ограничения момента, неправильный выбор параметров может привести к возникновению недопустимых колебательных нагрузок.

При отрицательной обратной связи по моменту система уравнений линеаризованной системы УП-Д при учете погрешностей передачи примет вид:

$$\left.\begin{aligned} &K'_п\left(U_{зм}-K_{ом}M\right)=\left(T_п p+1\right)\omega_0;\ \ M\left(T_э p+1\right)=\beta\left(\omega_0-\omega_1\right);\\ &M-M_{12}-M_{с1}-\Delta M_в=J_1\frac{d\omega_1}{dt};\ \ M_{12}-M_{с2}+\Delta M_в=J_2\frac{d\omega_2}{dt};\\ &\frac{dM_{12}}{dt}=C_{12}\left(\omega_1-\omega_2\right). \end{aligned}\right\} \qquad (8.13)$$

Для системы Г-Д

$$T_п=T_г;\ T_э=T_я;\ \beta=\left(K\Phi\right)^2/R_{я\Sigma}.$$

Для системы ТП-Д

$$T_п=T_{т.п};\ T_э=T_я;\ \beta=\left(K\Phi\right)^2/R_{я\Sigma}.$$

Для системы ПЧ-АД

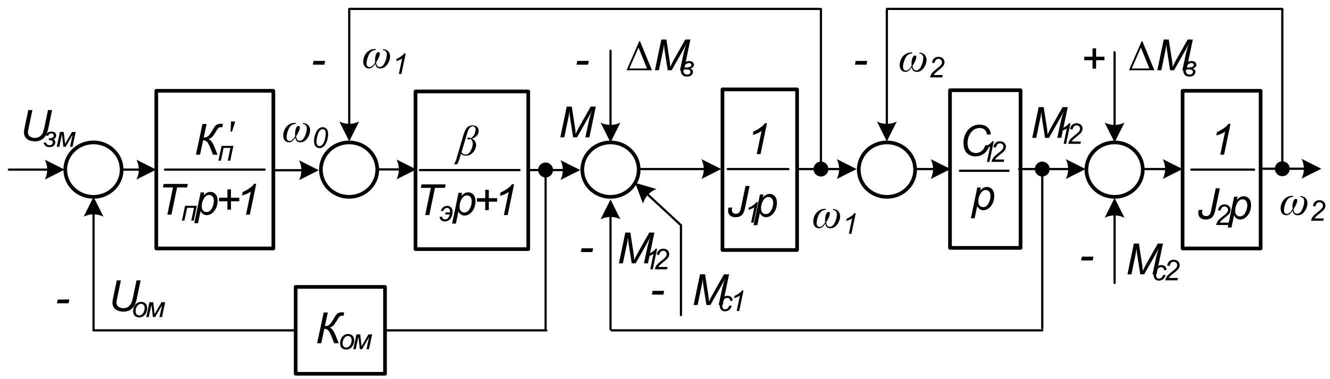
$$T_п=0;\ T_э=1/\omega_{0эп.н}S_к;\ \beta=2M_к/\omega_{0н}\cdot S_к.$$

Структурная схема, соответствующая (8.13), приведена на рис. 102*а*, после преобразования она приводится к виду (рис. 102*б*).

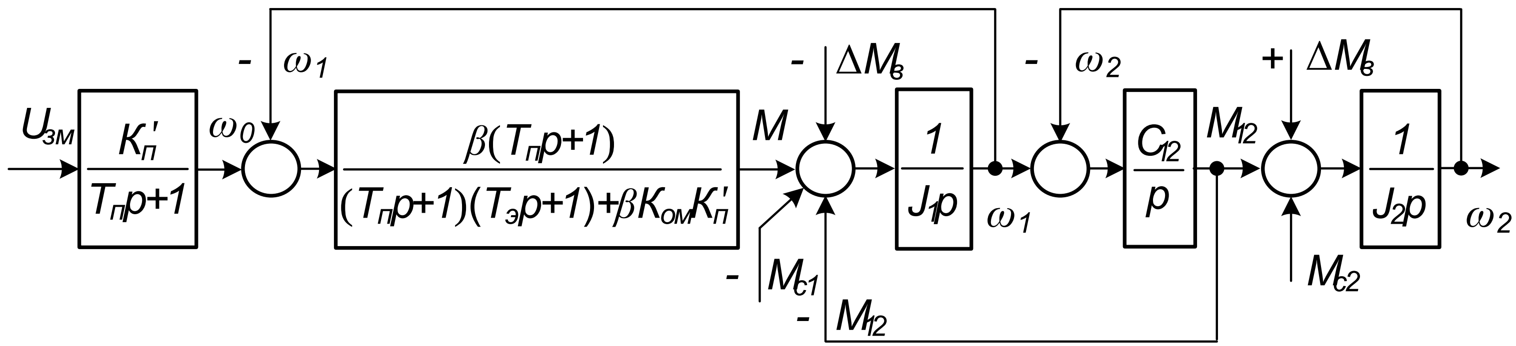
При безынерционном преобразователе $T_п = 0$ отрицательная связь по моменту эквивалентна введению добавочного сопротивления в силовую цепь двигателя.

Если в разомкнутой системе жесткость β была выше оптимальной, то введением отрицательной связи по моменту (току) можно увеличить демпфирование. Если, наоборот, β ниже оптимальной, отрицательная связь по моменту может только ухудшить демпфирование.

На практике обратная связь по моменту (току) вводится для регулирования момента или тока с заданной точностью, поэтому при $T_п = 0$ она оказывается настолько сильной, что исключает демпфирование колебаний электроприводом.



а)



б)

Рис. 102. Структурные схемы редукторного ЭП с обратной связью по моменту (току): исходная (*а*) и преобразованная (*б*)

Инерционность преобразователя $T_п$, с одной стороны, увеличивает динамическую жесткость электропривода, а с другой – ведет к увеличению сдвига по фазе между колебаниями ω_1 и M. Указанные факторы и определяют демпфирование. При реальных значениях $K_{ом}$ = 20–50 во всех случаях в области низких частот $\Omega_{12} \le 10$ 1/с и малой величине $T_п \le 0{,}1$ с демпфирование ослаблено, и колебательные нагрузки имеют недопустимую величину [32]. Следовательно, имеются две принципиальные возможности снижения колебательных нагрузок: выбор оптимальной величины $K_{ом}$ при заданном $T_п$, или же при заданной величине $K_{ом}$ выбор оптимального значения $T_п$. Второй путь наиболее предпочтителен, так как, особенно у механизмов с большим моментом инерции, увеличение $T_п$ оказывает меньшее влияние на длительность переходных процессов, нежели уменьшение крутизны падающего участка статической характеристики за счет снижения величины $K_{ом}$. В преобразователях с $T_п >> T_э$ высокое демпфирование сохраняется даже при абсолютно мягкой статической характеристике. В области средних и высоких частот механической части $1/T_п \le \Omega_{12} \le 1/T_э$ инерционность преобразователя выступает в качестве фильтра, ослабляющего сигнал обратной связи и жесткость в замкнутой системе $\beta_{зм}$, и стремится к β разомкнутой системы. В этом случае параметры разомкнутой системы будут определять колебательные нагрузки в системе замкнутой по моменту (току).

В настоящее время большое распространение получили системы подчиненного регулирования координат ЭП [6, 16, 34, 42]. Структурная схема «однократно-интегрирующей системы подчиненного регулирования скорости и тока редукторного электропривода при параметрических возмущениях» [33] приведена на рис. 103.

С учетом внутренней связи по ЭДС двигателя для контура тока при настройке на ТО и компенсации $T_э$, согласно рис. 103, движение ЭП в операторной форме описывается системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&e_п = (U_{зм} - U_{от})W_{рт}W_п;\; e_п = K\Phi\omega_1(p) - R_{я\Sigma}(T_э p + 1)i_я(p);\\
&K\Phi i_я(p) - M_{12} = J_1 p^2\varphi_1(p);\; M_{12} = J_2 p^2 \varphi_2(p);\\
&M_{12} = C_{12}\Delta\varphi(p);\; \varphi_1 = \varphi_2(p) + \Delta\varphi_2(p) + \Delta\varphi(p),
\end{aligned}\right\} \quad (8.14)$$

где $U_{от} = i_я K_{от}$; $W_{рт} = \dfrac{R_{я\Sigma}(T_э p + 1)}{a_m T_\mu p K_{от} K_{пр}}$; $W_п = \dfrac{K_п}{T_п p + 1}$.

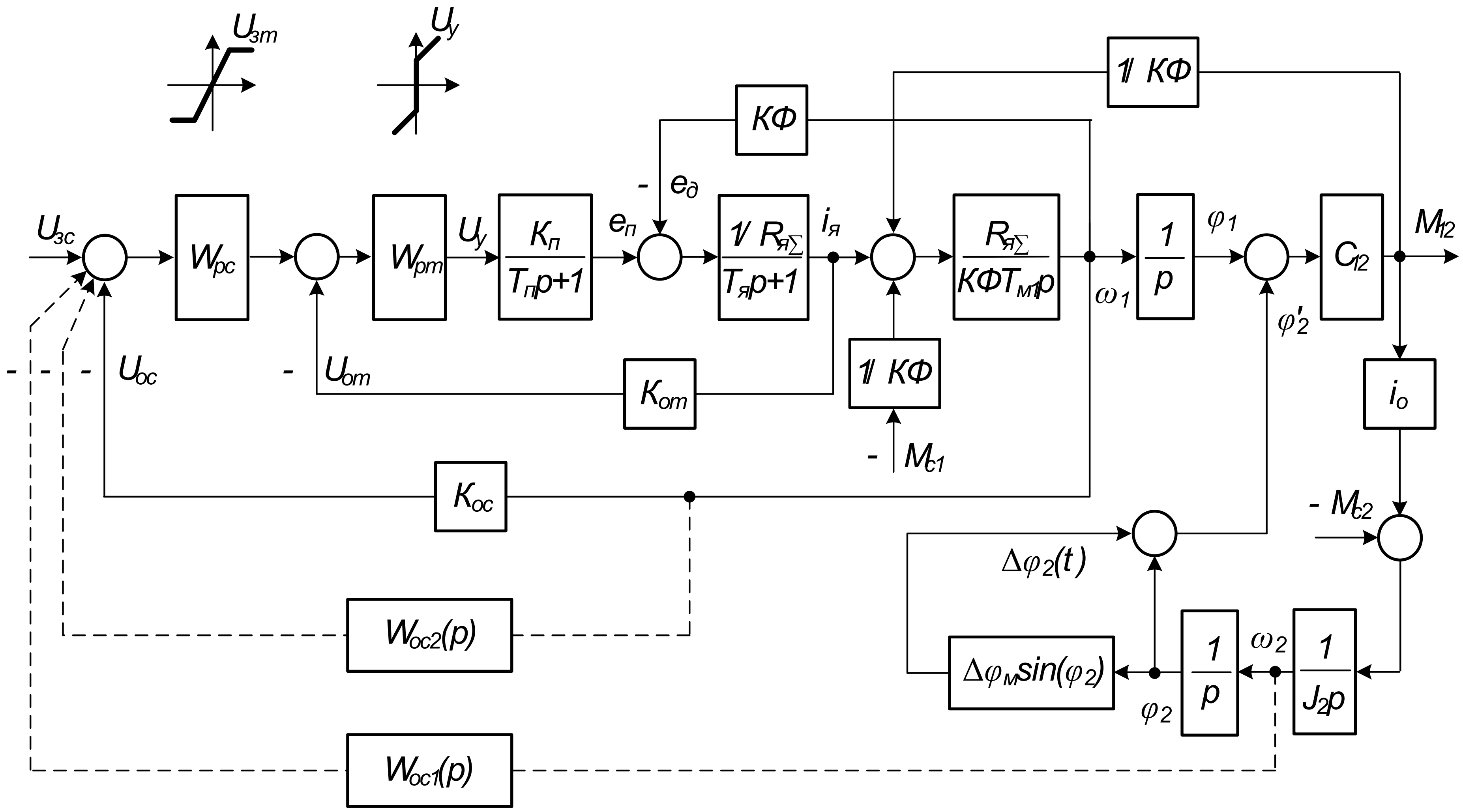


Рис. 103. Система подчиненного регулирования тока и скорости редукторного электропривода постоянного тока

Системе уравнений (8.14) соответствует следующее выражение АЧХ по возмущению $\Delta\mu_{в}$:

$$A_{\mu 12}=\frac{\mu_{12.м}}{\Delta\mu_{в.м}}=\sqrt{\frac{\left[T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega^4-\left(T_{м1}+T_0\right)\Omega^2\right]^2+\left\{T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega^5-\left[T_{м1}\left(T_0+T_э\right)+T_0T_\mu\right]\Omega^3\right\}^2}{\left\{T_0\Omega_{02}^2+T_{м1}\Omega_{12}^2+T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega^4-\left[T_{м1}+T_0+T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega_{12}^2\right]\Omega^2\right\}^2+\left\{T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega^5+\left[T_0T_\mu\Omega_{02}^2+T_{м1}\left(T_э+T_\mu\right)\Omega_{12}^2\right]\Omega-\left[T_{м1}\left(T_э+T_\mu\right)+T_0T_\mu+T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega_{12}^2\right]\Omega^3\right\}^2}}, \tag{8.15}$$

где $T_э=\dfrac{L_{я\Sigma}}{R_{я\Sigma}}$; $T_{м1}=\dfrac{J_1}{\beta}$; $T_0=a_mT_\mu$.

Для систем, у которых постоянная якорной цепи отнесена к компенсируемой $T_{\mu 1}=T_\mu+T_э$, выражение для W_{pm} примет вид:

$$W_{pm}=\frac{R_{я\Sigma}}{a_mT_{\mu 1}pK_{om}K_n}. \tag{8.16}$$

С учетом (8.16) выражения для $A_{\mu 12}$ запишутся следующим образом:

$$A_{\mu 12}=\sqrt{\frac{\left[T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega^4-\left(T_{м1}+T_0\right)\Omega^2\right]^2+\left[T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega^5+T_0\left(T_{м1}+T_\mu\right)\Omega^3\right]^2}{\left\{T_{м1}\Omega_{12}+T_0\Omega_{02}^2+T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega^4-\left[\left(T_{м1}+T_0\right)+T_{м1}T_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega_{12}^2\right]\Omega^2\right\}^2+\left\{T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega^5+\left[T_0T_\mu\Omega_{12}^2+T_0T_\mu\Omega_{02}^2\right]\Omega-\left[T_0\left(T_{м1}+T_\mu\right)+T_{м1}T_эT_0T_\mu\Omega_{12}^2\right]\Omega^3\right\}^2}}. \tag{8.17}$$

Зависимости $A_{\mu_{12.м}}=f\left(T_\mu\right)$ (рис. 104*а*), при настройке контура на ТО, показывают, что при суммарной компенсируемой $T_\mu \le 0{,}01$ с быстродействие контура при $a_m=2$ высоко и электромеханическая связь на частотах Ω_{12} = 10–20 1/с существенно ослабляется. Поэтому с целью сохранения демпфирования необходимо увеличивать $a_m > 2$. Однако надо проверить, не снижается ли при больших $a_m(a_м)$ динамическая точность регулирования момента до недопустимого уровня. Постоянная интегрирования $T_и = a_m T_\mu$ ПИ регулятора при больших и средних частотах Ω_{12} выполняет роль фильтра, приводя к ослаблению токоограничения.

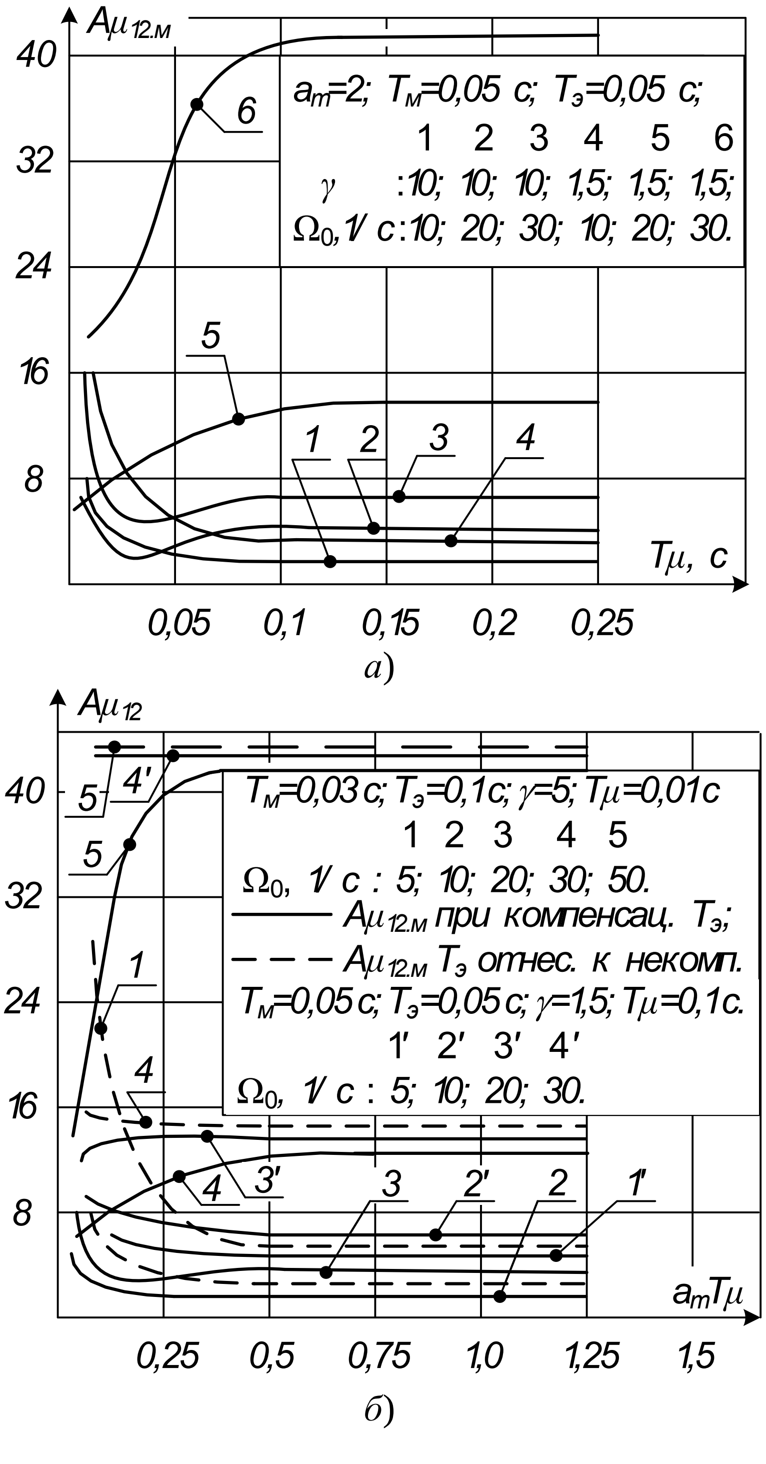


Рис. 104. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(T_\mu)$ (*а*), $A_{\mu_{12.м}} = f(a_m T_\mu)$ (*б*)

Применение интегрального регулятора тока (рис. 104*б*) не позволяет снизить значения $A_{\mu_{12.м}}$ до величин, значительно отличающихся от $A_{\mu_{12.м}}$, имеющих место в исходной разомкнутой системе. Постоянная $T_и$ регулятора тока в этом случае должна быть выбрана из условия обеспечения фильтрующих свойств на частоте Ω_{12} механической части, что обеспечивает реализацию демпфирующих свойств в ЭМС за счет наличия внутренней связи по ЭДС двигателя.

8.3.2. Колебательные нагрузки передач в однократно-интегрирующей системе подчиненного регулирования скорости

При стандартных допущениях, используемых при последовательной коррекции, динамическая механическая характеристика двухконтурной системы регулирования имеет вид (8.18). Анализ колебательных нагрузок в такой системе, с учетом принятых допущений, не вызывает затруднений и может быть проведен на основании методик, рассмотренных выше. Поэтому первоочередное значение имеет вопрос выяснения влияния указанных функций на достоверность результатов расчета, а также выделения областей параметров, в которых данные допущения приводят к существенным ошибкам.

«Система уравнений для анализа колебательных нагрузок редукторного электропривода, при параметрических возмущениях с двухконтурной системой подчиненного регулирования» [33] имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&e_n = \left[-K_{oc}\omega_1(p)W_{pc} - K_{om}i_я(p)\right]W_{pm}\cdot\frac{K_n}{T_n p+1};\\
&e_n = K\varPhi\omega_1(p) + R_{я\Sigma}(T_э p+1)i_я(p);\\
&K\varPhi i_я(p) - M_{12} = J_1 p^2\varphi_1(p);\;\; M_{12} = J_2 p^2\varphi_2(p);\\
&M_{12} = C_{12}\Delta\varphi(p);\;\; \varphi_1 = \varphi_2(p) + \Delta\varphi(p) + \Delta\varphi_2(p),
\end{aligned}\right\} \tag{8.18}$$

где $W_{pc} = \dfrac{K_{om}K\varPhi T_{м1}}{K_{oc}R_{я\Sigma}a_c a_m T_\mu}$; $W_{pm} = \dfrac{R_{я\Sigma}(T_э p+1)}{a_m T_\mu p K_{om} K_n}$.

Выражение для $A_{\mu_{12}} = f(\Delta\mu_в)$ запишется так:

$$A_{\mu_{12}} = \frac{\mu_{12.м}}{\Delta\mu_{в.м}} =$$

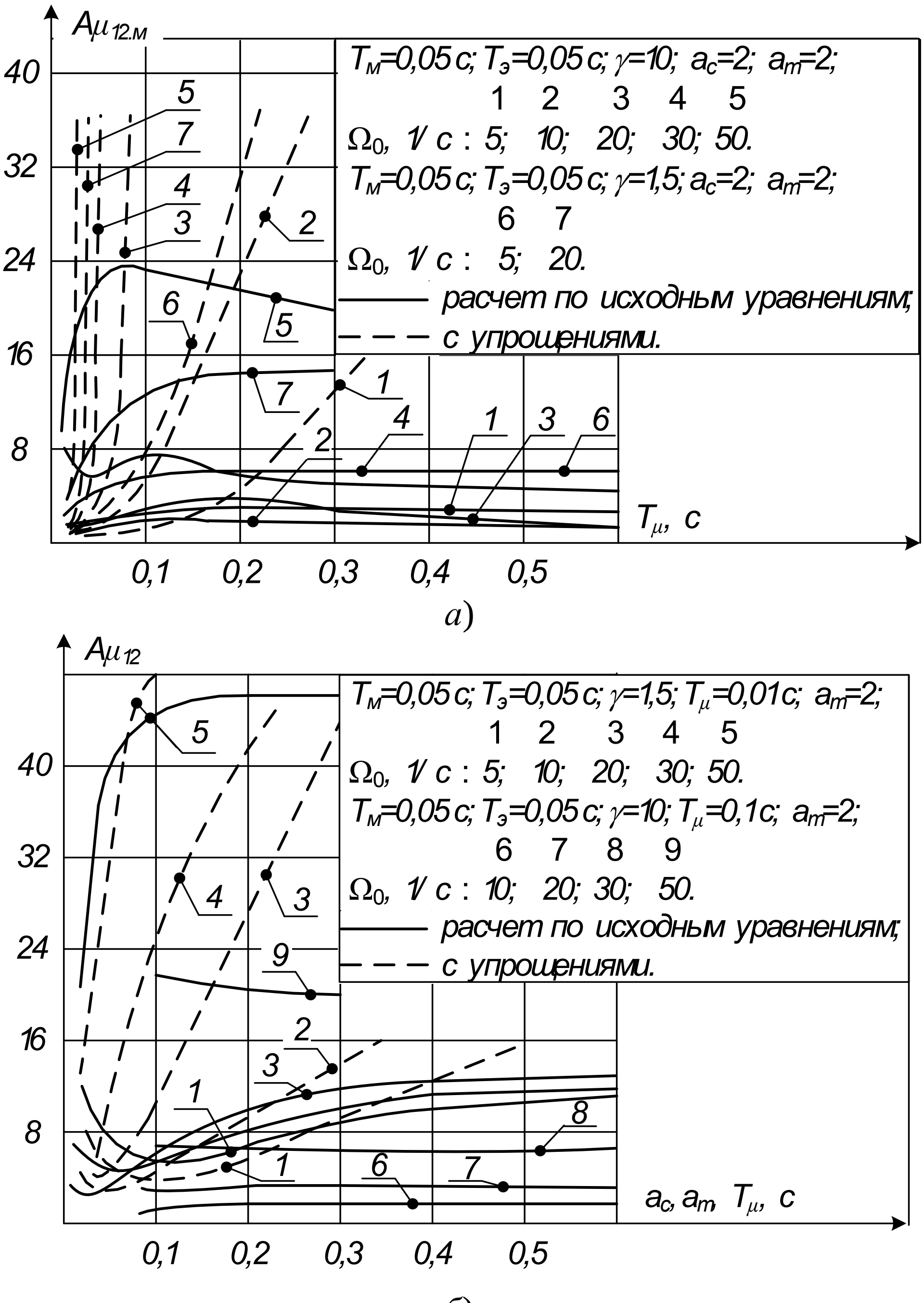
$$= \sqrt{\frac{\left\{\left[T_{м1}T_c\left(T_0+T_э\right)+T_cT_0T_\mu\right]\Omega^4 - T_{м1}\Omega^2 - T_{м1}T_cT_0T_эT_\mu\Omega^6\right\}^2 + \left\{T_{м1}T_cT_0\left(T_э+T_\mu\right)\Omega^5 - \left[T_{м1}T_c + T_{м1}T_я + T_cT_0\right]\Omega^3\right\}^2}{\begin{gathered}\left\{\left[T_{м1}T_c\Omega_{12}\left(T_0+T_э\right)+T_cT_0T_\mu + T_{м1}T_cT_0T_эT_\mu\Omega_{12}^2\right]\Omega^4 - \left[T_{м1}+T_{м1}T_c\left(T_0+T_э\right)\Omega_{12}^2 + T_cT_0T_\mu\Omega_{02}^2\right]\Omega^2 - T_{м1}T_cT_0T_эT_\mu\Omega^6 + T_{м1}\Omega_{02}^2\right\}^2 + \\ + \left\{\left[T_{м1}T_cT_0\left(T_э+T_\mu\right)\right]\Omega^5 + \left[T_{м1}T_э\Omega_{02}^2 + T_cT_0\Omega_{02}^2 + T_{м1}T_c\Omega_{12}^2\right]\Omega - \\ - \left[T_{м1}T_c + T_{м1}T_э + T_cT_0 + T_{м1}T_cT_0(T_э+T_\mu)\Omega_{12}^2\right]\Omega^3\right\}^2\end{gathered}}}, \qquad (7.19)$$

где $T_0 = a_m T_\mu$; $T_c = a_c a_m T_\mu$; $T_{м1} = \dfrac{J_1}{\beta}$; $\beta = \dfrac{(К\Phi)^2}{R_{я\Sigma}}$; $T_э = T_я$.

Расчеты показывают (рис. 105), что принятые допущения не приводят к значительным ошибкам лишь при малых значениях $T_\mu =$ $= 0{,}01 - 0{,}05$ с и частоте Ω_{12}, не превышающей значений 20 1/с. При больших значениях $T_\mu > 0{,}05$ с и $\Omega_{12} > 20$ 1/с расчеты, с учетом принятых допущений, приводят к значительным ошибкам. Поэтому, в указанной области параметров, «анализ колебательных нагрузок необходимо проводить на основании исходных уравнений (8.18)» [33].

Расхождения обусловлены тем, что при больших T_μ и Ω_{12} демпфирование колебаний обусловлено в основном наличием внутренней связи по ЭДС двигателя и определяется параметрами разомкнутой части ЭМС, вследствие значительной инерционности контура регулирования, выступающей в качестве фильтра низкой частоты. Следовательно, неучет внутренней связи по ЭДС при больших T_μ и Ω_{12}, при определении демпфирующей способности ЭП, недопустим.

«Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f\left(T_\mu\right)$ (рис. 104) показывают, что оптимальное демпфирование в однократно-интегрирующей системе при $\Omega_{12} > 10$ 1/с имеет место при $T_\mu = 0{,}01$ с» [33] или ее незначительном увеличении.



а)

б)

Рис. 105. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(T_\mu)$ (*а*), $A_{\mu_{12.м}} = f(a_c a_m T_\mu)$ (*б*)

При данном T_μ варьирование a_c выявляет минимум колебательных нагрузок. Варьирование a_c приводит к положительным результатам лишь при $\Omega_{12} < 30$ 1/с, где выбор $a_c > 2$ может привести к снижению $A_{\mu_{12.м}}$ в сравнении с $a_c = 2$.

8.4. Методы синтеза и выбора параметров ЭМС с упругими связями, обеспечивающих оптимизацию демпфирующих свойств электропривода

Анализ публикаций, посвященных исследованию ЭМС с упругими связями и методам оптимизации их параметров, показал, что наибольшее применение получили частотные методы [5, 21, 28, 31], основанные на распределении корней [16], и интегральные методы [30].

Поэтому, исходя из выводов и рекомендаций, приводимых в специальной литературе, материал монографии можно дополнить следующими положениями.

В [5] приводятся соотношения параметров ЭМС, при которых упругостью можно пренебречь и использовать настройки регуляторов, соответствующих жесткой системе

$$W_{pm}(p) = \frac{T_я p + 1}{\left(K_{om} K_n a_m T_\mu / R_{я\Sigma}\right) p}. \tag{8.20}$$

Так как демпфирование, вносимое приводом, определяется внутренней обратной связью по ЭДС двигателя, то при незначительном влиянии этой связи демпфированием, вносимым электроприводом, можно пренебречь, и расчет параметров РТ проводить без учета упругости в соответствии с (8.20). В [5] приводятся соотношения параметров, при которых упругостью можно пренебречь:

а) при соотношении инерционных масс $\gamma \leq 1{,}2$.

Контур момента (тока). При настройке контура тока на ТО с компенсацией $T_я$ передаточная функция ПИ-регулятора (РТ) в жесткой системе примет вид

$$W_{pm} = \frac{T_я p + 1}{\left(K_{om} K_n a_m T_\mu / R_{я\Sigma}\right) p}; \tag{8.21}$$

б) при частоте собственных колебаний МЧЭП значительно выше частоты пропускания ЭМС $T_{м\Sigma}\Omega_{12} > \sqrt{\gamma}$, где $T_{м\Sigma} = \left(J_1 + J_2\right)/\beta$– электромеханическая постоянная в разомкнутой системе;

в) при высоком быстродействии контура тока, когда колебания скорости ω_1 не приводят к колебаниям тока (момента), $T_{м\Sigma} > 10\, a_m T_{\mu m}$, где $T_{\mu m}$ – сумма малых некомпенсируемых постоянных времени в контуре тока; a_m – коэффициент демпфирования контура.

Сохранение демпфирования «при низких частотах $\Omega_{12} < 100$ 1/с при типовой настройке контура тока на ТО достигается при уменьшении быстродействия контура» [23] – выборе $a_m > 2$, который, согласно рекомендациям [2, 7], определяется соотношением (8.22).

$$a_m > \frac{1}{\left(T_{\mu m}\Omega_{12}\right)^2}. \tag{8.22}$$

«Однако необходимо проверить, не снижается ли при больших a_m динамическая точность регулирования тока (момента)» [23].

Контур скорости. Согласно [5], пренебречь влиянием упругости при оптимизации контура скорости на ТО можно при соотношении параметров, когда:

а) значение $\gamma < 1{,}2$;

б) частота собственных колебаний механической части ЭМС гораздо больше полосы частот пропускания контура, когда условия *б* и *в* для контура тока выполняются и $T_{\mu c}\Omega_{12} > \sqrt{\gamma}$, где $T_{\mu c}$ – суммарная некомпенсируемая постоянная контура скорости;

в) быстродействие контура скорости настолько велико, что низкочастотные колебания момента двигателя не приводят к колебаниям скорости, имеет место при выполнении условий *б* и *в* для контура тока и $T_{\mu c} < 1/4\ \Omega_{12}$.

«Задачей коррекции контура скорости является получение его наибольшего быстродействия при удовлетворительном подавлении упругих колебаний. В качестве регулятора скорости (РС) в зависимости от требований статики и динамики могут быть применены» [23] пропорциональный (П) или пропорционально-интегральный (ПИ) РС. В первом варианте передаточная функция РС в жесткой системе будет следующая:

$$W_{pc}(p) = K_{pc} = \frac{K_{om}(K\Phi)^2 T_{м\Sigma}}{K_{oc}R_{я\Sigma}a_c T_{\mu c}}, \tag{8.23}$$

во втором

$$W_{pc}(p) = \frac{4\cdot T_{\mu c}p + 1}{\dfrac{K_{oc}R_{я\Sigma}}{K_{om}(K\Phi)^2 T_{м\Sigma}}\cdot 8\cdot T_{\mu c}^2 p}, \tag{8.24}$$

где a_c – «коэффициент демпфирования контура скорости» [33].

Для случая, когда $1/T_{\mu c} < \Omega_{12}$ (собственная частота колебаний механической части больше полосы частот пропускания ЭМС), реализация демпфирующей способности достигается уменьшением $T_{\mu c}$, при этом, согласно [5], ее величину определяет соотношение

$$T_{\mu c} \le \sqrt{\gamma}/\Omega_{12} \,.$$

А так как в рассматриваемой области частот характеристики контуров, настроенных на ТО и СО, совпадают, сказанное справедливо для обоих случаев настройки контуров.

В случае, когда $1/T_{\mu c} > \Omega_{12}$ (высокое быстродействие контура скорости), для проявления демпфирования необходимо увеличивать $T_{\mu c}$, что при данной некомпенсируемой постоянной в контуре можно достичь уменьшением коэффициента усиления РС в γ раз. Однако такая настройка ведет к снижению быстродействия.

Для повышения быстродействия при больших γ и подавления колебаний при малых γ используются последовательная или параллельная коррекция.

При больших $\gamma > 10$ быстродействие можно повысить за счет применения РС с передаточной функцией [5].

$$W_{pc} = \frac{K_{pc}\left(T_{p2}p+1\right)}{T_{p1}p+1}\,, \tag{8.25}$$

где $T_{p1} = \sqrt{\gamma}/\Omega_{12}$; $T_{p2} = 1/\Omega_{12}$.

Быстродействие в этом случае повышается примерно в γ раз в сравнении со случаем пропорционального РС.

«Другой распространенный способ коррекции при больших γ – использование узкополосного фильтра, настроенного на частоту Ω_{12} и включенного на выход РС» [5, 6]. Недостатком такого решения является необходимость «острой настройки фильтра и высокая чувствительность системы к изменению параметров» [23].

«В случае малых γ добиться эффективного демпфирования колебаний в результате выбора структуры и параметров РС невозможно. Здесь наиболее эффективно использование обратных связей по скорости ω_2» [23] исполнительного органа механизма.

Введение обратной связи по производной от ω_2 $W_{oc1}(p) = T_{oc1}p$ приводит к эффекту, эквивалентному увеличению γ, т. е. J_2, что обеспечивает получение плавных переходных процессов. Положительный эффект может быть получен и при введении обратной связи по второй производной от ω_2 $W_{oc1}(p)=T_{oc1}^2 p^2$. Однако двукратное дифференцирование на практике трудно реализуемо из-за наличия пульсаций датчика скорости. Аналогичный результат дает обратная связь по разности скоростей ω_1 и приведенной к валу двигателя ω_2 $W_{oc1}(p)=W_{oc2}(p)=K_{oc}$.

«Наиболее эффективного ограничения упругих колебаний, по сравнению с рассмотренными пассивными способами демпфирования, можно достигнуть, при наличии информации о динамических нагрузках передач, в системах с активным демпфированием» [42, 43]. Однако «при практической реализации таких систем возникает ряд технических трудностей, связанных с необходимостью применения надежных дорогостоящих датчиков измерения усилий» [23], быстродействующих систем с повышенной перегрузочной способностью и реализацией в системе управления дополнительных контуров обратных связей.

Получение информации о труднодоступных для измерения величинах ω_2 и M_{12} осуществляется в наблюдающих устройствах (НУ) или наблюдателях. Наблюдающее устройство выполняет «функцию идентификации всего объекта управления или его части и представляет собой его математическую модель» [23].

Наблюдающие устройства являются неотъемлемой частью систем *модального управления,* при котором объект управления замыкается обратными связями по всем координатам (переменным состояния), характеризующим его состояние в любой момент времени. В этом случае, при соответствующих коэффициентах обратных связей, можно получить желаемые показатели регулирования выходных координат ЭМС.

Функциональная схема системы модального управления скоростью с подчиненным контуром регулирования тока замкнутой по вектору состояния [$\omega_1, M_{12}, \omega_2$] показана на рис. 106.

Здесь токовый контур замкнут через РТ. Блок ограничения (БО) определяет стопорный ток двигателя. В режимах малых отклонений его коэффициент усиления равен единице. При доступных для измерения скорости ω_1 и тока $i_я$ в наблюдателе определяются значения $\hat{M}_{12}$, $\hat{\omega}_{12}$, подаваемые на вход модального регулятора (МР). Коэффициенты обратных связей МР $K1$, $K2$, $K3$ определяются на основании приравнивания правых частей характеристического полинома объекта управления (ОУ), замкнутого МР, и характеристического полинома, определяющего желаемый характер распределения корней. В режимах больших отклонений при работе БО в зоне насыщения обратные связи разрываются, и наличие упругости может привести к возникновению колебаний скоростей ω_1 и ω_2. Для исключения насыщения БО в переходных режимах на вход системы устанавливается задатчик интенсивности.

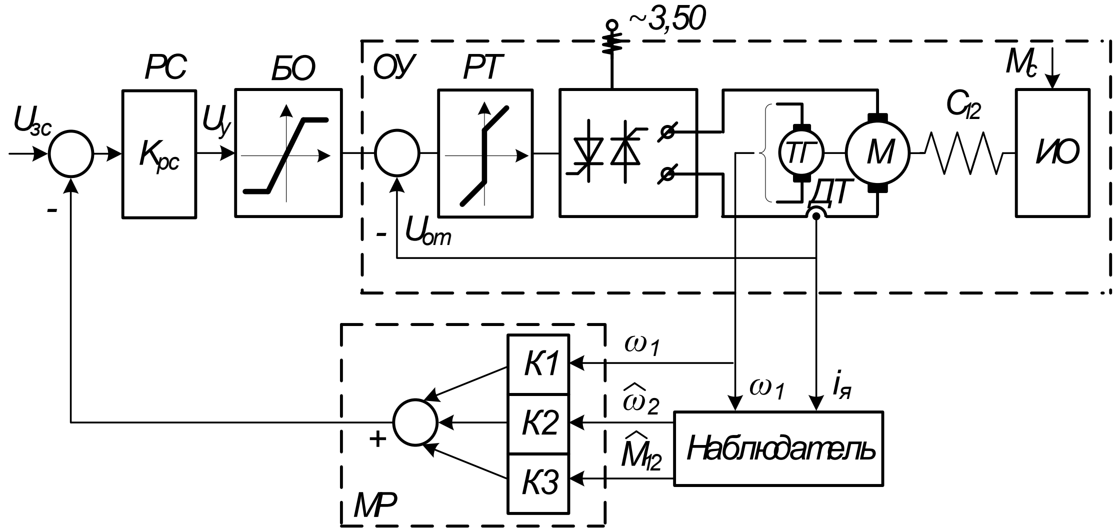


Рис. 106. Структура двухмассовой системы электропривода постоянного тока с модальным регулятором

К достоинствам модального управления можно отнести:

– возможность получения любого демпфирования и быстродействия в «малом» в линейных системах ЭП;

– робастность системы управления;

– простоту синтеза сложных линейных систем.

Недостатки модального управления: желаемый характер переходных процессов достижим при малых отклонениях; большое число измеряемых координат, т. е. повышенная потребность в датчиках.

Следовательно, за счет рационального выбора структуры системы «управления и параметров электрической и механической части удается значительно снизить или полностью устранить негативное влияние упругих механических связей, зазоров кинематической цепи и параметрических возмущений на работу ЭМС» [23], что способствует повышению точности регулирования, надежности и долговечности работы машины и механизмов технологического оборудования.

9. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

9.1. Экспериментальное исследование динамических режимов редукторного электропривода

Основные теоретические положения, практические рекомендации и выводы, задекларированные в монографии, подтверждают экспериментальные исследования ЭМС электропривода поворота экскаватора ЭШ-15/90 карьера «Сиргала» производственного объединения «Эстонсланец». На экскаваторе промышленные испытания различных схем тиристорного электропривода поворота проводились бригадой кафедры АЭП МЭИ и треста «Энергоуголь» при непосредственном участии автора.

С целью выявления динамических нагрузок электропривода поворота были сняты осциллограммы переходных процессов пуска, реверса и торможения, при положении ковша у пяты стрелы, с целью исключения его раскачивания и получения наиболее наглядной картины резонансных явлений. Запись момента осуществлялась с помощью полупроводниковых тензодатчиков, наклеенных на вал шестерню. Тарировка тензодатчиков проводилась методом встречного включения двигателей при стопорном токе якоря.

Кинематическая схема механизма поворота экскаватора ЭШ-15/90 представлена на рис. 107. Технические данные редуктора механизма поворота приведены в табл. 16.

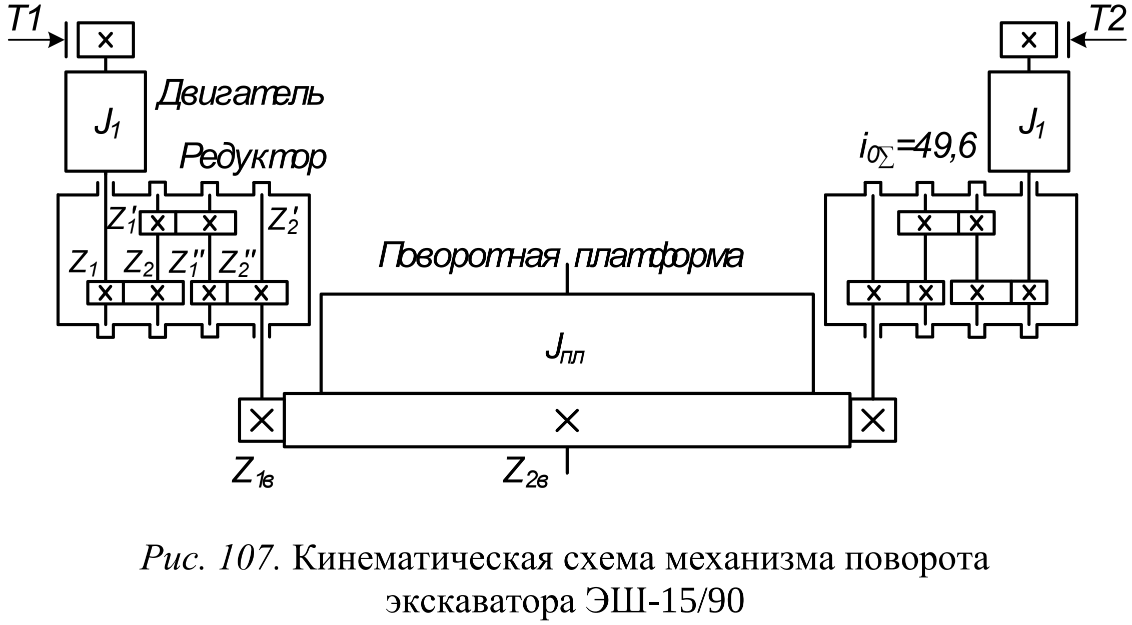


Рис. 107. Кинематическая схема механизма поворота экскаватора ЭШ-15/90

Таблица 16

Параметры редуктора поворота				
Ступень	m	Z_1	Z_2	$i_{0.ст}$
Первая ступень редуктора	10	25	130	5,200
Вторая ступень редуктора	16	19	87	4,580
Третья ступень редуктора	26	23	48	2,085
Венцовое зацепление	50	10	176	17,600
Суммарное передаточное число редуктора $i_{0\Sigma}$ = 49,6 Передаточное число механизма поворота i_0 = 874				

При выборе расчетной схемы механизма учитывалось, что инерционные массы редукторов при приведении их к валу двигателей малы по сравнению с моментом инерции двигателя и тормозного шкива. В то же время податливости валов редукторов достаточно велики, а податливости зацепления пренебрежимо малы. Сказанное дает основание заменить каждый двигатель с редуктором, включая выходной вал – шестерню, суммарным приведенным моментом инерции J_1, связанным с венцовой шестерней через приведенную жесткость C_{12}.

Источником возмущений в механизме поворота является зацепление последней зубчатой пары ведущей шестерни с зубчатым венцом. Характерной особенностью механизма поворота ЭШ-15/90 является то, что редукторы расставлены таким образом, что возмущения со стороны выходного вала являются противофазными. Иными словами, редукторы установлены так, что между ведущими шестернями укладывается целое число шагов плюс полшага. В этом случае имеют место противофазные возмущения. При противофазных колебаниях двигателей колебательные составляющие нагрузки валопроводов уравновешиваются на зубчатом венце, и на платформу не передаются. Поэтому можно рассматривать движение каждого двигателя по отношению к колебаниям резонансного характера вне зависимости друг от друга, то есть представить двухдвигательный привод поворота эквивалентным однодвигательным. С учетом сказанного двухдвигательный привод представляем «двухмассовой эквивалентной расчетной схемой (рис. 108), где J_2 – приведенный момент инерции платформы» [33], стрелы и ковша.

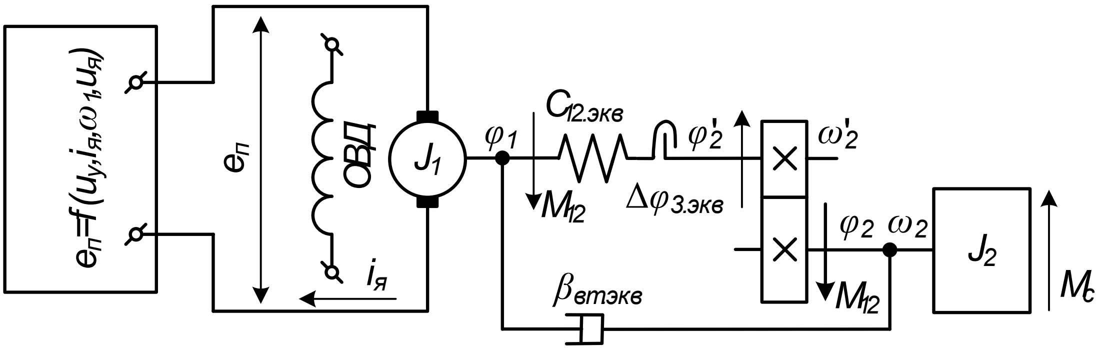


Рис. 108. Расчетная схема электропривода поворота

Двигатели поворота имеют следующие технические данные: тип МПЭВ-60/29, $P_н = 350$ кВт, $U_н = 450$ В, $I_н = 840$ А, $n_н = 1260$ об/мин; $2p = 6$, $J_1 = 32{,}7$ кг·м^2, $R_{я\Sigma} = 0{,}01272$ Ом. Индуктивность якорной цепи определялась по приближенной формуле Уманского – Линвилля [16].

$$L_{я\Sigma} = \frac{KU_н}{2p\ n_н I_н};\ L_{я\Sigma} = \frac{5\cdot 450}{6\cdot 1260\cdot 840} = 0{,}000354\ \text{Гн}.$$

Сопротивление якорной цепи двигателя

$$R_{я\Sigma} = \left(R_я + R_{дп} + R_{сд}\right)\cdot\alpha = \left(0{,}00522 + 0{,}006 + 0{,}00377\right)\cdot 1{,}2 =$$
$$= 0{,}01272\ \text{Ом}$$

Коэффициент КФ

$$K\Phi = \frac{\left(U_н - I_н R_{я\Sigma}\right)\cdot 30}{\pi\ n_н};\ K\Phi = \frac{\left(450 - 840\cdot 0{,}01272\right)\cdot 30}{3{,}14\cdot 1260} = 3{,}32.$$

Были проведены испытания трех схем электропривода, имеющих существенно различные демпфирующие свойства по отношению к колебаниям резонансного характера, обусловленным параметрическими возмущениями.

Первая схема представляет собой схему поочередного управления вентильными преобразователями подчиненного регулирования тока при последовательном соединении якорных цепей двигателей. Принципиальная схема силовой части электропривода приведена на рис. 109. В силу указанной выше особенности – противофазности возмущающих воздействий – демпфирование механических колебаний электропривода в такой системе отсутствуют полностью. Здесь колебание скоростей ω_1 и ω_2 совершаются в противофазе друг к другу, сумма их противофазных колебаний ЭДС остается неизменной, а следовательно, в силу указанных причин демпфирование колебаний приводом отсутствует полностью и складываются условия для наиболее опасных проявлений резонанса. Величина амплитуд резонансных колебаний в данной схеме ограничивается наличием естественного механического демпфирования. По данным эксперимента, «механическое демпфирование обеспечивает затухание колебаний с $\lambda = 0{,}2$» [33]. «Величину резонансных амплитуд можно подсчитать согласно выражению $A_{\mu_{12.м}} = \pi / \lambda = 15{,}7$» [14].

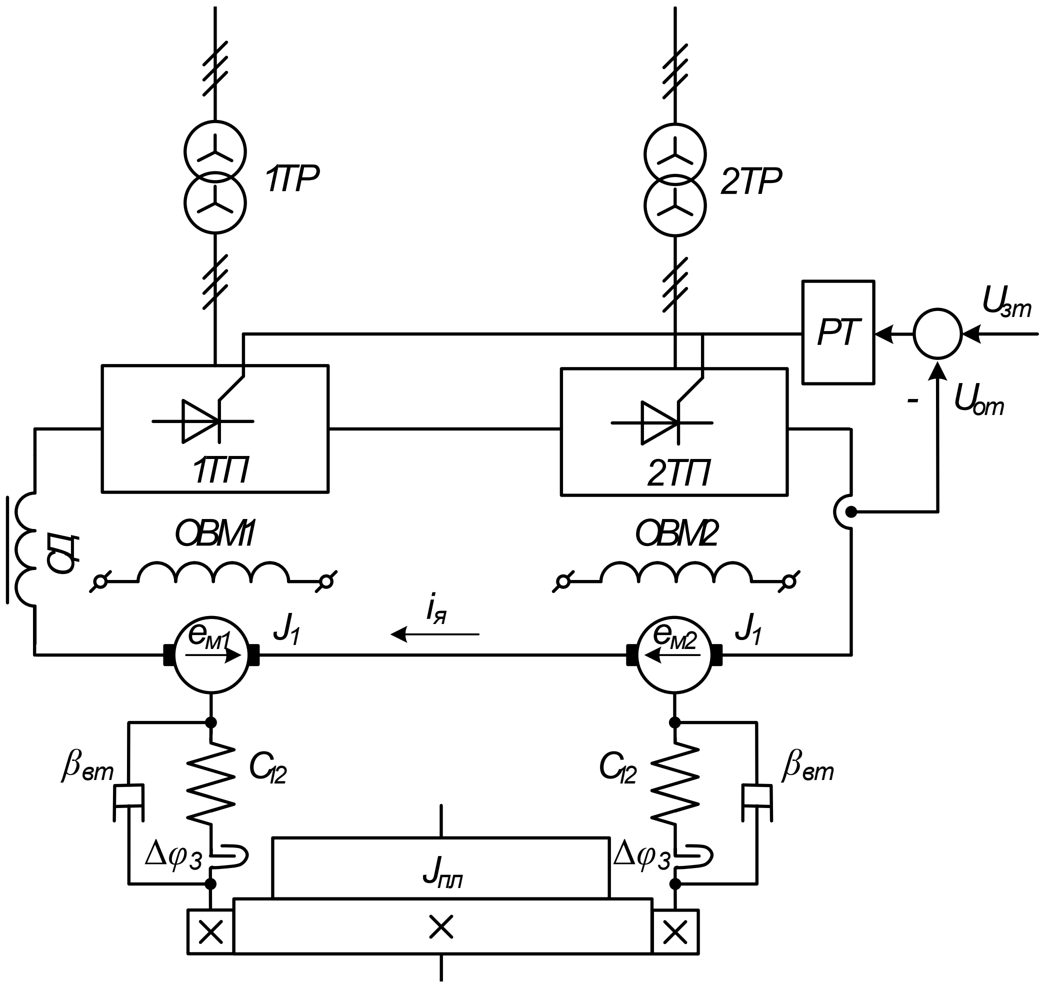


Рис. 109. Схема последовательного соединения двигателей

Приняв в качестве $M_б = M_{стоп} = J_{\sum}\varepsilon_{доп}$, получим следующее выражение для величины расчетного возмущающего момента:

$$\Delta\mu = \frac{\Omega_0^2 \Delta i_м \omega_2}{\gamma \varepsilon_{доп} \Omega}, \tag{9.1}$$

где $J_{\sum} = J_1 \cdot \gamma$.

Частота зубцовых пульсаций $\Omega = \omega_{мех} \cdot z_в$, следовательно

$$\frac{\omega_2}{\Omega} = \frac{i_0 \omega_{max}}{z_в \omega_{max}} = \frac{i_0}{z_в}.$$

В результате выражение для определения $\Delta\mu$ примет вид

$$\Delta\mu_в = \frac{\Omega_0^2 \Delta i_м i_0}{\gamma \varepsilon_{доп} Z_в}, \qquad (9.2)$$

где $\gamma = J_{\sum} / m \cdot J_1$;

m – число приводных двигателей.

Входящие в выражение (9.2) параметры, применительно к электроприводу поворота ЭШ-15/90, имеют следующие значения: $\varepsilon_{доп}$ =10 1/с^2, γ = 10, Ω_0 = 10 1/с, i_0 = 874, $Z_в$ = 176, $\Delta i_м$ = 0,075. Расчетное значение, полученное по (9.2), составляет $\Delta\mu_в$ = 0,375.

Зависимости $A_{\mu_{12.м.гр}} = f(\Delta\mu_в)$ (рис. 100) показывают, что при данном $A_{\mu_{12.м.л}} = 15{,}7$ и $\mu_{ср}$ = 1,0 имеют место колебания с зазорообразованиями. Сравнительные данные о величине амплитуд колебаний M_{12}, полученных на основании эксперимента (осциллограмма рис. 110) и при расчетах с использованием метода гармонической линеаризации, приведены в табл. 17.

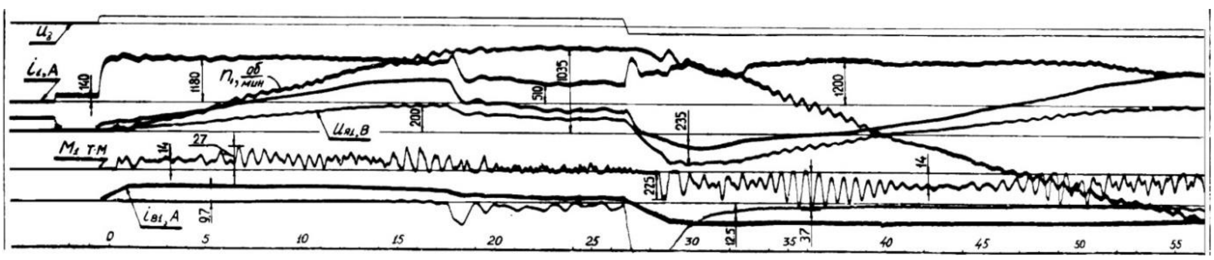


Рис. 110. Осциллограмма переходного процесса при последовательном соединении двигателей

Таблица 17

Расчетные и экспериментальные значения $a_{\sim}$

Амплитуды	Расчет	Эксперимент
$a'_{\sim} = A'_{\mu_{12.м}} \Delta\mu_в$ – движение в сторону увеличения частоты	2,46	1,56
$a''_{\sim} = A''_{\mu_{12.м}} \Delta\mu_в$ – движение в сторону уменьшения частоты	3,82	2,46

Расхождение в определении расчетных значений в сторону завышения до 60% по сравнению с экспериментом обусловлено не только погрешностями метода гармонической линеаризации, но и тем обстоятельством, что при эксперименте имеет место переходный параметрический резонанс, и амплитуды колебаний не достигают своих установившихся значений. Осциллограмма (рис. 110) показывает также «на наличие резонансных колебаний в зоне субгармонического резонанса. Здесь развитие субгармонического резонанса при большой средней нагрузке передач $\mu_{ср}$ = 1,0 обусловлено наличием значительных колебаний M_{12} при вхождении привода в зону субгармонического резонанса. В отличие от колебаний на главном резонансе они развиваются менее интенсивно. Видны основные особенности, вносимые наличием люфтов в кинематической цепи. При движении в сторону уменьшения частоты (режим торможения) реализуются гораздо большие амплитуды колебаний» [33] с затягиванием последних в сторону существенно меньших частот.

Для схемы индивидуального питания основные технические данные установленного электрооборудования и расчетные параметры эквивалентной схемы электропривода поворота приведены на рис. 111.

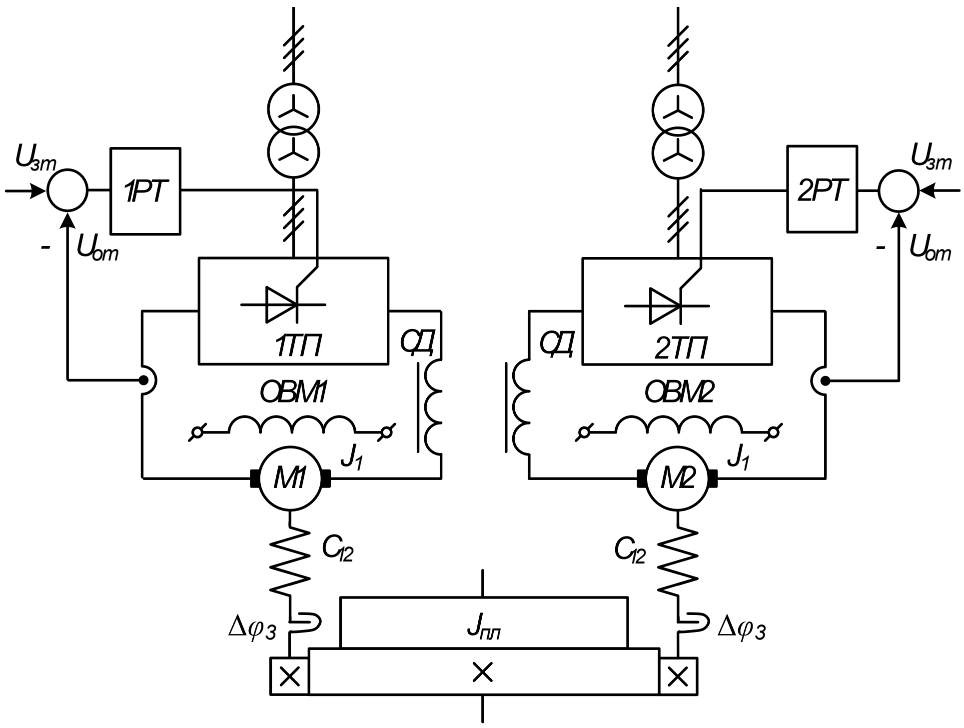


Рис. 111. Схема параллельного соединения двигателей

1. Анодный силовой трансформатор: $S_н$ = 380 кВа, $U_{1н}$ = 6000 В, $U_{2н}$ = 300 В, $I_{1н}$ = 36,6 А, $I_{2н}$ = 133 А, $U_к$% = 8%.

2. Сглаживающий дроссель ФРОС-1000/0,5Т: $L = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Гн, $R = 0{,}036$ Ом, $I = 120$ А, $f = 50$ Гц.

Расчет индуктивного сопротивления и индуктивности фазы трансформатора, коммутационного сопротивления, суммарного сопротивления и индуктивности якорной цепи, а также электромагнитной и электромеханической постоянных времени электропривода проводился на основании формул:

$$X_a \approx Z_ф = \frac{U_к \% U_{2н}}{100 I_{2н} \sqrt{3}};\ L_{ф.тр} = \frac{X_a}{2\pi f_1};\ R_к = \frac{X_a m}{2\pi};\ R_{я\Sigma} = R_{я\Sigma д} + R_к + R_{сд};$$

$$L_{я\Sigma} = L_{яд} + L_{ф.тр} + L_{сд};\ T'_э = \frac{L_{я\Sigma}}{R_{я\Sigma}};\ T'_м = \frac{J_1 R_{я\Sigma}}{(К\Phi)^2}.$$

Численные значения указанных величин равны:

$X_a = 0{,}019$ Ом, $L_{ф.тр} = 0{,}0000605$ Гн, $R_к = 0{,}0181$ Ом, $R_{я\Sigma} = 0{,}035$,
$L_{я\Sigma} = 0{,}001975$ Гн, $T_э = 0{,}057$ с, $T_м = 0{,}103$ с.

Расчетные зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(a_m T_\mu)$, полученные на основании (8.15) для данной системы, которая при пуске и торможении представляет собой систему подчиненного регулирования тока (момента) двигателя, представлены на рис. 112. Анализ зависимостей (рис. 112) показывает, что увеличение $a_m T_\mu > 0{,}1$ с с целью снижения колебательных нагрузок не имеет смысла. В то же время оптимизация контура тока на «технический оптимум» приводит к существенному ослаблению демпфирующих свойств электропривода. При экспериментальных исследованиях проводилось варьирование $a_m T_\mu$ в широких пределах от 0,065 до 0,5 с.

На рис. 113 приведены осциллограммы переходного параметрического резонанса в системе индивидуального электропривода при различных значениях $a_m T_\mu$. Сравнение расчетных значений амплитуд упругого момента $a_\sim = A_{\mu_{12.м}} \cdot \Delta\mu$ и экспериментальных данных (рис. 112) указывает на их хорошие совпадения.

В схеме параллельного соединения якорных цепей двигателей (рис. 114) при симметричных противофазных возмущениях параллельно включенные якорные цепи двигателей образуют контур (показанный штриховой линией), в котором и замыкаются переменные составляющие токов, минуя якорь генератора. Демпфирующие свойства контура определяются эквивалентными постоянными времени:

$$T''_{я} = \frac{L_{яд}}{R_{я\sum д}};\ T''_{я}=0{,}0278\ \text{с};\ T''_{м} = \frac{J_1 R_{яд}}{(K\Phi)^2};\ T''_{м}=0{,}0372\ \text{с}.$$

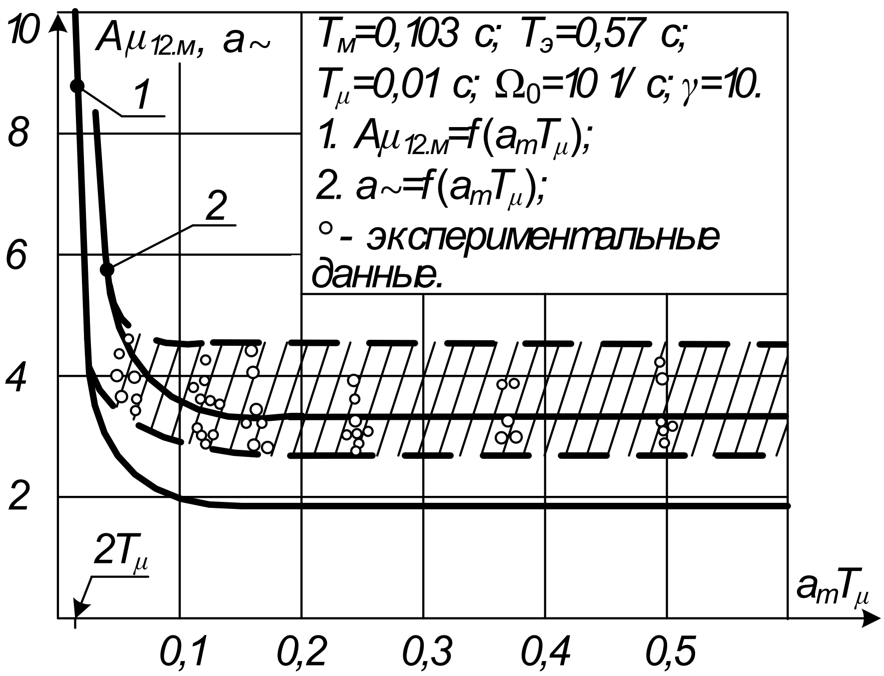


Рис. 112. Зависимости $A_{\mu_{12м}} = f\left(a_m T_\mu\right)$, $a_{\sim} = f\left(a_m T_\mu\right)$
в схеме индивидуального питания двигателей

Для схемы рис. 114 выражение АЧХ, отражающее влияние жесткости механических характеристик контура демпфирования на величину резонансных амплитуд упругого момента, когда при изменении β от 0 до ∞ произведение $T_э T_{м1}$ остается постоянным (варьирование $R_{я\sum}$), примет вид

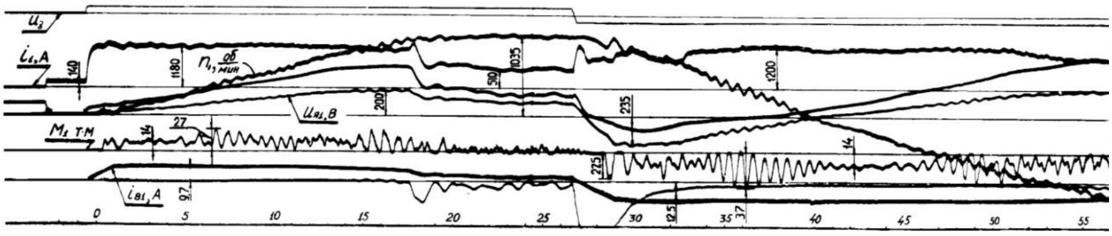
$$A_{\mu_{12}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left(T_{э0}T_{м1.0}\Omega^4 - \Omega^2\right)^2 + \left(T_{м1.0}\Omega^3 / \beta_{отн}\right)^2}{\left(T_{э0}T_{м1.0}\Omega^4 + \left(T_{э0}T_{м1.0}\Omega_{12}^2\right)\Omega^2\right) + \left[T_{м1.0}\Omega_{12}^2\Omega / \beta_{отн} - T_{м1.0}\Omega^3 / \beta_{отн}\right]^2}}, \qquad (9.3)$$

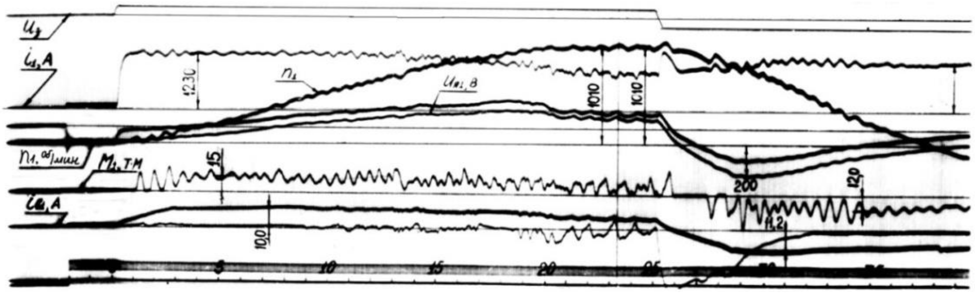
где $T_{э0}$, $T_{м1.0}$ – «значения постоянных времени, соответствующих исходным параметрам системы электропривода» [33];

$\beta_{отн} = \beta / \beta_0$ – «относительная жесткость статической механической характеристики» [33];

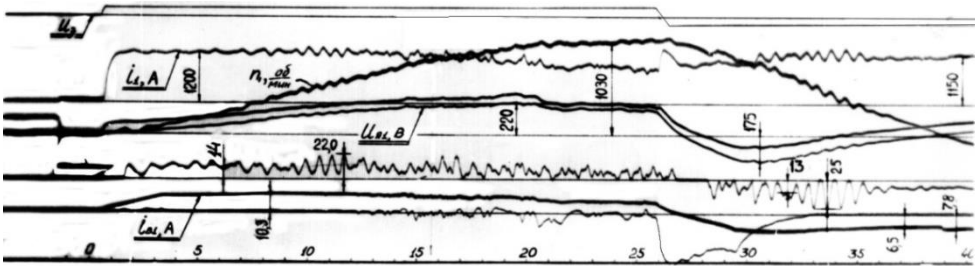
β_0 – жесткость статической механической характеристики, соответствующая исходным параметрам электропривода.



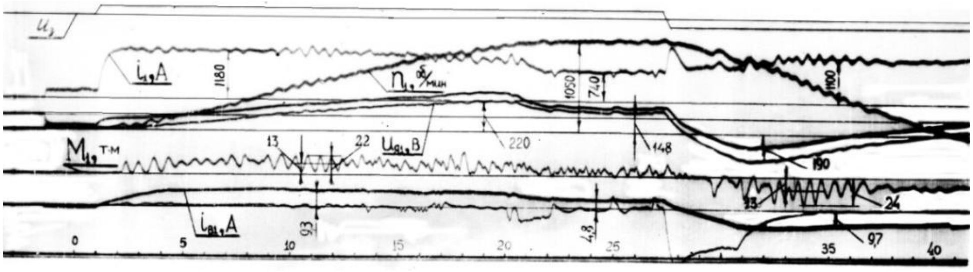
$a_m T_\mu$ = 0,0625 с



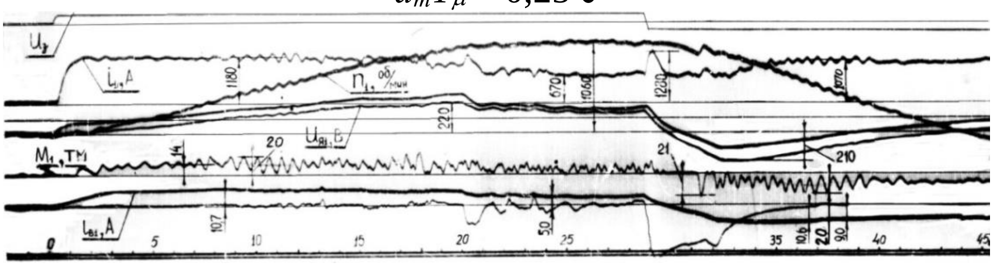
$a_m T_\mu$ = 0,125 с



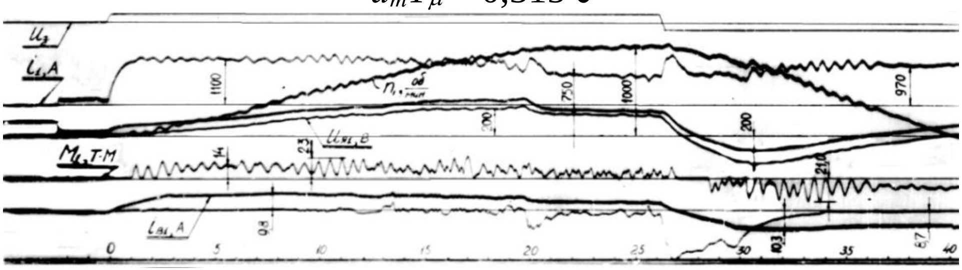
$a_m T_\mu$ = 0,165 с



$a_m T_\mu$ = 0,25 с



$a_m T_\mu$ = 0,315 с



$a_m T_\mu$ = 0,5 с

Рис. 113. Осциллограммы переходных процессов
в системе индивидуального питания

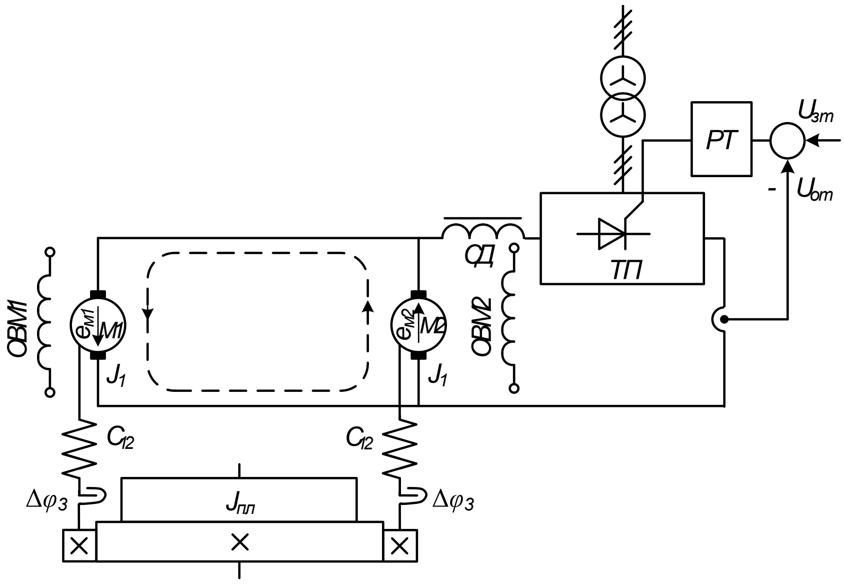


Рис. 114. Схема параллельного соединения двигателей

Построенные на основании (9.3) зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(1/\beta_{отн})$ (рис. 115) показывают, что при естественных параметрах электропривода демпфирование колебаний близко к оптимальному. Экспериментально определенные динамические нагрузки (осциллограмма рис. 116) хорошо совпадают с расчетными.

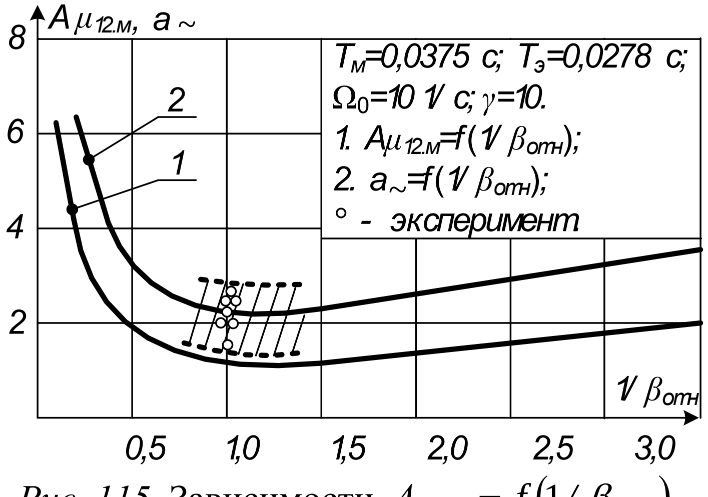


Рис. 115. Зависимости $A_{\mu_{12.м}} = f(1/\beta_{отн})$
в схеме параллельного соединения двигателей

Рис. 116. Осциллограммы переходного процесса
при параллельном соединении двигателей

Фактические значения параметров электропривода при эксперименте $\nu_{эм}$ = 0,114, $T_{м1}$ = 0,0372 с, $T_э$ = 0,027 близки к расчетным.

Приведенный «экспериментальный материал подтверждает достоверность разработанных методов анализа колебательных нагрузок, а также выявления возможности увеличения демпфирующих способностей электропривода для их снижения» [33], с помощью предложенного в работе энергетического метода. Эксперимент также подтверждает основные теоретические положения работы, отражающие особенности резонансных явлений в зонах главного и субгармонического резонансов и влияния на них нелинейностей, связанных с наличием зазоров кинематических цепей.

9.2. Исследование динамических режимов электропривода трамбовки

«В качестве примера механизма с возвратно-поступательным движением РО при наличии упругих связей в работе приводятся особенности построения модели электромеханической системы и результаты исследования на ней динамических режимов трамбовки ИЭ-4502А» [33].

«Трамбовка предназначена для уплотнения грунта при засыпке траншей, подготовке основания под здания и сооружения, строительстве оросительных каналов. В состав электромеханической системы трамбовки входят: асинхронный электропривод, кривошипный механизм, преобразующий вращательное движение ротора АД в возвратно-поступательное трамбовочного башмака, и пружинный ударный механизм. При работе преобразовательного механизма шток кривошипа воздействует на торцовую поверхность рабочей пружины, жестко связанную с трамбующим башмаком, вызывая периодические колебания трамбующего башмака и удары его по грунтовому основанию» [33].

Технические характеристики трамбовки ИЭ-4502А:

Частота ударов, $с^{-1}$	9,3
Производительность на грунтах, $м^3/ч$:	
– связного	18
– несвязного	27
Размах колебаний трамбующего башмака, м	0,03
Жесткость пружины, н/м	$1,2 \cdot 10^5$
Передаточное число редуктора i_0	5
Тип электродвигателя	АН
Номинальная мощность, кт	1,6
Синхронная частота вращения, $с^{-1}$	314
Режим работы	Продолжительный

Расчетная схема механизма трамбовки приведена на рис. 117*а*.

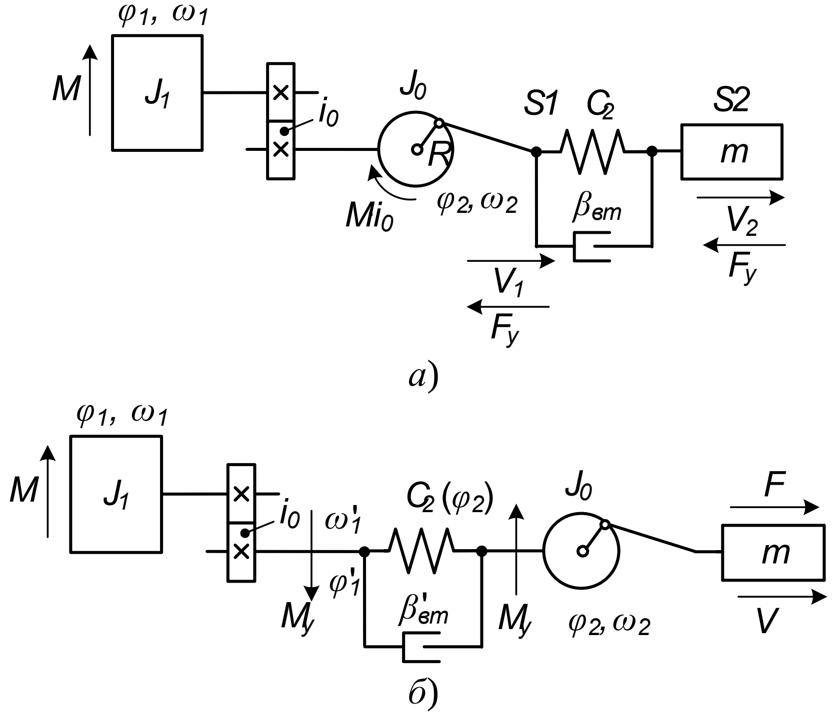


Рис. 117. Исходная (*а*) и приведенная (*б*) расчетные схемы трамбовки

«Для приведенной расчетной схемы рис. 115*б* для составления уравнений движения механической части на основании уравнений Лагранжа запишем выражения, отражающие запас кинетической, потенциальной энергии и функции Релея» [33]

$$W_к = \frac{J_1 i_0 \cdot \omega_1'^2}{2} + \frac{J_0 \omega_2^2}{2} + \frac{mV^2}{2};\; W_п = \frac{C(\varphi_2)(\varphi_1' - \varphi_2)^2}{2};$$

$$W_p = \frac{\beta_{вт}(\varphi_2)(\omega_1' - \omega_2)^2}{2}.$$

С учетом (4.15) «уравнения, описывающие движение приведенной расчетной схемы при работе АД на линейном участке механической характеристики при замене дифференцирования по углу дифференцированием по времени, примут вид» [33]:

$$\left.\begin{aligned}
&M - M_{c1} - M_{12} - M_{вт.1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt};\\
&M_{12} - M_{23}(t) + M_{вт.1} - M_{вт.2}(t) - \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2\omega_2} \cdot \frac{d[C_{23}(t)]}{dt} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt};\\
&M_{23}(t) - M_{c3}(t) + M_{вт.2}(t) - \omega_3 \frac{d[J_3(t)]}{dt} = J_3(t) \frac{d\omega_3}{dt},
\end{aligned}\right\} \quad (9.4)$$

где $M_{23}(t)=C_2R^2\sin\omega_2t(\varphi_2-\varphi_3)$; $C_{23}(t)=C_2R^2\sin^2\omega_2t$;
$M_{вт.2}(t)=\beta_{вт.2}R^2\sin^2\omega_2t(\omega_2-\omega_3)$; $J_3(t)=mR^2\sin^2\omega_2t$;
$M_{c3}(t)=F_c\cdot R\sin\omega_2t$.

«Для перехода к двухмассовой расчетной схеме рис. 43*в* выражения для $W_к$, $W_п$, $W_р$ примут вид» [33]:

$$W_к=\frac{J_1\omega_1^2}{2}+\frac{J_0\omega_2^2}{2}+J'(\varphi_2);W_п=\frac{C_{экв}(\varphi_2)(\varphi_1-\varphi_2)^2}{2};$$
$$W_р=\frac{\beta_{экв}(\varphi_2)(\omega_1-\omega_2)^2}{2}.$$

«Уравнения, описывающие движение приведенной двухмассовой расчетной схемы рис. 43*в* при $\Delta\varphi_3=0$, запишутся в виде» [33]:

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ M\left(T_{эр}+1\right)=\beta\left(\omega_0-\omega_1'\cdot i_0\right);\ 2.\ \frac{d\omega_1'}{dt}=\frac{Mi_0-M_у-M_{вт}}{J_1i_0^2};\\
&3.\ \frac{d\omega_2}{dt}=\frac{M_у-M_{вт}-\frac{1}{2}\left[\omega_2^2mR^2+\left(\varphi_1'-\varphi_2\right)^2C_2R^2\right]sin\,2\omega_2t-M_c}{J_0+mR^2\,sin^2\,\omega_2t};\\
&4.\ M_у=C_2R^2\,sin^2\,\omega_2t\left(\varphi_1'-\varphi_2\right);\\
&5.\ M_{вт}=\beta_{вт}R^2\,sin^2\,\omega_2t\left(\omega_1'-\omega_2\right);\\
&6.\ V=\omega_2R\,sin\,\omega_2t;\ 7.\ M_c=F_cR\,sin\,\omega_2t.
\end{aligned}\right\}\qquad(9.5)$$

«Однако полученная система вследствие наличия в четвертом уравнении упругого момента от периодического коэффициента $sin^2\,\omega_2t$ при нулевых начальных условиях не имеет решения. Приближенное решение такой системы возможно при замене коэффициента жесткости $C_2(\varphi_2)$ его средним значением $C_2R^2/2$» [33].

«Для исходной расчетной схемы (рис. 117) выражения, отражающие запас кинетической, потенциальной энергии, и функция Релея примут вид» [33]:

$$W_к=\frac{\left(J_1i_0^2+J_2\right)\omega_2^2}{2}+\frac{mV^2}{2};\ W_п=\frac{C_2\left(S_1-S_2\right)}{2};\ W_р=\frac{\beta_{вт}(V_1-V_2)^2}{2},$$

где $S_1=R(1-cos\,\omega_2t)$.

«В качестве независимых обобщенных координат приняты угол поворота кривошипа φ_2 и перемещение массы S_2. В соответствии с (4.15) уравнения, описывающее движение системы, запишутся» [33]:

$$\left.\begin{aligned}
&1.\ M\left(T_{эр}+1\right)=\beta\left(\omega_0-\omega_2\cdot i_0\right);\\
&2.\ \frac{d\omega_2'}{dt}=\frac{Mi_0-\left(F_{вт}+F_y\right)R\sin\omega_2 t}{J_1 i_0^2+J_0};\\
&3.\ \frac{dF_y}{dt}=C_2\left(V_1-V_2\right);\ 4.\ \frac{dV_2}{dt}=\frac{F_y+F_{вт}-F_c}{m};\\
&5.\ F_{вт}=\beta_{вт}\left(V_1-V_2\right);\ 6.\ V_1=\omega_2 R\sin\omega_2 t.
\end{aligned}\right\}\qquad(9.6)$$

«В машинах ударного действия с возвратно-поступательным движением РО при работе их в резонансных режимах можно существенно повысить производительность машин СММ при одновременном снижении энергозатрат, установленной мощности двигателя и его перегрузочной способности. При работе машин в резонансном режиме потенциальная энергия упругих элементов обеспечивает реализацию дополнительных усилий на РО».

«На рис. 118 и 119 приведены зависимости $\omega_2=f(t)$, $V_2=f(t)$, $M=f(t)$ и $F_y=f(t)$, отражающие частотный пуск, и установившиеся режимы работы электропривода трамбовки, снятые на модели при расчетах на ЭВМ с учетом жесткости пружины C_2 (рис. 118) и $C_2=\infty$ (рис. 119). Анализ зависимостей рис. 118 и рис. 119 показывает, что параметры механической части и электропривода не обеспечивают работы в резонансном режиме при параметрическом возбуждении колебаний в кривошипном механизме» [33].

«Частота установившихся колебаний больше в 1,16 раза резонансных и, тем не менее, работа электропривода вблизи резонанса позволяет повысить максимальные усилия в трамбующем башмаке в 1,15 раза при снижении момента двигателя в 1,25 раза по сравнению с системой с жесткими механическими связями» [33].

«Можно указать два возможных пути реализации резонансных режимов – по каналам управления и внешнего возмущения» [33].

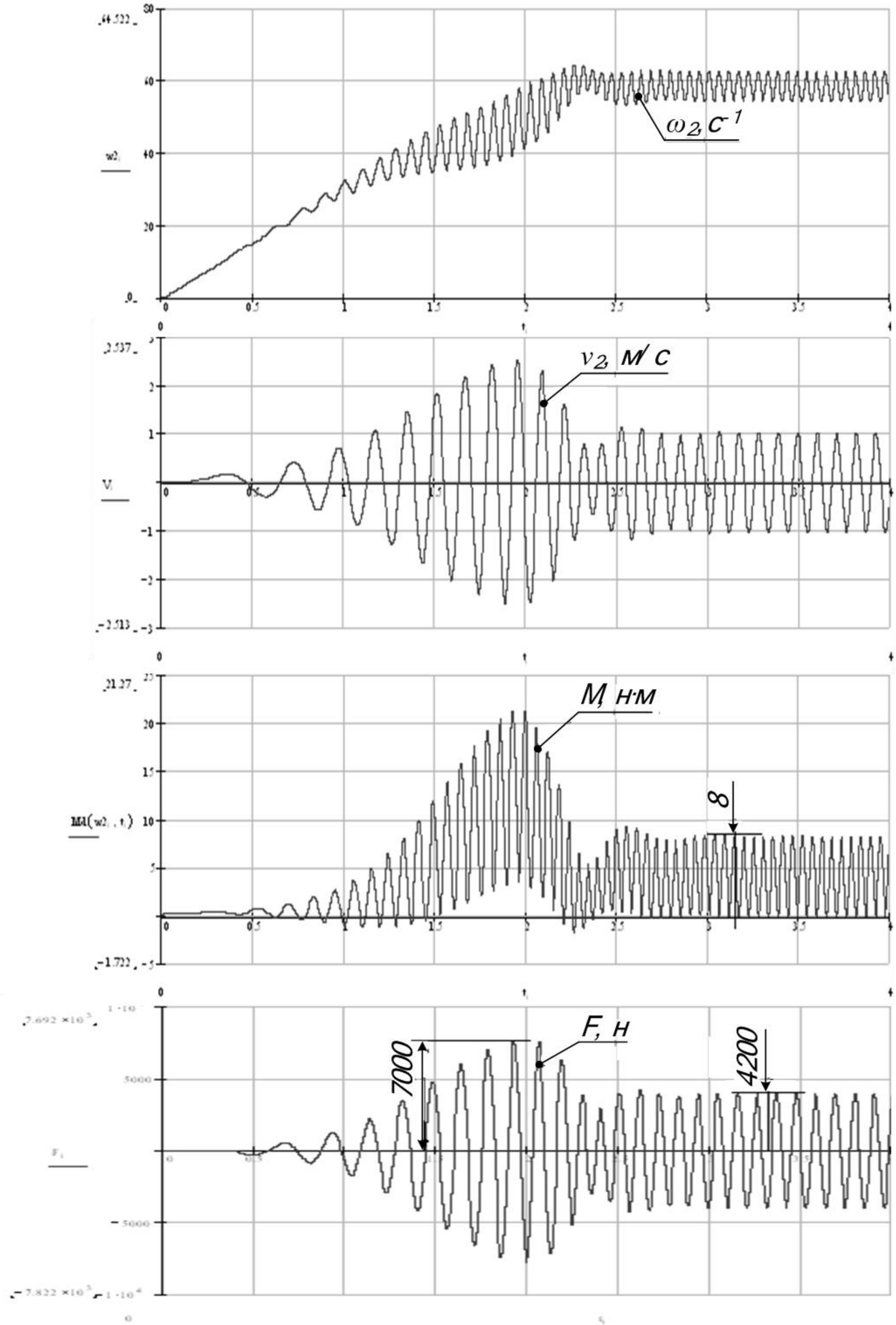


Рис. 118. Переходные и установившиеся режимы электропривода трамбовки при наличии в кинематической цепи упругого элемента

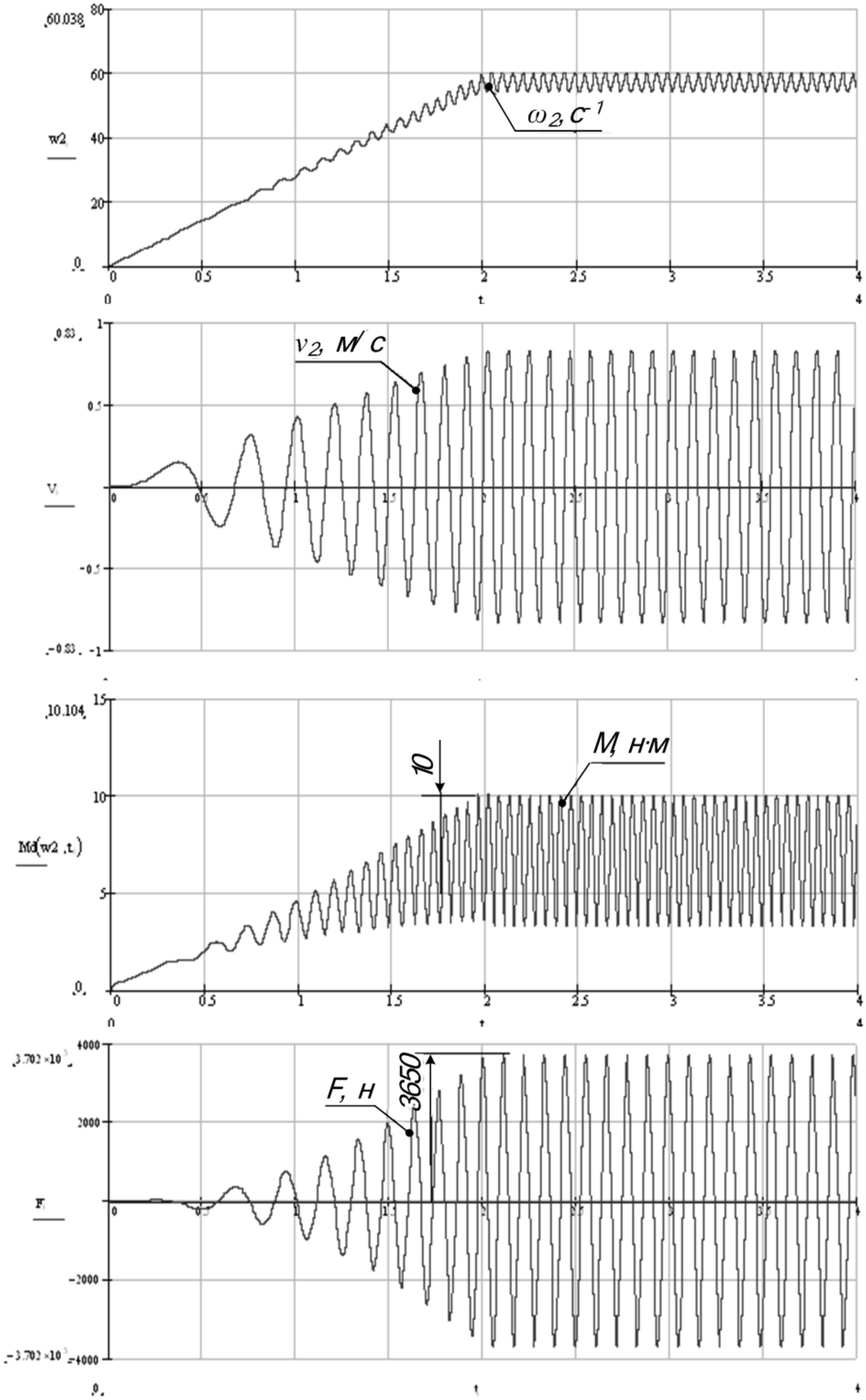


Рис. 119. Переходные и установившиеся режимы электропривода трамбовки при жестких механических связях

«В первом случае в управляющем воздействии должна присутствовать гармоническая составляющая с частотой собственных колебаний механической части, а система управления – обеспечивать амплитуды колебаний при резонансе допустимыми значениями. Во втором случае резонансный режим определяется частотой возмущений. Первый вариант реализации резонансного режима требует применения регулируемого электропривода. В машинах с нерегулируемым приводом наиболее предпочтителен второй вариант реализации резонансного режима, так как параметрические возмущения имеют регулярный циклический характер. В данном случае соответствующим выбором параметров механической части можно обеспечить его работу в зоне резонансного режима на установившейся скорости, а выбором параметров, обеспечивающих реализацию демпфирующих свойств, ограничить амплитуды колебаний допустимыми значениями, что позволяет повысить производительность при сохранении ресурса и допустимого уровня вибробезопасности работы машин СММ» [33].

«Экспериментальный материал подтверждает достоверность разработанных методов анализа колебательных нагрузок, а также выявления возможности увеличения демпфирующей способности электропривода для их снижения» [33] при использовании для расчета параметров электропривода предложенного автором энергетического метода. Данные эксперимента также подтверждают положения работы об особенностях развития резонансных явлений при параметрическом возбуждении колебаний «в зонах главного, гармонического и субгармонического резонансов и особенностей, вносимых наличием зазоров кинематической цепи» [33].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электромеханические системы электропривода, электрическая и механическая часть которых находятся в тесной взаимосвязи, играют решающую роль в механизации и автоматизации производственных процессов, во всех областях сферы человеческой деятельности, так как являются в настоящее время основными исполнительными энергетическими элементами систем комплексной механизации и автоматизации.

Механическая часть ЭМС имеет «разветвленную инерционную структуру с упругими механическими связями, зазорами в кинематической цепи, что при наличии» [33] внешних и внутренних (параметрических) возмущений предопределяет возникновение механических колебаний. Эти колебания отрицательно влияют на работу машин и механизмов, ухудшая их управляемость в технологических процессах, снижают точность регулирования, способствуют значительному возрастанию динамических нагрузок механических передач, а также весьма нежелательных резонансных явлений и приводят к снижению надежности и ресурса их работы. Исследование динамических режимов ЭМС с учетом основных факторов, свойственных их механической и электрической части, позволяет уже на стадии проектирования выбрать рациональную систему управления, оценить динамические нагрузки, точностные и энергетические показатели регулирования и предусмотреть меры, обеспечивающие поддержание требуемых регулировочных и демпфирующих свойств при эксплуатации. Выбор структуры и параметров ЭМС, основанный на анализе динамических режимов, одновременно решает проблему повышения надежности, причем наиболее экономичным способом – только за счет выбора схемы и параметров.

Главное внимание при изложении материала монографии уделено изложению общих задач, имеющих принципиальное значение при исследовании динамических режимов ЭМС:

– разработка методик расчета параметров, составления и упрощения расчетных схем, их математического описания и структурных схем ЭМС;

– обоснование представления электропривода обобщенной динамической характеристикой, к которой «при принятых в инженерной практике допущениях, может быть сведено большое количество разомкнутых и замкнутых систем электроприводов постоянного и переменного тока» [33];

– «анализ динамических нагрузок в установившихся динамических и переходных режимах ЭМС, с учетом упругих связей и зазоров в механическом оборудовании, при внешних и параметрических возмущениях, связанных с непостоянством передаточного числа и радиуса приведения» [33];

– рассмотрение возможностей и определение областей параметров, в которых возможна «линеаризация нелинейных систем при параметрических возмущениях» [33];

– разработка «энергетического метода синтеза параметров ЭМС с упругой механической связью, на основании которого получены аналитические соотношения для определения оптимальных значений обобщенных параметров $\nu_{эм}$, $T_м$, $T_э$» [33], обеспечивающих максимальные демпфирующие свойства электропривода при внешних и параметрических возмущениях, и на его основе – инженерная методика поэтапной оптимизации;

– подтверждение основных теоретических положений и выводов работы промышленными испытаниями ЭМС электроприводов – поворота экскаватора ЭШ-15/90, подтвержденного «параметрическими возмущениями, обусловленными погрешностями передаточного числа и ЭМС трамбовки с непостоянством радиуса приведения» [33].

Книга рассчитана на инженерно-технических работников, занимающихся проектированием, исследованием и эксплуатацией ЭМС, и аспирантов. Материалы книги могут быть использованы для повышения квалификации и переподготовки работников образования и промышленности в рамках послевузовского образования.

Все пожелания и замечания по содержанию книги автор примет с благодарностью и просит направлять на электронную почту кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Вятского государственного университета (kaf_epiapu@vyatsu.ru).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анурьев, В. И. Справочник конструктора-машиностроителя [Текст] : в 3 т. / В. И. Анурьев. – М. : Машиностроение, 1982. – 391 с.

2. Архангельский, В. И. Автоматизация реверсивных электроприводов [Текст] / В. И. Архангельский. – Киев : Техніка, 1966. – 412 с.

3. Бессекерский, В. А. Теория систем автоматического регулирования [Текст] / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука, 1978. – 450 с.

4. Болотин, В. В. Динамическая устойчивость упругих систем [Текст] / В. В. Болотин. – М. : Гостехиздат, 1956. – 600 с.

5. Борцов, Ю. А. Автоматизированный электропривод с упругими связями [Текст] / Ю. А. Борцов, Г. Г. Соколовский. – СПб. : Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.

6. Борцов, Ю. А. Коррекция систем подчиненного регулирования электроприводов при учете упругости механических передач с помощью активных фильтров [Текст] / Ю. А. Борцов [и др.]. // Изв. вузов СССР. Энергетика. – 1972. – № 8. – С. 30–35.

7. Волков, Д. П. Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов [Текст] / Д. П. Волков. – М. : Машиностроение, 1965. – 368 с.

8. Волков, Д. П. Динамика электромеханических систем экскаваторов [Текст] / Д. П. Волков, Д. А. Каминская. – М. : Машиностроение, 1971. – 384 с.

9. ГОСТ Р 50369-92. Электроприводы. Термины и определения [Электронный ресурс] // Электронный фонд правовой и нормативно-технической документации / ЗАО «Кодекс». – URL: http://docs.cntd.ru/document/1200025616 (дата обращения 23.08.2017).

10. Ден-Гартог, Дж. П. Механические колебания [Текст] / Дж. П. Ден-Гартог. – М. : Физматгиз, 1960. – 325 с.

11. Зиновьев, В. А. Курс теории механизмов и машин [Текст] / В. А. Зиновьев. – М. : Наука, 1972. – 380 с.

12. Зубчатые передачи [Текст] : справочник / под ред. Е. Г. Гиндсбурга. – Л. : Машиностроение, 1980. – 416 с.

13. Каноненко, В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением [Текст] / В. О. Каноненко. – М. : Наука, 1964. – 254 с.

14. Ключев, В. И. Ограничение динамических нагрузок электропривода [Текст] / В. И. Ключев. – М. : Энергия, 1971. – 320 с.

15. Ключев, В. И. Состояние и перспективы развития теории электромеханических систем с упругими связями [Текст] : науч. изд. /

В. И. Ключев, В. М. Терехов, А. О. Горнов, Н. И. Присмотров [и др.] // Электричество. – 1976. – № 5. – С. 27–34.

16. Ключев, В. И. Теория электропривода [Текст] / В. И. Ключев. – М. : Энергоатомиздат, 2001. – 704 с.

17. Кожевников, С. Н. Динамика машин с упругими связями [Текст] / С. Н. Кожевников. – Киев : Изд-во АН УССР, 1961. – 310 с.

18. Кобринский, А. Е. Механизмы с упругими связями [Текст] / А. Е. Кобринский. – М. : Наука, 1964. – 390 с.

19. Комплекс программ для автоматизации проектирования систем управления манипуляционных роботов [Текст] / под ред. Н. А. Лакота. – М. : МВТУ им. Баумана, 1986. – 386 с.

20. Кулешов, В. С. Динамика систем управления манипуляторами [Текст] / В. С. Кулешов, Н. А. Лакота. – М. : Энергия, 1971. – 304 с.

21. Ляхомский, А. В. Управление электромеханическими системами горных машин [Текст] / А. В. Ляхомский, В. Н. Фащиленко. – М. : Изд-во Моск. гос. горного ун-та, 2004. – 296 с.

22. Мак-Лахлан, Н. В. Теория и приложения функций Матье [Текст] / Н. В. Мак-Лахлан. – М. : Изд-во иностр. лит., 1953. – 476 с.

23. Машиностроение. Энциклопедия [Текст] / ред. совет: К. В. Фролов (пред.) и др. Машиностроение. Электроприводы. Т. IV-2. Кн. 1 / Л. Б. Масандилов, Ю. Н. Сергиевский, С. К. Козырев и др. ; под общ. ред. Л. Б. Масандилова – М., 2012. – 520 с. : ил.

24. Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем [Текст] / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М. : Наука, 1979. – 384 с.

25. Пановко, Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем [Текст] / Я. Г. Пановко. – М. : Физматиздат, 1960. – 193 с.

26. Петров, Б. А. Манипуляторы [Текст] / Б. А. Петров. – Л. : Машиностроение, 1984. – 238 с.

27. Пировских, Е. Н. Выбор параметров электромеханических модулей машин средств малой механизации [Текст] / Е. Н. Пировских, Н. И. Присмотров // Вестник Вятского науч. центра Верхне-Волжского отд-ния Акад. технологических наук РФ. – Киров, 2003. – Вып. 1/4. – С. 64–69.

28. Присмотров, Н. И. Оптимизация динамики редукторных электроприводов постоянного тока по критерию минимума колебательных нагрузок передач [Текст] / Н. И. Присмотров // Труды МЭИ. – 1975. – Вып. 223. – С. 49–54.

29. Присмотров, Н. И. Субгармонический резонанс в редукторном электроприводе [Текст] / Н. И. Присмотров // Изв. вузов СССР. Электромеханика. – 1980. – № 4. – С. 414–419.

30. Присмотров, Н. И. Энергетический метод синтеза параметров электропривода с упругой механической связью [Текст] / Н. И. Присмотров, В. С. Хорошавин, А. Г. Клабуков // Изв. вузов СССР. Электромеханика. – 1983. – № 4. – С. 71–77.

31. Присмотров, Н. И. Теория электромеханических систем : учеб. пособие [Текст] / Н. И. Присмотров. – Горький : ГГУ, 1984. – 77 с.

32. Присмотров, Н. И. Резонансные явления в электроприводах при параметрических возмущениях [Текст] / Н. И. Присмотров, С. И. Охапкин, Д. В. Ишутинов, Е. Н. Пировских // Труды VII Международной (VIII Всероссийской) научно-технической конференции по автоматизированному электроприводу, ФГБОУ ВПО «Ивановский энергетический университет им. В. И. Ленина». – Иваново, 2012. – С. 147–151.

33. Присмотров, Н. И. Создание и исследование электроприводов машин средств малой механизации с полупроводниковыми преобразователями частоты [Текст] : дис. … д-ра тех. наук : 05.09.03 / Нижегор. гос. техн. ун-т. – Киров, 2007. – 317 с. : ил. Электротехнические комплексы и системы 71 07-5/544.

34. Присмотров, Н. И. Электрический привод [Текст] : учеб. пособие / Н. И. Присмотров, С. И. Охапкин, Д. В. Ишутинов. – Киров : ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2013. – 169 с.

35. Промышленная робототехника [Текст] / под ред. Я. А. Шифрина. – М. : Машиностроение, 1982. – 414 с.

36. Подшипники качения [Текст] : справочник. – М. : Машиностроение, 1975. – 574 с.

37. Поздеев, А. Д. Механика приводов металлорежущих станков [Текст] : учеб. пособие / А. Д. Поздеев ; Чуваш. гос. ун-т им. И. Н. Ульянова. – Чебоксары : Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 1988. – 89 с.

38. Поздеев, А. Д. Расчет собственных колебаний исполнительных механизмов электроприводов [Текст] : метод. указ. к курсовому проектированию / сост. А. Д. Поздеев ; Чуваш. гос. ун-т им. И. Н. Ульянова. – Чебоксары : Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 1988. – 36 с.

39. Попов, Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах [Текст] / Е. П. Попов. – М. : Наука, 1973. – 584 с.

40. Пуш, В. Э. Конструирование металлорежущих станков [Текст] / В. Э. Пуш. – М. : Машиностроение, 1977. – 391 с.

41. Пуш, В. Э. Автоматические станочные системы [Текст] / В. Э. Пуш, Р. Пигерт, В. Л. Сосонкин. – М. : Машиностроение, 1982. – 318 с.

42. Пятибратов, Г. Я. Оптимизация систем подчиненного регулирования электроприводов при учете упругости механических передач [Текст] / Г. Я. Пятибратов // Изв. вузов. Электромеханика. – 1986. – № 6. – С. 72–82.

43. Пятибратов, Г. Я. Принципы построения и реализации систем управления усилиями в упругих передачах электромеханических комплексов [Текст] / Г. Я. Пятибратов // Изв. вузов. Электромеханика. – 1998. – № 5–6. – С. 73–83.

44. Рассудов, Л. Н. Электроприводы с распределенными параметрами механических элементов [Текст] / Л. Н. Рассудов, В. Н. Мядзень. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 134 с.

45. Ривин, Е. И. Динамика приводов станков [Текст] / Е. И. Ривин. – М. : Машиностроение, 1966. – 203 с.

46. Слежановский, О. В. Реверсивный электропривод постоянного тока [Текст] / О. В. Слежановский. – М. : Металлургия, 1967. – 423 с.

47. Стретт, М. Дж. О. Функции Ламе, Матье и родственные им в физике и технике [Текст] / М. Дж. О. Стретт. – Харьков ; Киев : Гостехиздат УССР, 1935. – 221 с.

48. Фельдбаум, А. А. Электрические системы автоматического регулирования [Текст] / А. А. Фельдбаум. – М. : Оборонгиз, 1954. – 500 с.

49. Фираго, Б. И. Теория электропривода [Текст] : учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Мн. : Техноперспектива, 2004. – 527 с.

50. Чистов, В. П. Оптимизация управления электрическими приводами [Текст] / В. П. Чистов, В. Н. Бондаренко, В. А. Светославский. – М. : Энергия, 1968. – 232 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Применение методов теории автоматического управления при анализе динамических режимов в электромеханических системах

П.1. Структурные схемы и правила их преобразования

В теории автоматического управления для исследования динамических режимов работы систем широко используются методы математического описания с помощью структурных схем, составленных из типовых звеньев. Метод типовых звеньев основывается на том, что элементы, из которых состоит электромеханическая система, различают не по выполняемым ими функциям, а по их динамическим свойствам. Для удобства математического описания системы разбивают на звенья направленного действия. Звеном направленного действия называется звено, передающее воздействие только в одном направлении с входа на выход, и изменение состояния такого звена не влияет на состояние предшествующего звена, работающего на входе. Математическое описание такого звена может быть составлено без учета связей его с другими звеньями.

Каждое звено математически описывается зависимостью, связывающей выходную и входную величины. Так, звено (рис. П.1*а*) преобразует входную величину x в выходную величину y.

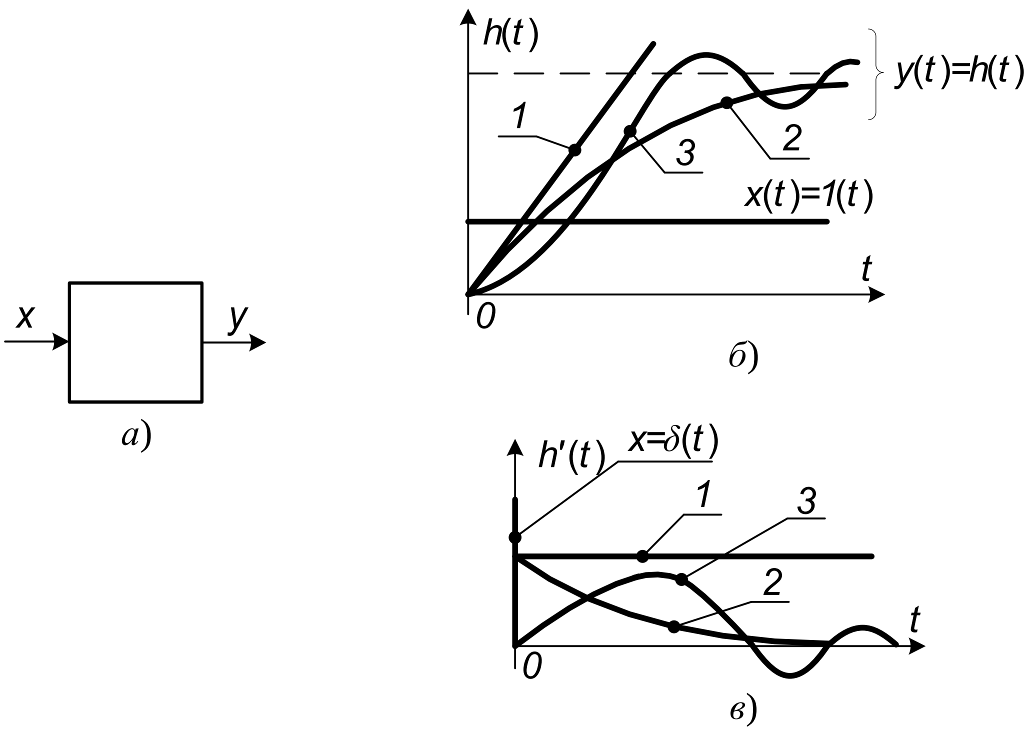


Рис. П. 1. Переходные (*б*) и импульсные (весовые) (*в*) функции звена (*а*)

Реакцию звена на скачок управляющего воздействия при нулевых начальных условиях характеризуют соответствующие переходная $h(t)$ и импульсная (весовая) $h'(t)$ функции. Последняя является производной от переходной функции.

Переходная характеристика (функция) звена представляет собой реакцию на выходе звена, вызванную подачей на его вход единичного ступенчатого воздействия $1(t)$:

$$1(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<0;\\ 1 \text{ при } t>0.\end{cases} \qquad (\text{П}.1)$$

Импульсная переходная (весовая) функция представляет реакцию звена на единичный импульс. Единичный импульс или дельта-функция – это импульс, площадь которого равна единице при длительности, равной нулю, и высоте, равной бесконечности

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty \text{ при } t=0;\\ 0 \text{ при } t \lessgtr 0.\end{cases} \qquad (\text{П}.2)$$

Примеры переходных и импульсных (весовых) функций некоторых простых звеньев приведены на рис. П. 1.

Другой формой выражения входных и выходных величин, существенно облегчающих исследование систем, описываемых дифференциальными уравнениями высокого порядка, являются методы операционного исчисления. Операционное исчисление основывается на преобразованиях Лапласа и Карсона – Хевисайда, позволяющих установить взаимно однозначное соответствие между функцией действительного переменного $f(t)$ (оригиналом) и функцией комплексного переменного (изображением), отличающимися тем, что многим соотношениям и операциям над оригиналами $f(t)$ соответствуют более простые соотношения и операции над их изображениями $F(p)$.

Преобразованной по Лапласу или просто преобразованной функцией называется функция

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}\cdot dt, \qquad (\text{П}.3)$$

где $p=a+jb$ – комплексное число.

Соотношение (П. 3) между $F(p)$ и функцией $f(t)$ иногда записывают в виде

$$F(p) \doteq f(t), \tag{П.4}$$

где знак $\doteq$ называют знаком соответствия.

Выполнение преобразований по Лапласу возможно при условии сходимости интеграла (П. 3). Большинство функций $f(t)$, с которыми имеют дело в задачах электромеханики, практически удовлетворяют этому условию. По Лапласу, размерность оригинала не равна размерности изображения. Например, изображение постоянной A равно A/p.

Поэтому более удобным преобразованием следует считать преобразования по Карсону – Хевисайду:

$$F(p) = p\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} \cdot dt. \tag{П.5}$$

Введение в выражение (П. 5) нормирующего множителя p обеспечивает одинаковую размерность оригинала и изображения.

Не вдаваясь в подробности математических выкладок, приведенных в специальной литературе [3], запишем изображения по Карсону – Хевисайду некоторых функций:

$$\begin{gathered} x(t) \doteq X(p);\ \frac{dx}{dt} \doteq pX(p);\ x_1(t) + x_2(t) \doteq X_1(p) + X_2(p); \\ kx(t) \doteq kX(p);\ \frac{dx^n}{dt^n} \doteq p^n X(p);\ \int x(t) \cdot d(t) \doteq \frac{X(p)}{p}. \end{gathered} \tag{П.6}$$

Из (П. 6) видно, что при такой записи уравнения для изображений получаются алгебраическими, т. е. более простыми, а операции дифференцирования и интегрирования оригинала соответствуют операциям умножения и деления изображения на p.

Основной характеристикой звена (элемента или системы) является дифференциальное уравнение, которое в общем виде можно записать следующим образом:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y = bx + b_1 \frac{dx}{dt} + \ldots + b_m \frac{d^m x}{dt^m}, \tag{П.7}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – зависимости входной и выходной величины от времени;

$a_n,\ a_{n-1}...a_0;\ b_0,\ b_1...b_m$ – коэффициенты, определяемые параметрами системы.

В результате перехода к изображениям по Карсону – Хевисайду уравнение (П. 7) примет вид

$$\left(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_0\right) y = \left(b_0 + b_1 + ... + b_m p^m\right) x. \qquad (\text{П}.8)$$

Уравнение (П. 8) позволяет найти удобное описание динамических свойств звена, устанавливающее связь между входной x и выходной y величинами. Выражение передаточной функции $W(p)$ есть отношение операторного изображения выходного сигнала $y(p)$ к операторному изображению входного сигнала $x(p)$ при нулевых начальных условиях.

С учетом (П. 8) передаточная функция запишется

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + ... + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0}. \qquad (\text{П}.9)$$

В результате разбиения системы на звенья направленного действия и описания этих звеньев аналитически в виде уравнений, связывающих входные и выходные величины, составляется структурная схема системы, т. е. ее математическая модель в операторной форме записи. Структурная схема состоит из прямоугольников, изображающих звенья системы, и стрелок, соединяющих входы и выходы звеньев, согласно связям между ними. Стрелками показывают также внешние воздействия, приложенные к отдельным элементам системы. Обычно уравнение звена в виде передаточной функции записывается прямо внутри изображающего звено прямоугольника.

Наиболее простой путь получения математического описания системы – это нахождение передаточной функции, связанное с заменой соединения звеньев одним звеном с эквивалентной передаточной функцией $W_э(p)$.

Различают три вида соединения звеньев: последовательное, параллельное и параллельное с обратной связью.

При последовательном соединении звеньев (рис. П. 2) передаточная функция $W_э(p)$ равна произведению передаточных функций отдельных звеньев

$$W_э(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (П.10)$$

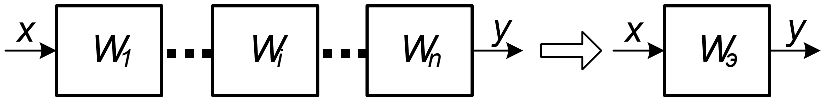


Рис. П. 2. Последовательное соединение звеньев

Для параллельного соединения звеньев (рис. П. 3) передаточная функция равна сумме передаточных функций отдельных звеньев

$$W_э(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (П.11)$$

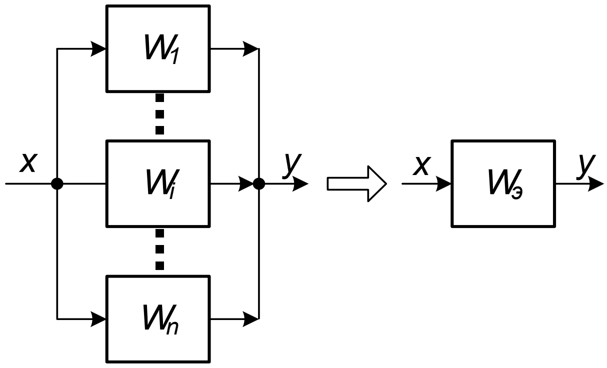


Рис. П. 3. Параллельное соединение звеньев

Параллельное соединение звеньев с обратной связью (рис. П. 4) характеризуется соединением выхода звена с его входом. Обратная связь положительна, если величина обратной связи $x_{ос}$ складывается со входной величиной x (плюс y суммирующего элемента) или вычитается из x (минус y суммирующего элемента).

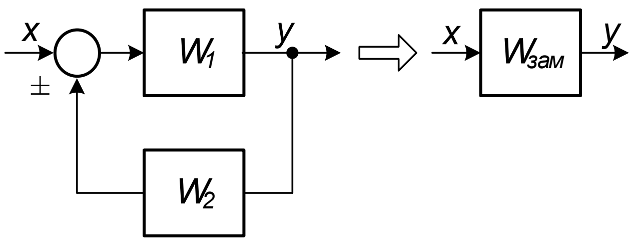


Рис. П. 4. Параллельное соединение звеньев с обратной связью

Выражение передаточной функции замкнутой системы $W_{зам}(p)$ имеет вид:

$$W_{зам}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_{раз}(p)}, \qquad (П.12)$$

где $W_{раз}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы, т. е. цепочки из всех элементов системы, получающейся после разрыва обратной связи.

Знак «минус» соответствует положительной обратной связи, а «плюс» – отрицательной.

В общем случае электромеханические системы содержат произвольное число связанных контуров. Для преобразования многоконтурной схемы в эквивалентную руководствуются рядом правил – прежде всего, правилом замены групп последовательно и параллельно соединенных звеньев одним эквивалентным звеном.

Когда связи перекрещиваются (нет чисто последовательного или параллельного соединения контуров), применяются следующие правила преобразования структурных схем, позволяющие свести схему к структурной схеме с неперекрещивающимися связями, к которой приемлемы соотношения (П. 10), (П. 11) и (П. 12).

П. 1.1. Перенос входных задающих или возмущающих воздействий

При переносе воздействия f со входа звена с передаточной функцией W_2 на его выход между выходом W_2 и воздействием добавляется звено с передаточной функцией W_2 обойденного звена (рис. П. 5*а*). При переносе воздействия f с выхода звена W_1 на его вход (рис. П. 5*б*) между звеном W_1 и воздействием f добавляется звено с передаточной функцией $1/W_1$ с обратной передаточной функцией обойденного звена.

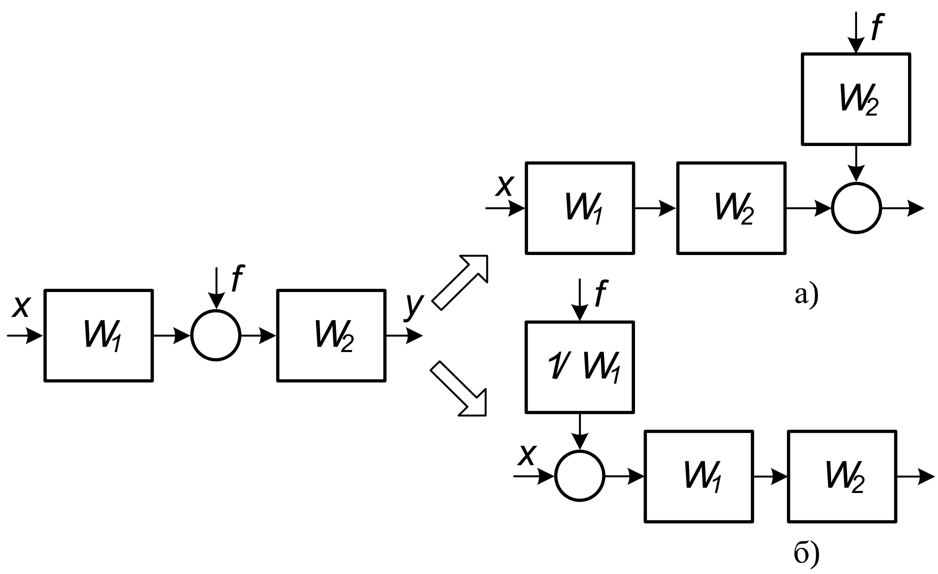


Рис. П. 5. Перенос внешнего воздействия вперед (*а*) и назад (*б*)

П. 1.2. Перенос выходных величин

Для переноса выходной величины звена W_1 на выход звена W_2 между выходом W_2 добавляется звено с обратной передаточной функцией обойденного звена $1/W_2$ (рис. П. 6*а*). При переносе выходной величины на вход звена W_1 добавляется звено с передаточной функцией обойденного звена W_1 (рис. П. 6*б*).

Аналогичные операции можно производить и с местом включения обратной связи (рис. П. 6*в*, *г*, *д*).

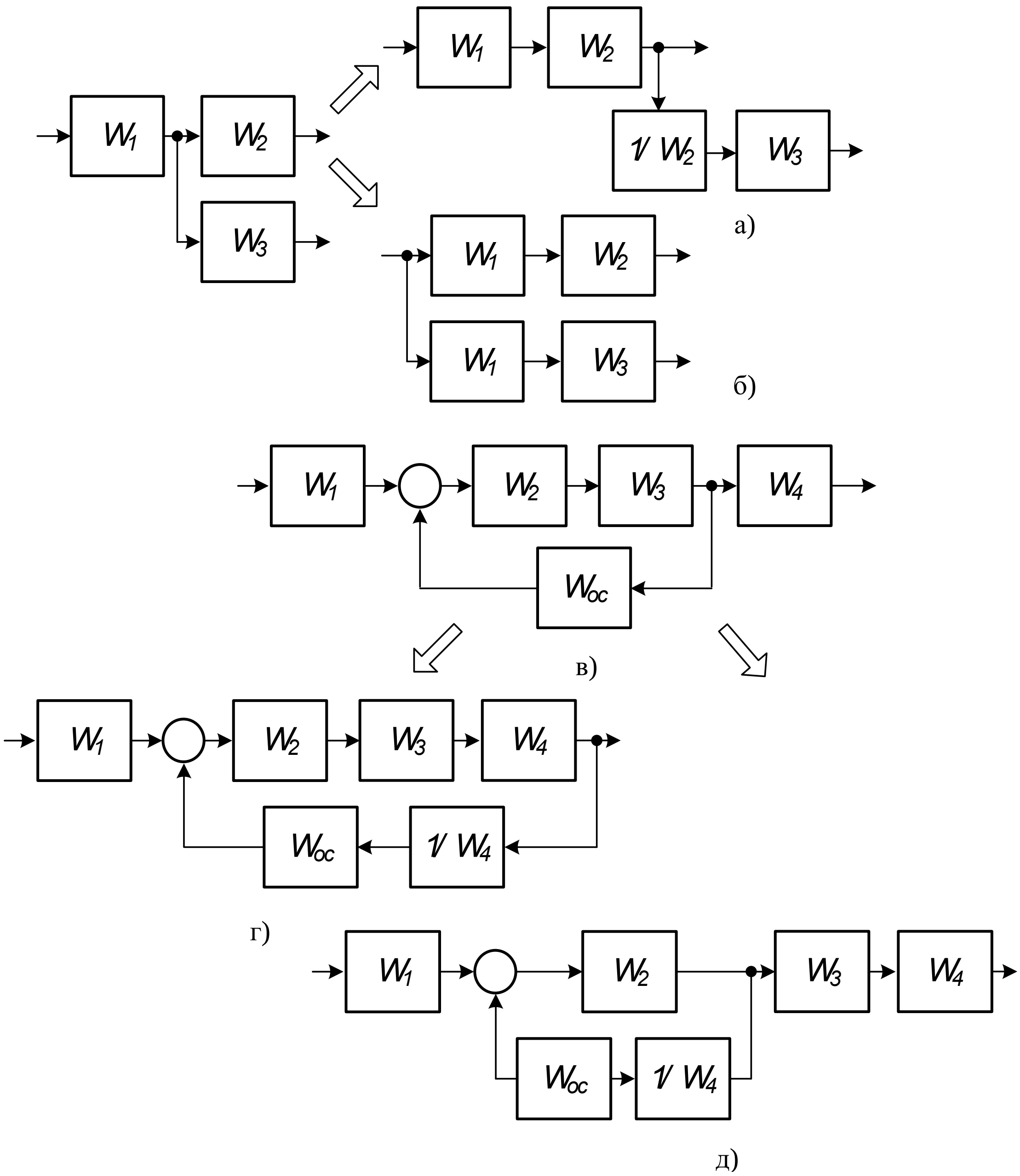


Рис. П. 6. Перенос выходных величин вперед (*а*), назад (*б*)
и места включения обратной связи (*в*, *г*, *д*)

Пример. Найдем эквивалентную передаточную функцию системы, изображенной на рис. П. 7*а*. Структурная схема содержит перекрестные связи, однако, если перенести узел *b* через звено W_3 по направлению действия сигнала, то перейдем к структурной схеме, изображенной на рис. П. 7*б*. Заменив участок замкнутой системы, состоящей из цепи прямой связи с передаточной функцией $W_{э0} = W_2 \cdot W_3$ и цепи обратной связи W_4, на $W_{э1} = W_2 W_3 / (1 + W_2 W_3 W_4)$, а участок с единичной обратной связью и звеном $1/W_3$ – на участок обратной связи с передаточной функцией $W_{э2} = 1 + (1/W_3) = (W_3 + 1)/W_3$, перейдем к структурной схеме (рис. П. 7*в*). Заменив в ней участок прямой цепи звеном $W_{э3} = W_1 \cdot W_{э1}$ и учитывая положительную обратную связь, окончательно перейдем к структурной схеме (рис. П. 7*г*) с $W_э = W_{э3} / (1 - W_{э3} \cdot W_{э2})$.

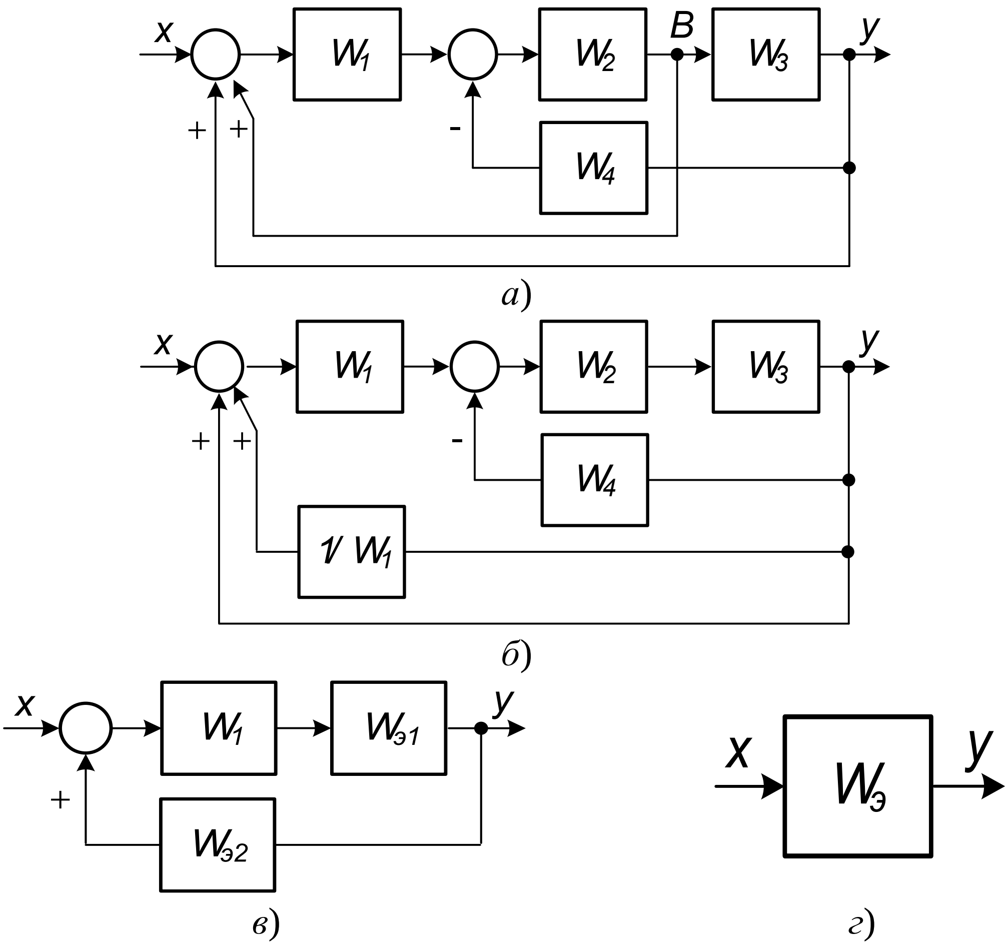


Рис. П. 7. Исходная структура с перекрещивающейся связью (*а*), структура после переноса узла *В* через звено W_3 (*б*), структура после эквивалентной замены звеньев W_2, W_3, W_4 на $W_{э2}$ (*в*), преобразованная структурная схема (*г*)

П. 2. Частотные характеристики

Частотные характеристики описывают установившиеся вынужденные колебания на выходе звена (системы), вызванные гармоническим воздействием на входе. При подаче на вход звена гармонического воздействия

$$x(t) = x_{max} \sin \Omega t = x_{max} e^{j\Omega t} \qquad \text{(П. 13)}$$

на выходе звена по окончании переходного процесса устанавливаются гармонические колебания с той же частотой, но с другими амплитудой и фазой (рис. П. 8)

$$y(t) = y_{max} \sin(\Omega t + \Psi) = y_{max} e^{j(\Omega t + \Psi)},$$

где Ψ – сдвиг по фазе между входными и выходными колебаниями.

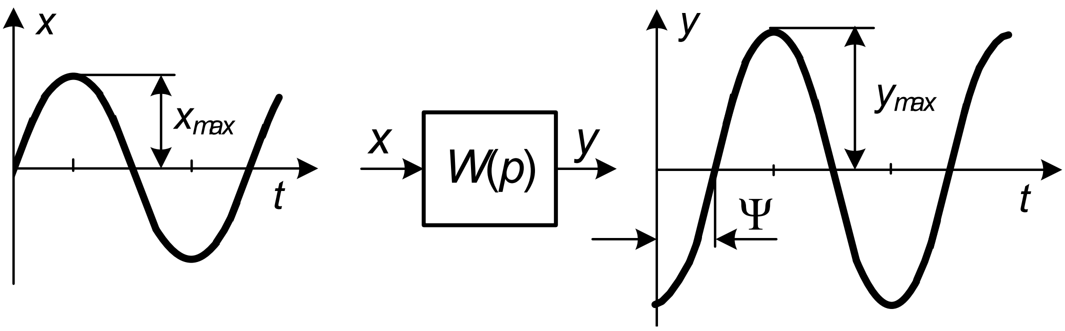


Рис. П. 8. Входная x и выходные y переменного звена

При фиксированной амплитуде входных колебаний амплитуда и фаза колебаний на выходе зависит от частоты колебаний Ω. При изменении Ω от 0 до ∞ можно получить зависимости

$$A(\Omega) = y_{max}/x_{max}; \ \Psi(\Omega) = f(\Omega),$$

называемые, соответственно, амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) и фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

Данные характеристики определяются из амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) $W(j\Omega)$, получаемой из передаточной функции $W(p)$, при подстановке $p = j\Omega$ и выделении в ней действительной $U(\Omega)$ и мнимой $jV(\Omega)$ части

$$W(j\Omega) = U(\Omega) - jV(\Omega) = Ae^{-j\Psi(\Omega)}. \qquad \text{(П. 14)}$$

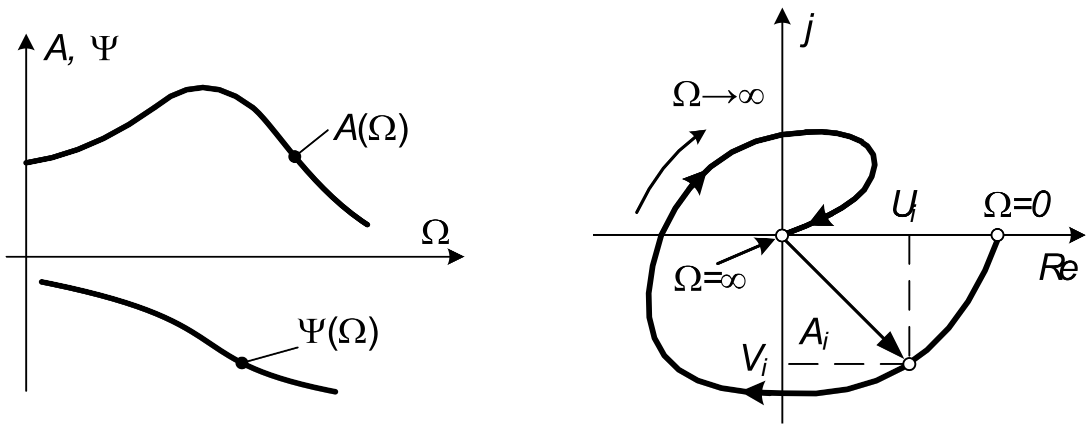
Модуль этой функции представляет амплитудно-частотную характеристику (рис. П. 9*а*)

$$A(\Omega)=\frac{y_{max}}{x_{max}}=\sqrt{U^2(\Omega)+V^2(\Omega)}, \tag{П. 15}$$

а аргумент (рис. П. 9*б*)

$$\Psi(\Omega)=arctg\left(\frac{V(\Omega)}{U(\Omega)}\right) \tag{П. 16}$$

– фазо-частотную характеристику.



а) *б*)

Рис. П. 9. Амплитудно-частотная (*а*) и фазо-частотная (*б*) характеристики

АФЧХ для передаточной функции (П. 9) запишется в следующем виде

$$W(j\Omega)=\frac{b_m(j\Omega)^m+b_{m-1}(j\Omega)^{m-1}+\ldots+b_0}{a_n(j\Omega)^n+a_{n-1}(j\Omega)^{n-1}+\ldots+a_0}. \tag{П. 17}$$

АФЧХ можно изобразить в комплексной плоскости (рис. П. 9*б*), где действительная и мнимая частотные функции являются координатами АФЧХ.

Как видно из рис. П. 9, по мере увеличения частоты у инерционных звеньев АЧХ по мере роста Ω спадает до нуля. Величина инерционности звена определяет *полосу пропускания*, которая оценивается значением частоты, при котором амплитуда выходных колебаний падает до 5% от амплитуды входных колебаний.

Наличие максимума у АЧХ говорит о резонансных свойствах звена. Частота, соответствующая максимуму АЧХ, называется *резонансной*.

Порядок получения частотных характеристик по передаточной функции звена следующий. Подставим в выражение для передаточной функции $p = j\Omega$:

$$W(j\Omega) = \frac{R(j\Omega)}{Q(j\Omega)} = \frac{U_R(\Omega) + jV_R(\Omega)}{U_Q(\Omega) + jV_Q(\Omega)}, \qquad (П.18)$$

где R, Q – части, соответствующие комплексным величинам в числителе и знаменателе.

После освобождения от мнимости в знаменателе (П. 18) домножением числителя и знаменателя на сопряженное число получим

$$W(j\Omega) = \frac{\left[U_R(\Omega) + jV_R(\Omega)\right]\left[U_Q(\Omega) + jV_Q(\Omega)\right]}{U_Q^2(\Omega) + jV_Q^2(\Omega)} = U(\Omega) + jV(\Omega), \qquad (П.19)$$

где $$U(\Omega) = \frac{U_R(\Omega)U_Q(\Omega) + V_R(\Omega)V_Q(\Omega)}{U_Q^2(\Omega) + jV_Q^2(\Omega)}; \qquad (П.20)$$

$$V(\Omega) = \frac{U_R(\Omega)U_Q(\Omega) - U_R(\Omega)V_Q(\Omega)}{U_Q^2(\Omega) + V_Q^2(\Omega)}. \qquad (П.21)$$

Соотношения (П. 20) и (П. 21) позволяют получить выражения для АЧХ и ФЧХ характеристик.

Амплитудные и фазовые частотные характеристики принято строить в логарифмическом масштабе, при котором появляется возможность упрощенно изображать АЧХ ломаными линиями. Второе удобство состоит в том, что в логарифмическом масштабе АЧХ цепочки последовательно соединенных звеньев равна сумме АЧХ отдельных звеньев.

По оси абсцисс откладывается $lg\Omega$, а по оси ординат – величина $L = 20\, lgA$, измеряемая в децибелах – десятых долях бела. Бел – это единица десятичного логарифма коэффициента усиления мощности сигнала, т. е. бел соответствует усилению мощности в 10 раз.

Существует однозначная связь между A и L (табл. П. 1).

Таблица П. 1

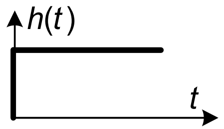
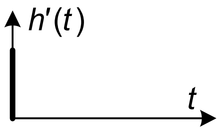
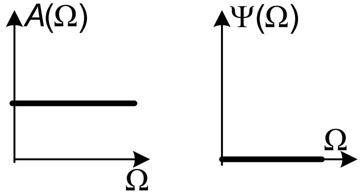
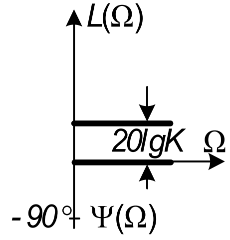
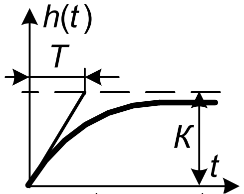
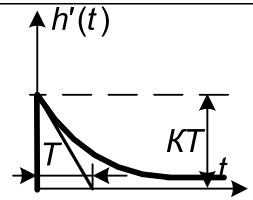
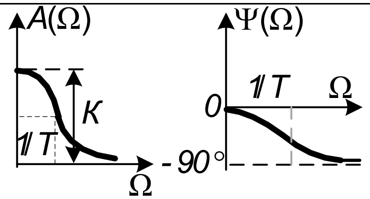
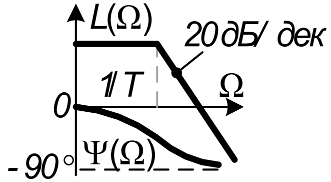
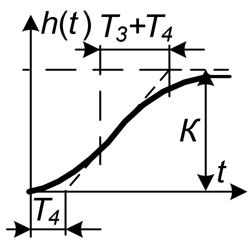
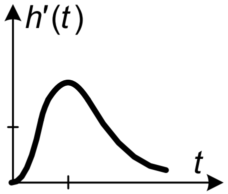
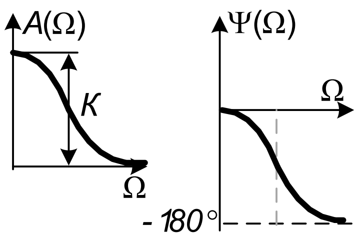
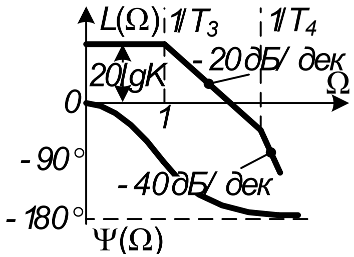
A	0,001	0,01	0,1	1	1	10	100	1000
L, дБ	–60	–40	–20	0	0	20	40	60

ФЧХ строится в полулогарифмическом масштабе, так как фазовый сдвиг цепочки звеньев является суммой фазовых сдвигов отдельных ее звеньев.

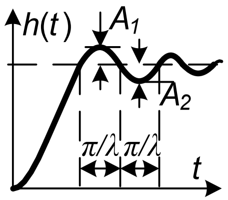
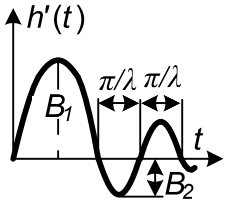
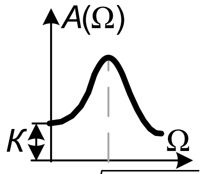
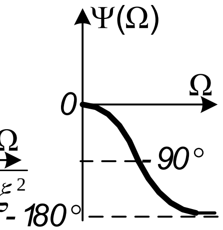
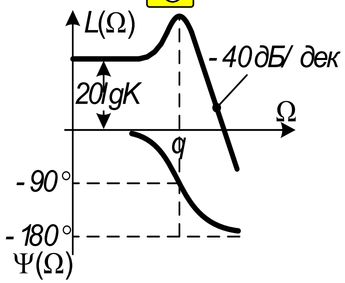
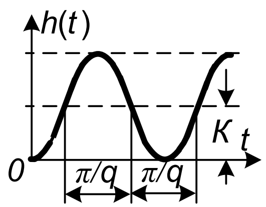
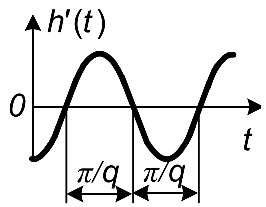
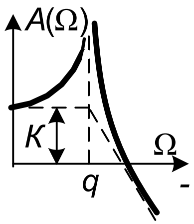
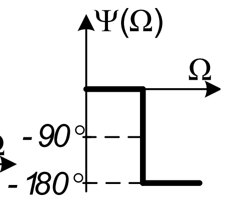
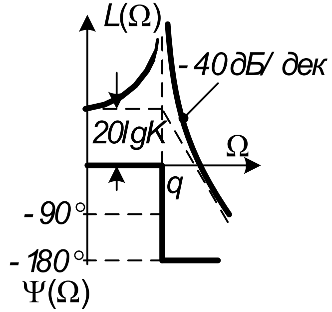
На оси абсцисс откладываются значения $lg\,\Omega$ либо значения самой частоты Ω. В первом случае за единицу изменения частоты принимается декада, соответствующая изменению частоты в 10 раз.

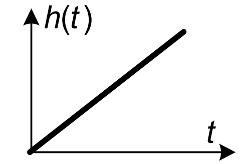
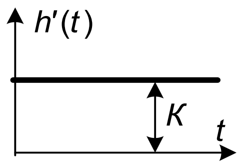
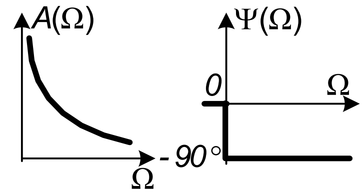
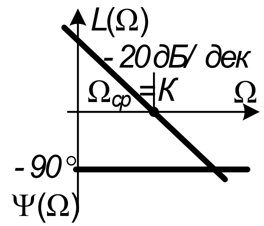
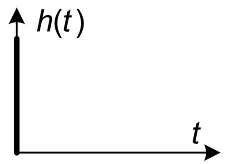
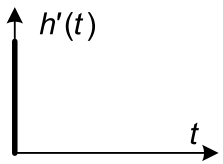
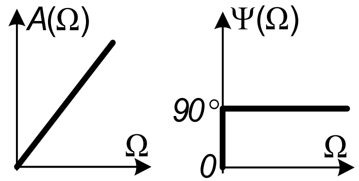
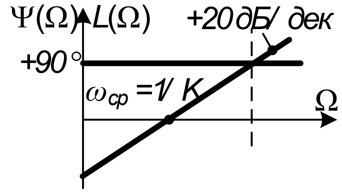
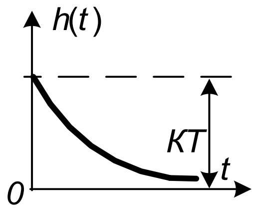
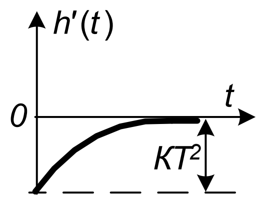
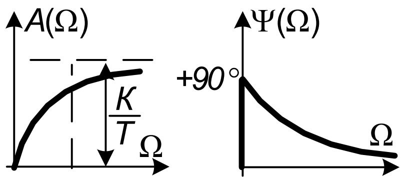
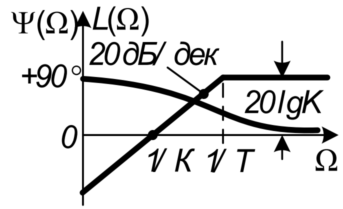
В табл. П. 2 приведены уравнения, передаточные функции, выражения и вид переходных и весовых функций, а также частотных и логарифмических характеристик наиболее распространенных типов звеньев в составе электромеханических систем электропривода.

Таблица П. 2

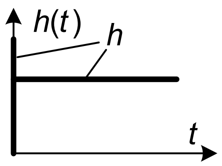
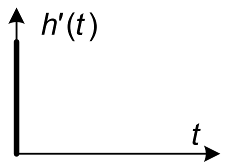
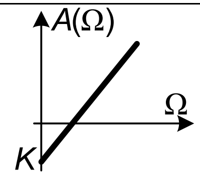
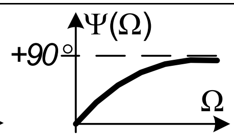
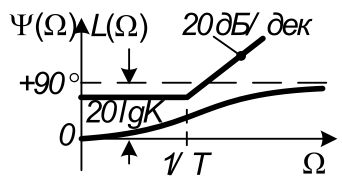
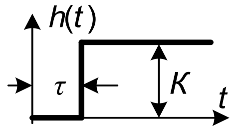
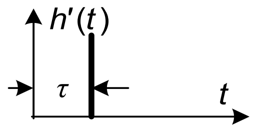
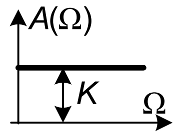
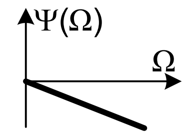
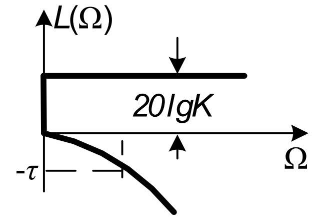
Тип звена, его уравнение и передаточная функция	Переходная функция $h(t)$	Весовая функция $h'(t)$	Амплитудная $A(\Omega)$ и фазо-частотные $\Psi(\Omega)$ характеристики	Логарифмические $L(\Omega)$ и $\Psi(\Omega)$ характеристики
Безынерционное $y = K \cdot x;$ $W_p = K$	 $h(t) = K \cdot 1(t)$	 $h'(t) = K \cdot \delta(t)$	 $A(\Omega) = K$ $\quad \Psi = 0$	
Апериодическое (инерционное) $T\dfrac{dy}{dt} + y = Kx;$ $W_p = \dfrac{K}{Tp+1}$	 $h(t) = K\left(1 - e^{-t/T}\right) \cdot 1(t)$	 $h'(t) = \dfrac{K}{T} e^{-t/T} \cdot 1(t)$	 $A(\Omega) = \dfrac{K}{\sqrt{T^2\Omega^2 + 1}}$; $\Psi = -arctgT\Omega$	
Апериодическое второго порядка $T_2^2 \dfrac{d^2y}{dt^2} + T_1 \dfrac{dy}{dt} + y = Kx;$ $W_p = \dfrac{K}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} =$ $= \dfrac{K}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)};$ $T_{3,4} = \dfrac{T_1}{2} \pm \sqrt{\dfrac{T_1^2}{4} - T_2^2};$ $(T_1 > 2\,T_2;\ T_3 > T_4)$	 $h(t) = K\left(1 - \dfrac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-t/T_3} + \dfrac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-t/T_4}\right) \cdot 1(t)$	 $h'(t) = \dfrac{K}{T_3 - T_4} \times \left(e^{-t/T_3} - e^{-t/T_4}\right) \cdot 1(t)$	 $A(\Omega) = \dfrac{K}{\sqrt{T_3^2\Omega^2 + 1} \cdot \sqrt{T_4^2\Omega^2 + 1}};$ $\Psi(\Omega) = -arctgT_3\Omega - arctgT_4\Omega$	

Продолжение таблицы П.2

Колебательное $T_1^2\frac{d^2y}{dt^2}+2\xi T_1\frac{dy}{dt}+$ $+y=Kx;$ $W_p=\frac{K}{T_1^2+2\xi T_1 p+1}=$ $=\frac{K}{\frac{p^2}{q^2}+\frac{2\xi p}{q}+1};$ $q=\frac{1}{T_1}$	 $\gamma=\frac{\lambda}{\pi}ln\frac{A_1}{A_2}$; $\gamma=\xi q$; $\lambda=q\sqrt{1-\xi^2}$; $h(t)=K\left[1-e^{-\gamma T}\left(\cos\lambda t+\right.\right.$ $\left.\left.+\frac{\gamma}{\lambda}\sin\lambda t\right)\right]\cdot 1(t)$	 $\gamma=\frac{\lambda}{\pi}ln\frac{B_1}{B_2}$; $q=\sqrt{\gamma^2+\lambda^2}$; $\xi=\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2+\lambda^2}}$; $h'(t)=\frac{Kq^2}{\lambda}e^{-\gamma T}\times$ $\times\sin\lambda t\cdot 1(t)$	  $\Omega=q\sqrt{1-2\xi^2}$ $A(\Omega)=\frac{K}{\sqrt{\left(1-T_1^2\Omega^2\right)^2+4\xi^2T_1^2\Omega^2}}$; $\Psi(\Omega)=-arctg\frac{2\xi T\Omega}{1-T^2\Omega^2}$	
Консервативное (резонансное) $T^2\frac{d^2y}{dt^2}+y=Kx;$ $W_p=\frac{K}{T_2^2p^2+1}=\frac{K}{\frac{p^2}{q^2}+1};$ $q=\frac{1}{T}$	 $h(t)=K(1-\cos qt)\cdot 1(t)$	 $h'(t)=Kq\sin qt\cdot 1(t)$	  $A(\Omega)=\frac{K}{\sqrt{1-T^2\Omega^2}}$; $\Psi=0°$ при $\Omega<q$; $\Psi=-180°$ при $\Omega>q$	

Интегрирующее $y(t)=K\int\limits_0^t x(t)dt$; $W_p=\dfrac{K}{p}$	 $h(t)=K\cdot t\cdot 1(t)$	 $h'(t)=K\cdot 1(t)$	 $A(\Omega)=\dfrac{K}{\Omega}$; Ψ = -90° при $\Omega > 0$	
Дифференцирующее $y=K\dfrac{dx}{dt}$; $W_p=Kp$	 $h(t)=K\cdot\delta(t)$	 $h'(t)=K\cdot\dot{\delta}(t)=K\dfrac{d\delta(t)}{dt}$	 $A(\Omega)=K\Omega$; $\Psi(\Omega)$ = +90° при > 0	
Дифференцирующее с запаздыванием $\dfrac{dy}{dt}T+y=K\dfrac{dx}{dt}$; $W_p=\dfrac{Kp}{Tp+1}$	 $h(t)=\dfrac{K}{T}e^{-t/T}\cdot 1(t)$	 $h'(t)=\dfrac{K}{T}\delta(t)-$ $-\dfrac{K}{T^2}e^{-t/T}\cdot 1(t)$	 $A(\Omega)=\dfrac{K\Omega}{\sqrt{1+(T\Omega)^2}}$; $\Psi(\Omega)=arctg\,\dfrac{1}{T\Omega}$	

Окончание таблицы П.2

Форсирующее $y=K\left(\frac{dx}{dt}+x\right)$; $W_p=K(Tp+1)$	 $h(t)=K\cdot 1(t)+KT\cdot\delta(t)$	 $h'(t)=K\delta(t)+KT\cdot\delta'(t)$	  $A(\Omega)=K\sqrt{1+T^2\Omega^2}$; $\Psi(\Omega)=arctgT\Omega$	
Чистого запаздывания $y=Kx(t-\tau)$; $W_p=Ke^{-\tau p}$	 $h(t)=K(t-\tau)\cdot 1(t)$	 $h'(t)=K(t-\tau)\cdot\delta(t)$	  $A(\Omega)=K$; $\Psi(\Omega)=-\Omega\tau$	

Для цепочки звеньев с известными логарифмическими частотными характеристиками несложно построить результирующие характеристики. Например, в цепочке из семи звеньев (рис. П. 10) с передаточной функцией

$$W(p)=\frac{k(T_2p+1)(T_3p+1)}{p(T_5p+1)\left(T_6^2p^2+2\xi T_6p+1\right)(T_7p+1)}. \qquad (П.22)$$

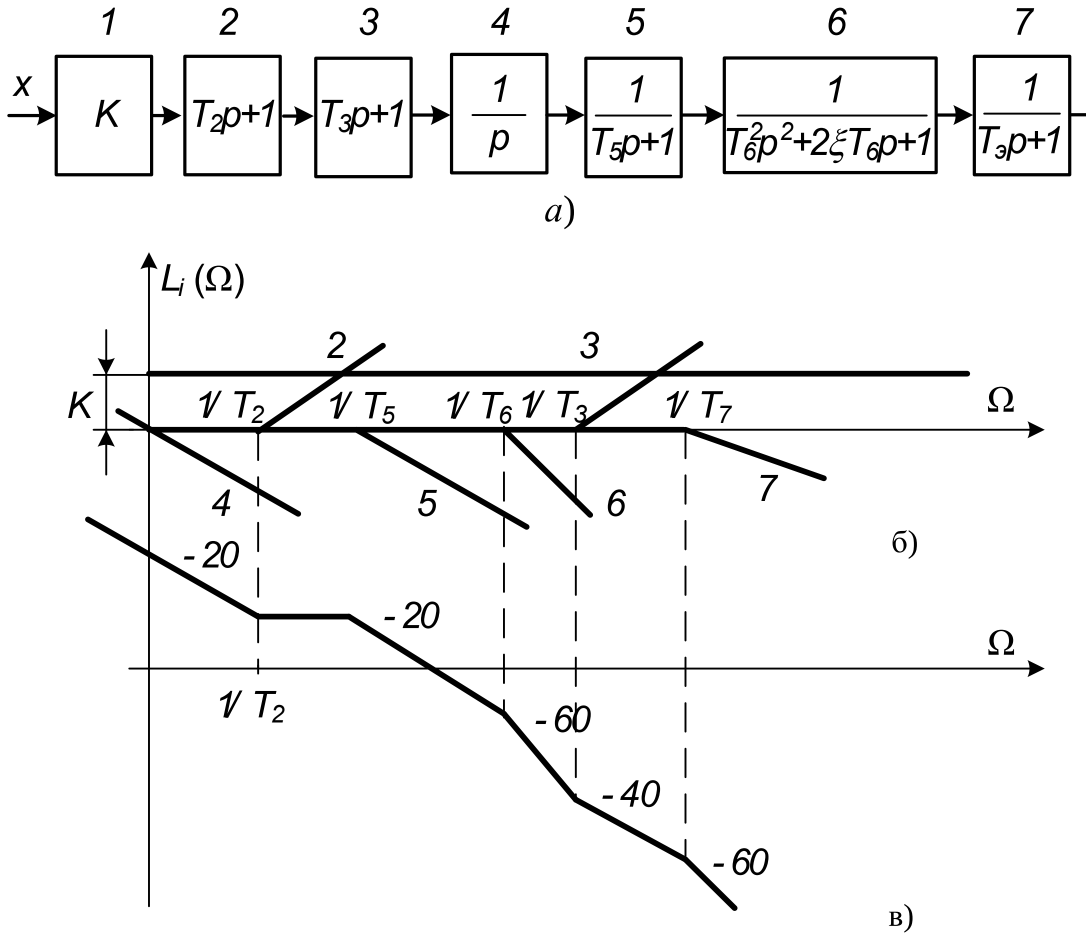
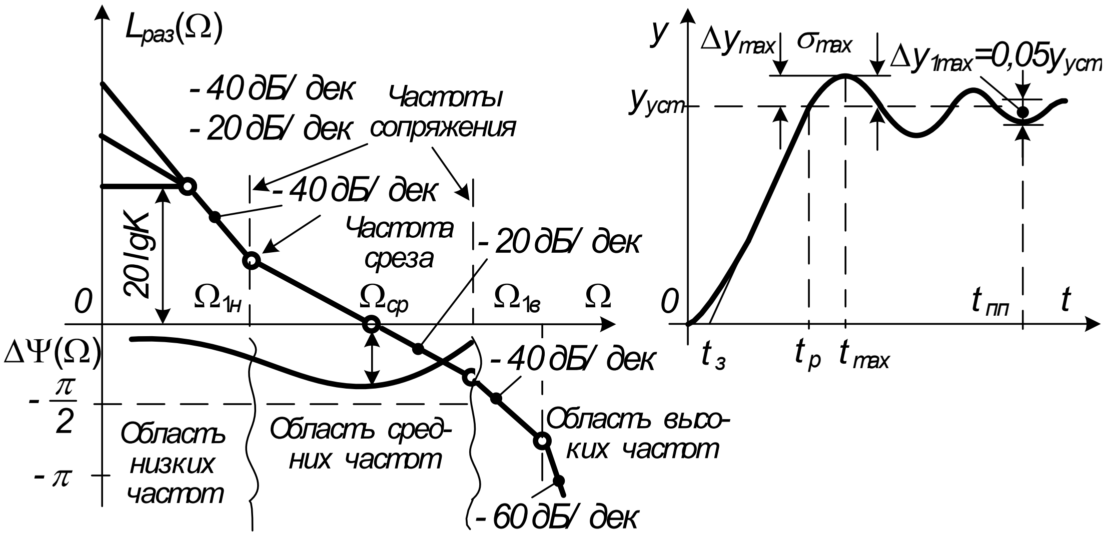


Рис. П. 10. Структурная схема системы, состоящей из последовательной цепи звеньев (*а*), ЛАЧХ отдельных звеньев (*б*), ЛАЧХ системы (*в*)

Сомножителям звеньев вида $(Tp+1)$ соответствует точка излома $\Omega = 1/T$ с наклоном +20 дБ/дек при сомножителе в числителе (форсирующие звенья) и –20 дБ/дек, если сомножитель в знаменателе (инерционные звенья); сомножителю $(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)$ в знаменателе соответствует излом при $\Omega = 1/T$ с наклоном –40 дБ/дек. Сомножителю K соответствует горизонтальная линия на уровне $20lg\Omega$, а сомножителю p в знаменателе – прямая, проходящая с наклоном –20 дБ/дек.

В теории автоматического управления установлена связь показателей регулирования с ЛАЧХ разомкнутого контура регулирования.

Для обеспечения требуемой точности и динамических показателей регулирования ЛАЧХ разомкнутого контура должна иметь вполне определенный вид и параметры (рис. П. 11).



а) *б*)

Рис. П. 11. ЛАЧХ разомкнутого контура (а) и график переходного процесса изменения выходной величины (*б*)

Низкочастотная часть ЛАЧХ определяет точность регулирования выходной координаты. Низкочастотная область определяется коэффициентом усиления *K* и порядком астатизма системы ν. Если $\nu = 0$, т. е. в разомкнутом контуре регулирования отсутствуют интегрирующие звенья, система регулирования является статической, при этом статическая ошибка регулирования определяется коэффициентом усиления контура. Для получения требуемой точности необходимо предусмотреть коэффициент усиления, отвечающий условию

$$K \geq \mathrm{y}_{з.\max} / \Delta \mathrm{y}_{доп}, \quad \text{(П. 23)}$$

где $y_{з.max}$ – заданное значение переменной;

$\Delta y_{доп}$ – допустимая ошибка регулирования.

Для исключения статической ошибки по заданию необходимо, чтобы в контуре был интегрирующий элемент ($\nu = 1$), но при этом будет иметь место динамическая ошибка, имеющая место при изменениях задания. Увеличение порядка астатизма увеличивает значение комплексного коэффициента усиления в низкочастотной части и динамическая точность регулирования возрастает. Динамические показатели качества регулирования определяются среднечастотной асимптотой ЛАЧХ $L_{раз}(\Omega)$. Для получения достаточного запаса устойчивости необходимо, чтобы в районе частоты среза $\Omega_{ср}$ был достаточно протяженный участок с наклоном –20 дБ/дек. Чем шире этот участок, тем выше на частоте среза запас по фазе $\Delta\Psi(\Omega_c) = -\pi - \Psi(\Omega_c)$, где $\Psi(\Omega_c)$ – ФЧХ контура. От запаса по фазе на частоте среза зависят колебательность и перерегулирование (рис. П. 11*б*):

$$\Delta y_{1max} = \Delta y_{уст}\left[1 - sin\,\Delta\Psi(\Omega_c)\right]. \qquad (П. 24)$$

Частота среза определяет быстродействие контура. С ней связано время регулирования

$$t_p = (1{,}5...2{,}0)/\Omega_{ср}, \qquad (П. 25)$$

а также время максимума перерегулирования

$$t_{max} \approx \pi/\Omega_{ср}. \qquad (П. 26)$$

На перерегулирование влияет ближайшая нижняя частота сопряжения $\Omega_{1н}$ – по мере ее приближения к частоте среза запас по фазе $\Delta\Psi(\Omega_c)$ уменьшается и перерегулирование растет. Ближайшая к частоте среза верхняя частота сопряжения $\Omega_{1в}$ и вся высокочастотная часть ЛАЧХ сказывается на начальном участке переходного процесса. Чем ближе $\Omega_{1в}$ к частоте среза, тем больше показанный на рис. П. 11*б* участок запаздывания изменения переменной y.

Таким образом, требования к точности и динамическим показателям контура регулирования определяют вид желаемой ЛАЧХ разомкнутого контура. ЛАЧХ объекта регулирования переменной $L_{ор.у}$ и желаемая ЛАЧХ разомкнутого контура $L_{раз.у}$ позволяют определить при последовательной коррекции требуемую ЛАЧХ регулятора, вводимого в контур регулирования

$$L_{р.у}(\Omega) = L_{раз.у}(\Omega) - L_{ор.у}(\Omega). \qquad (П. 27)$$

Далее решается задача выбора схемы регулятора и его параметров.

Научное издание

Присмотров Николай Иванович

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Редактор *О. И. Коробкова*
Технический редактор *Л. А. Кислицына*

Подписано в печать 28.12.2018 г.
Формат 60×84/16.
Печать цифровая.
Бумага для офисной техники.
Усл. печ. л. 18,3.
Тираж 500 экз.
Заказ № 5535.

Научное издательство Вятского государственного университета
610000, г. Киров, ул. Московская, 36
www.vestnik43.ru, www.vyatsu.ru
Тел. 20-89-64

Отпечатано в центре полиграфических услуг
Вятского государственного университета,
610000, г. Киров, ул. Московская, 36